DEM シミュレーションによるホッパー形状が偏析性へ与える影響検討

渋木 一晃^{1*}, 加藤 啓介¹, 酒井 幹夫²

Effect of Hopper Shape on Segregation by the Discrete Element Method

Kazuaki Shibuki^{1*}, Keisuke Kato¹ and Mikio Sakai²

Received 27 February 2018; Accepted 25 June 2018

Segregation becomes one of the big problems in industrial powder processes. This paper describes the influence of hopper shape on segregation. Change of the volume rate was evaluated when two size of particles (2 mm, 6 mm) were discharged from the hopper. In this study, effects of hopper diameter and slope angle on the segregation was investigated numerically. First, the influence of hopper inlet diameter was studied. As it decreased, segregation in last 10% flow became less prominent. Next, the influence of hopper slope was studied. As its slope was smaller, segregation was easy to occur. From observation of powder flow, funnel flow was occurred, and then large-sized particles moved to central area on the surface of powder bed by the rolling segregation. It was suggested that the difference of the vertical velocity between particles near the wall and that of center caused the rolling segregation.

Keywords: Distinct Element Method, Hopper discharge, Segregation, Hopper shape.

1. 緒 言

粉体製品の製造過程で生じる主要な課題の一つに偏析がある。偏析は粒子径差、密度差、形状差などに起因して生じ[1]、食品や医薬品などの粉体プロセスで起きている。偏析が生じ、製品の規格を外れた場合には廃棄や再加工などの対応が必要なため、コストに影響する。近年では極微量な有効成分が配合された製品の開発需要が高まっており、より高度なレベルでの偏析防止が求められるようになっている。偏析の防止策として、適切な形状の装置を選定することが重要であるが、試験機の製作や評価には多大な時間およびコストを要することから、十分な検討を行うことは難しく、偏析が生じた後に経験的あるいは試行錯誤的にオペレーションで対応している現状がある。しかしながら、上記のような対応は対症療法に留まることも多く、原料やプロセスの特性によっては対応できない場合もある。そのため、開発初期段階から粉体の性質を理解して、適切な装置やプロセスを設計していくことが重要と考えられる。

これらの課題を解決する手段として、離散要素法 (DEM) [2]シミュレーションの活用が考えられる。近年の計算機科学の進歩とともに産業界での活用も進んでおり、たとえば、山本ら[3]により混合機の羽根形状が混合速度に与える影響に関する報告がなされ、坂庭ら[4]により DEM と数値流体力学を組みあわせ、サイクロン内の粒子の挙動の評価に関する報告がなされた。

そこで、本研究では DEM の産業応用として、ホッパーからの排出時の偏析現象の解析を行うことにした。ホッパーやサイロからの排出に関する既往の研究について述べる。鈴木ら[5]は水平面に対するホッパーのコニカル部の角度を 20~60°の範囲で操作した時の排出流量や粒子の速度分布について、実験と理論の両面から検討を行い、理論流量が実験値と良好に一致することを示した。Tüzün ら[6]は口径比やインサートを設置した際の排出速度への影響を実験的に評価し、口径比 16~80 においては口径比が小さいほど、排出速度が大きいことを報告した。Yang ら[7]は排出口径やインサートが排出速度に与える影響を実験と DEM を用いて評価し、排出口径を大きく、円錐状のインサートを設置した際に排出速度が大きくなることを示した。ホッパーからの排出時の偏析現象に関する既往の研究例として、Zhao ら[8]は粒子径分布が偏析に与える影響を評価し、平均粒子径に対する粒子径の標準偏差を 10~70%の範囲で操作し、粒子径分布がシャープであるほど偏析しにくいことを報告した。Arteaga ら[9]は粒子径比が 2~5、小粒子の質量分率 X_L が 10~50 wt% の範囲で二種粒子を排出した際の偏析性を評価し、ファネ

1 味の素株式会社 イノベーション研究所
(〒 210-8681 神奈川県川崎市川崎区鈴木町 1-1)
Institute for innovation AJINOMOTO CO., INC.
(1-1 Suzuki-cho, Kawasaki-ku, Kawasaki 210-8681, Japan)

2 東京大学大学院 工学系研究科
(〒 113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)
School of Engineering, The University of Tokyo
(7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113-8656, Japan)

