密充填乾燥粉体層への平板貫入に対する角度の影響 (実粒子サイズによる大規模 DEM 解析)

宮井 慎一郎^{1,2,3}, 小早川 昔離野³, 辻 拓也^{1,3*}, 田中 敏嗣^{1,3}

Influence of Angle on Plate Penetration into Dense Granular Materials (Large-scale DEM Simulation Using Real Particle Size)

Shinichiro Miyai^{1,2,3}, Murino Kobayakawa³, Takuya Tsuji^{1,3*} and Toshitsugu Tanaka^{1,3}

Received 17 May 2019; Accepted 10 July 2019

Plate penetration into dry granular materials is numerically studied using a large-scale discrete element method (DEM). To investigate the effects penetration angle on the interactions between particles and the plate, the simulations with the different angles from 0 (vertical penetration) to 60 degree are compared. The results show that the drag force acting on the plate increases with a decrease in the penetration angle. For all cases, the formation of shear bands from the plate tip to the free surface in the bed is confirmed. The analysis of energy consumption in the bed shows that most of the energy input to the bed by the plate is locally dissipated by sliding frictions between particles in shear bands. As the penetration angle decreases, the amount of energy dissipation due to the friction increases in the shear bands formed near the plate tip.

Keywords: Penetration, Resistance force, Shear band, Discrete element method.

1. 緒 言

粉体層へ物体を貫入させると、粉体層を構成している粒子との相互作用により物体に力が生じる[1–3]。その発生機構の詳細を解明することは、建設・鉱山機械の掘削抵抗力の低減[4,5]、地盤中の杭の支持力の確保[6]、コーン貫入試験の精度向上[7]、不整地上を移動するロボットの推進力の発生[8]などにおいて大変重要である。これまでさまざまな基礎研究が行われており、貫入深さが比較的浅い場合は、貫入深さや貫入物形状[9]、貫入速度[10]の影響を特に受けることが報告されている。一方、高充填の粉体層への貫入時には、層内に不連続にせん断帯が形成され、それに伴う作用力変動が生じることが報告されている[11]。しかし、これらの研究は粉体層表面に対

して物体が垂直方向に貫入する場合に限られており、貫入角度がおおよそ影響についてほとんど検討されていない。建設・鉱山機械の掘削をはじめとして、物体が傾きをもって貫入するような状況は数多く存在することから、貫入角度が粒子と貫入物間の相互作用へ与える影響を検討することは重要である。

Wei ら[12]は、地盤調査法の一つであるコーン貫入試験を対象とし、三次元有限要素法をベースとした数値解析により貫入角度の影響を検討した。水平な土砂層表面に対して、垂直な場合と、傾けて貫入した場合の結果を比較しており、貫入角度が大きくなるにつれて、貫入抵抗力が大きくなったと報告している。また、地盤内の初期応力状態の影響についての検討もあわせて行っており、地盤内の垂直方向応力が水平方向応力に対して相対的に大きくなるに従い、貫入抵抗力が大きくなることを示した。Jiang ら[13]は、二次元の離散要素法 (Discrete element method: DEM) により、コーン貫入を対象として貫入角度依存性を検討した。先端面に作用する貫入抵抗力は、Wei らの結果と同様に貫入角度が大きくなるに従い大きくなり、貫入方向に垂直な方向に作用する力 (揚力) についても、垂直貫入の場合はほぼ 0 であるのに対して、貫入角度に応じて大きくなることを示した。さらに、これらの作用力の貫入角度依存性は、貫入深さが小さいほど顕著であるとも報告している。粉体層内の粒子挙動の観察より、傾斜側とその反対側で粒子運動が大きく異な

1 大阪大学大学院 工学研究科 機械工学専攻
(〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1)
Department of Mechanical Engineering, Osaka University
(2-1 Yamada-oka, Suita, Osaka 565-0871, Japan)

2 株式会社小松製作所 開発本部
(〒 254-8567 神奈川県平塚市万田 1200)
Development Division, Komatsu Ltd.
(1200 Manda, Hiratsuka, Kanagawa 254-8567, Japan)

3 大阪大学 コマツみらい建機協働研究所
(〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1)
Komatsu MIRAI Construction Equipment Cooperative Research
Center, Osaka University
(2-1 Yamada-oka, Suita, Osaka 565-0871, Japan)

* Corresponding Author tak@mech.eng.osaka-u.ac.jp

るなど、層内部の構造についても言及しているが、これらの研究においては、作用力の貫入角度依存性のメカニズムについてほとんど言及されておらず、いまだに明らかにされていない。

本研究では、貫入物の形状を端部が平坦な矩形平板に限定して、作用力と粉体層挙動の貫入角度への依存性について、三次元 DEM を用いて詳細な検討を行った。本報告では、密充填かつ乾燥し、付着力のない粉体層への貫入を対象とした。おもに計算負荷の低減を目的として、DEM による検討は粒子サイズを実際よりも大きくし、粒子数を減らして実施されることが多い（たとえば[14,15]）が、粒子サイズが作用力や粉体層の変形挙動に影響を与えることが報告されており[16,17]、本研究では、実際の砂粒子サイズ相当である平均粒径 $d_{50} = 0.32 \text{ mm}$ の粒子を用いた最大 4600 万個粒子による大規模並列シミュレーションを実施した。