* Corresponding Author kazuaki_shibuki@ajinomoto.com

ルフローを形成するホッパーでは終流での排出粒子中の小粒子割合が配合比よりも多くなることを報告し、 X_{fL} が Eq. (1) にて粒子径比 Φ_R から算出される値よりも大きい値であれば偏析が起こらないことを見いだした。

$$X_{fL} = \frac{4}{4 + \Phi_R} \quad (1)$$

Ketterhagen ら[10]は DEM による計算と実験結果から偏析性を評価し、排出挙動が良好に一致することを報告した。また、 Φ_R が 1.9、 X_{fL} が 5 wt% の下でホッパー形状の影響も評価しており、水平面に対するホッパー角度を 35° と 75° に設定し、角度が大きいほど、排出粒子中の小粒子割合のバラつきが小さく、偏析が起こりにくいことを報告している。しかし、この時、同時に口径比もそれぞれ 5 と 7.7 に変更されており、角度および口径比の影響が独立には評価されていなかった。本報告では奥行の小さい、擬三次元のホッパーからの排出において、ホッパーの口径比を 5~8 の範囲で操作した結果、口径比が大きいほど、偏析しやすいことが示された[11]。以上のようにホッパーからの排出に関する既存研究では排出速度に着目した知見が多かった。偏析に関して、産業応用の観点では使用する原料などの制約があり、粒子径は容易に操作することができないため、装置形状の影響に関する知見は重要である。しかし、経験的に口径比やホッパー角度が偏析性に影響することはわかっているものの、既存の研究ではホッパーの角度および口径比が偏析性におよぼす影響は独立的に評価されていないか、産業で用いられるものとは異なる形状で評価されている。したがって、ホッパー形状と偏析性の関係は産業応用上、不可欠な知見であるにもかかわらず、体系的に取得されていないことは問題である。そこで、ホッパーからの排出時の偏析防止に対して、装置設計に適用可能な計算負荷の下で、DEM シミュレーションを適用することを目的とし、それを通じて、ホッパーの角度と口径比が偏析現象におよぼす影響を体系的に調査し、最適なホッパー形状を探索した知見を初めて取得することを試みた。

2. 数値解析

2.1 離散要素法

本研究では DEM を用いて、ホッパーからの排出時の粒子の偏析挙動を検討した。DEM は各粒子に作用する力を並進運動と回転運動について、それぞれ Eqs. (2) および (3) に示す運動方程式から得た加速度を基に、任意の時間ステップ後の粒子の速度、位置を算出し、粒子の挙動を計算する手法である[12]。

$$m_s a_s = \sum F_C + F_g \quad (2)$$

$$\dot{\omega}_s = \frac{\sum T_s}{I_s} \quad (3)$$

Eqs. (2), (3) 中の F_C をフォークトモデルに基づいて計算する。**Fig. 1** にフォークトモデルのイメージを示す。

接触力 F_C は法線方向、接線方向について Eqs. (4) およ

Fig. 1 Conceptual diagram of Voigt model

び (5) から算出される。

$$F_{C_t} = -k_t \delta_{t_{ij}} - \eta_t v_{t_{ij}} \quad (4)$$

$$F_{C_n} = -k_n \delta_{n_{ij}} - \eta_n v_{n_{ij}} \quad (5)$$

2.2 条件

本研究では **Fig. 2** に示すような一般的な形状のホッパーを対象とした。Fig. 2 の形状を基本とし、Fig. 2 中に i と o で示した胴体部と排出部の直径比 (i/o 比) および Fig. 2 中に示した位置の角度 θ を変更し、ホッパーの形状が偏析性へ与える影響を評価した。

シミュレーションには iGRAF® ((株) 構造計画研究所) を用いて行った。DEM に使用したパラメータを **Table 1** に示す。Ketterhagen ら[10]が 100~1000 N/m の範囲において、バネ定数は排出速度や偏析性に影響しないことを報告している。また、バネ定数が排出挙動に与える影響を事前に検証したところ、100~10000 N/m の範囲では計算結果の差異が小さかったことから、本研究ではバネ定数に 1000 N/m を用いた。

調味料などの食品粉体は一般的に平均粒子径が 100~1000 μm 程度であることが多い。一方で現実的な計算時間とするために粒子数を制限する必要があったため、ホッパー体積と充填率をかんがみ、小粒子の径は 2 mm とした。粒子径比 Φ_R を 3、 X_{fL} を 0.5 とすることで、Arteaga ら[9]が示した Eq. (1) の偏析が起こりやすい条件を満たすことから、大粒子径は 6 mm とし、密度 1000 kg/m³ の 2 mm 粒子、6 mm 粒子をそれぞれ 189,000 個、7,000 個ずつ (計 196,000 個) ホッパー内に配置した。

計算には APEX4 7900 (BOXX 社) を用い、物理時間 1 sec あたりの計算時間は約 4 hr であった。また、ホッパーから粒子が排出し終わるまでの物理時間は 3~4 sec であった。

本検討のように二種類の粒子径を用い、排出時の偏析性を評価するためにはホッパー内に 2 種の粒子が均一に混ざった初期状態を作成する必要がある。初期状態は始めに 196,000 個の 6 mm の粒子をホッパー内部に静置させ、次にランダムに選択した 189,000 個の粒子の粒子径を 2 mm に変更し、静止するまで計算を行うことで初期配置を作成した。初期配置の妥当性を確認するために、水平方向をホッパーの中心から同心円状に 21 mm 間隔、鉛直方向を 28 mm 間隔で分割し、各エリアでの 6 mm 粒

Fig. 2 Hopper shape

Table 1 Calculation conditions

Parameter	Value
Particle size [mm]	2, 6
Particle number [-]	196000
Density [kg/m ³]	1000
Time step [sec]	1.0×10 ⁻⁵
Spring constant [N/m]	1000
Coefficient of Restitution [-]	0.9
Coefficient of Friction [-]	0.3

子の体積割合の分布を確認することで均一性を評価した。その結果を Fig. 3 に示す。Fig. 3 (a) のアルファベットが

Fig. 3 Distribution of 6 mm particle
(a) Image of division, (b) 6 mm particle ratio

同じ箇所は同一の部分として扱っている。そのため、片側のみを示す。

Fig. 3 (b) より、初期配置は壁面付近を除き、おおむね 50 vol% になっており、均一に初期配置ができていているといえる。壁面付近は粒子数も少なく、かつ大きな粒子は存在しにくいため、6 mm 粒子割合は小さくなっている。

3. 偏析性の評価方法

本研究では偏析性を「ホッパー内部の 6 mm 粒子の体積割合 (VR_{hopper})」および「ホッパーから排出された粒子中の 6 mm 粒子の体積割合 ($VR_{discharge}$)」にて評価した。

「ホッパー内部の 6 mm 粒子の体積割合」は任意の時間におけるホッパー内部（未排出）の粒子体積のうち、6 mm 粒子が占める割合を各粒子の個数を基に Eq. (6) を用いて算出した。

「ホッパーから排出された粒子中の 6 mm 粒子割合」は任意の時間 t_1 から t_2 の間にホッパーから排出された粒子体積のうち、6 mm 粒子が占める割合を各粒子の個数を基に Eq. (7) を用いて算出した。

$$VR_{hopper}[\text{vol}\%] = \frac{N_t^6 \times 27}{N_t^6 \times 27 + N_t^2} \times 100 \quad (6)$$

$$VR_{discharge}[\text{vol}\%] = \frac{(n_{t_2}^6 - n_{t_1}^6) \times 27}{(n_{t_2}^6 - n_{t_1}^6) \times 27 + (n_{t_2}^2 - n_{t_1}^2)} \times 100 \quad (7)$$

また、形状に応じてホッパーからの粒子の排出が終わる時間が異なったため、Eq. (8) に示した排出粒子割合 (DR) を用いて標準化した。

$$DR[\text{vol}\%] = \frac{(189000 - N_t^6) + (7000 - N_t^2) \times 27}{189000 + 7000 \times 27} \times 100 \quad (8)$$

Table 2 Conditions of hopper shape

Name	Inlet diameter, i [mm]	Ratio of inlet/outlet diameter [-]	Hopper slope, θ [deg]
Case 1	84	2	60
Case 2	126	3	60
Case 3	168	4	60
Case 4	168	4	45
Case 5	168	4	30
Case 6	168	4	75

Fig. 4 Effect of inlet/outlet diameter on VR_{hopper}

4. 結果と考察

本研究において評価したホッパー形状の一覧を **Table 2** に示す。Fig. 2 に示した胴体部と排出部の直径比 (i/o 比) およびホッパー角度 θ の影響を評価した。はじめに i/o 比が偏析性に与える影響について述べる。**Figs. 4** および **5** に i/o 比を操作した時の VR_{hopper} , $VR_{discharge}$ の推移を示す。

Fig. 4 よりホッパー内部の 6 mm 粒子はいずれの形状においても単調に減少していることがわかる。これは 6 mm 粒子が混合比 (50 vol%) よりも高い割合で排出されていることを表しており、偏析が起きていることを意味している。特に DR が 70 vol% を超えた後、 VR_{hopper} が低下する傾きに変化し始めており、 i/o 比が大きくなるにつれて、 VR_{hopper} の傾きが大きく、偏析しやすいことがわかった。さらに Fig. 5 の排出粒子中の傾向を見ても、 i/o 比が大きいほど、6 mm 粒子割合は早く低下しており、偏析しやすくなっていた。

終流にて i/o 比が大きいほど、偏析しやすくなる原因を検討するためにホッパー内部での排出の様子を観察した。**Fig. 6** に Case 3 の排出挙動のスナップショットを示す。Fig. 6 はホッパーを半分に分割した際の断面を表している。排出が進むにつれ、粉体層表面は中央が凹んだ斜面状になっており、ファネルフローが形成されていることがわかる。これは特にコンカル部に粉体層表面がある時に顕著であった。斜面では大きな粒子は小さな粒子よりも自重で中央へ転がりやすくなる。それにより、排

Fig. 5 Effect of inlet/outlet diameter on $VR_{discharge}$

Fig. 6 Snapshots of granular flow in a hopper
(a) DR :10 vol%, (b) 50 vol%, (c) 70 vol%

出過程で排出部上部での大粒子の偏りが起き、偏った部分が排出される際にホッパー内部の 6 mm 粒子割合は大きく低下すると考えた。この考察を検証するために以下でホッパー内部の 6 mm 粒子割合の分布を確認した。

Fig. 7 にホッパー内部での 6 mm 粒子の分布を示す。Fig. 7 より、粉体層表面がコンカル部にある DR が 80 vol% のときの大粒子割合は排出部上部が高く、壁面側が低くなっており、偏析が顕著になっていることがわかる。このように終流では転がり偏析が起き、大粒子がリッチな部分が排出され始めるために VR_{hopper} が低下する傾きが大きくなったと考える。そして、排出部上部の大粒子がリッチな部分の排出が終わった後に壁面部にあった大粒子割合が低い部分の排出が始まるため、Fig. 5 のように $VR_{discharge}$ は終流でのみ低下したと考えられる。

次に **Fig. 8** に鉛直方向の速度の分布を示す (視覚的にわかりやすくするために 0~0.2 m/s のレンジにしているが、それよりも速い粒子も存在する)。Fig. 8 より、排出部上部の速度が大きいことがわかる。また、Case 3 (Fig. 8 (c)) について同じ高さでの速度を排出部上部と壁面で比較すると、排出部上部よりも壁面 (外側) の方が遅く、ホッパー内部で速度差が生じていた。つまり、壁面の粒子は鉛直方向には動かず、排出部上部の粒子から落下するために粉体層表面では斜面が形成されたと考えた。一方で Case 1 (Fig. 7 (a)) のように i/o 比が小さくなると、

Fig. 7 6 mm particle distribution in the Case3 hopper
(a) DR: 10 vol%, (b) 50 vol%, (c) 80 vol%

Fig. 8 Vertical velocity distribution in hopper
(a) $i/o = 2$, (b) $i/o = 3$, (c) $i/o = 4$

Fig. 10 Effect of hopper slope θ on $VR_{discharge}$

Fig. 9 Effect of hopper slope θ on VR_{hopper}

速度差が小さくなり、ファネルフローが形成されないため大粒子の偏在が起こらず、Figs. 4 および 5 のように偏

Fig. 11 Vertical velocity distribution in hopper
(a) 30 deg, (b) 60 deg, (c) 75 deg

析しにくいと考えられる。

次に角度の影響について評価した。Figs. 9 および 10 にホッパーの角度を操作した時の VR_{hopper} 、 $VR_{discharge}$ の推移を示す。Figs. 9 および 10 より終流での偏析は角度が小さくなるにつれて、悪化した。これは Ketterhagen ら[10]

が実験的に確認した結果とも一致している。

角度が大きくなることで偏析しにくくなる原因を考察するために、同様に排出時の鉛直方向の速度分布を確認した。その結果を Fig. 11 に示す。Fig. 11 に示したように角度が大きくなるにつれて、鉛直方向の速度が一様になっていることがわかる。これにより、*i/o* 比の検討と同様のメカニズムにより偏析しにくくなったと考えられる。

以上より、偏析を防止するためにはホッパー内部での鉛直方向の速度差をなくすことが重要であると考えられる。今回の知見から、*i/o* 比を小さく、かつ角度を大きくすることが有効であると考えられる。

5. 結 論

本研究ではホッパーの形状が偏析性に与える影響とそのメカニズムを DEM シミュレーションにより解析した。ホッパーの形状として、胴体部と排出部の比およびコンカル部の角度の影響を評価した。胴体部と排出部の比を小さくすること、コンカル部の角度を大きくすることで偏析しにくくなることがわかった。また、偏析はホッパー内部での鉛直方向の速度差に起因していることが示唆された。また、各ホッパー形状での計算時間は 1 日未満であり、装置設計に DEM シミュレーションを用いる上で実用的な範囲であった。

Nomenclature

m_s	: mass of solid particle	[kg]	N^6	: Number of 6 mm particle in hopper	[-]
a_s	: acceleration of solid particle	[m/s ²]	N^2	: Number of 2 mm particle in hopper	[-]
F_c	: contact force	[N]	n^6	: Number of 6 mm particle discharged from hopper	[-]
F_g	: gravitational force	[N]	n^2	: Number of 2 mm particle discharged from hopper	[-]
$\dot{\omega}$	: Angular acceleration	[rad/s ²]	DR	: Volume ratio of discharged particle against all particle	[vol%]
T_s	: Torque of solid particle	[N·m]	<i>i/o</i>	: Ratio of hopper inlet and outlet diameter	[-]
I_s	: Momentum of inertia	[kg·m ²]	Subscript		
k	: spring constant	[N/m]	t	: tangential component	
δ	: Displacement	[m]	n	: normal component	
η	: Damping coefficient	[kg/s]	hopper	: Particle in hopper	
v	: Relative velocity	[m/s]	discharge	: Particle discharged from hopper	
θ	: Angle	[deg]	t	: time	
Φ_R	: Particle size ratio	[-]			
X_{jL}	: Limiting value of fine particle mass fraction for segregation	[-]			
V/R	: Volume ratio	[vol%]			

References

- [1] Funtai Kougakukai, Futai Kougaku Binran, Nikkan Kogyo (1998) p.241.
- [2] P. A. Cundall, O. D. L. Strack, A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique* 29 (1979) 47–65.
- [3] M. Yamamoto, S. Ishihara, J. Kano, Influences of the blades geometry on the mixing phenomena in an agitating mixer, *J. Soc. Powder Technol., Japan* 50 (2013) 851–856.
- [4] D. Sakaniwa, J. Wang, Y. Takayama, M. Sakai, Discrete element method and continuum modeling simulation and observation behavior on a cyclone collector, *J. Soc. Powder Technol., Japan* 53 (2013) 4–13.
- [5] M. Suzuki, K. Matsumoto, Gravitational flow behavior of granular materials in mass-flow hoppers, *J. Soc. Powder Technol., Japan* 46 (2009) 738–749.
- [6] U. Tüzün, R. M. Nedderman, Gravity flow of granular materials round obstacles-I, *Chem. Eng. Sci.* 40 (1985) 325–336.
- [7] S. C. Yang, S. S. Hsiau, The simulation and experimental study of granular materials discharged from a silo with the placement of inserts, *Powder Technol.* 120 (2001) 244–255.
- [8] Y. Zhao S. Yang, L. Zhang, J. W. Chew, DEM study on the discharge characteristics of lognormal particle size distributions from a conical hopper, *AIChE J.* 64 (2018) 1174–1190.
- [9] P. Arteaga, U. Tüzün, Flow of binary mixtures of equal-density granules in hoppers-size segregation, flowing density and discharge rates, *Chem. Eng. Sci.* 45 (1990) 205–223.
- [10] W. R. Ketterhagen, J. S. Curtis, C. R. Wassgren, A. Kong, P. J. Narayan, B. C. Hancock, Granular segregation in discharging cylindrical hoppers: A discrete element and experimental study, *Chem. Eng. Sci.* 62 (2007) 6423–6439.
- [11] W. R. Ketterhagen, J. S. Curtis, C. R. Wassgren, B. C. Hancock, Modeling granular segregation in flow from quasi-three-dimensional, wedge-shaped hoppers, *Powder Technol.* 179 (2008) 126–143.
- [12] M. Sakai, Numerical simulation of granular flows, *Maruzen* (2012) p.17–23.