2. 解析方法

2.1 DEM

DEM は、粒子個々の運動を運動方程式に基づき求め、粉体層全体の挙動を表現する手法である。すべての粒子は、微小変形を仮定した粘弾性体であり、計算上は、粒子間のオーバーラップ量に基づき粒子の微小変形量と近接粒子間の接触力を与える。一般的には、粒子間や粒子-物体間の接触力は、それぞれ弾性、減衰、摩擦特性を表す線形バネ、ダッシュポット、摩擦スライダの各要素を組み合わせることにより表わされる。本研究では、さらに同様の要素でモデル化した Jiang らの回転抵抗モデル (rolling and twisting resistances model) [18] を導入した。一般的に回転抵抗モデルは、粒子の非球形性に起因する、粒子間の相対回転に対する抵抗を表現したものである。ここで、ねじり方向 (twisting direction) を接触する 2 粒子 i, j の中心間単位ベクトル $\mathbf{n}_{ij}$ に平行な方向、転がり方向 (rolling direction) をねじり方向に対して直交する方向として定義する。3 次元 DEM で採用されている回転抵抗モデルの多くは、相対回転に対する抵抗モーメントを転がり方向にのみ粒子に作用させるが、Jiang らのモデルはこれに加えてねじり方向についても考慮したモデルである。 ω_i, ω_j を粒子 i, j の角速度、 ω_R, ω_T をそれぞれ転がり方向とねじり方向の相対角速度成分とすると、次式によって求められる。

$$\omega_R + \omega_T = \omega_i - \omega_j \quad (1)$$

$$\omega_T = [(\omega_i - \omega_j) \cdot \mathbf{n}_{ij}] \mathbf{n}_{ij} \quad (2)$$

個々の接触点での作用力について、法線方向力 F_N 、接線方向力 F_S 、転がり方向の抵抗モーメント M_R 、ねじり方向の抵抗モーメント M_T とすると、それぞれ次式によって表される。

$$F_N = (k_N \Delta x_N + c_N v_N) v_N / |v_N| \quad (3)$$

$$F_S = \min(k_S \Delta x_S + c_S v_S, \mu |F_N|) v_S / |v_S| \quad (4)$$

$$M_R = \min(k_R \Delta \theta_R + c_R \omega_R, 0.25 r \beta \zeta_c |F_N|) \omega_R / |\omega_R| \quad (5)$$

$$M_T = \min(k_T \Delta \theta_T + c_T \omega_T, 0.65 r \beta \mu |F_N|) \omega_T / |\omega_T| \quad (6)$$

ここで、 k はバネ定数、 c は粘性係数である。 Δx 、 $\Delta \theta$ はそれぞれ並進、回転に関するオーバーラップ量、 v 、 ω はそれぞれ接触粒子間の相対速度、相対角速度を表す。また、添え字の N, S, R, T は方向を表し、それぞれ法線方向、接線方向、転がり方向、ねじり方向を示す。接線方向、転がり方向、ねじり方向には、摩擦スライダ要素による散逸がモデル化されている。摩擦スライダの働きを表す概念図を Fig. 1 に示す。接線方向、転がり方向、ねじり方向の力は、バネ要素とダッシュポット要素により計算された値が、それぞれ法線方向力に基づく値 F_{S0} 、 θ_{R0} 、 θ_{T0} を超えた場合は、摩擦スライダにより F_{S0} 、 θ_{R0} 、 θ_{T0} に修正され、上限値を超えないよう制限される。このとき、オーバーラップ量 Δx_S 、 $\Delta \theta_R$ 、 $\Delta \theta_T$ についても、それぞれの上限値 Δx_{S0} 、 $\Delta \theta_{R0}$ 、 $\Delta \theta_{T0}$ を超える場合は、 Δx_{S0} 、 $\Delta \theta_{R0}$ 、 $\Delta \theta_{T0}$ に修正される。このときの修正量を、すべり量 $\Delta x_S^{\text{slip}} = \Delta x_S - \Delta x_{S0}$ 、 $\Delta \theta_R^{\text{slip}} = \Delta \theta_R - \Delta \theta_{R0}$ 、 $\Delta \theta_T^{\text{slip}} = \Delta \theta_T - \Delta \theta_{T0}$ とする。ここで、 β は shape parameter、 ζ_c は local crushing parameter であり、これらは回転抵抗モデルのモデルパラメータである。 r は代表粒径を表し、 $r = d_i d_j / (d_i + d_j)$ で定義される。 μ は粒子間のすべり摩擦係数である。法線方向の粘性係数 c_N は、粒子の反発係数 e に基づき決定した [19]。接線方向のバネ定数 k_S と粘性係数 c_S は、粒子のポアソン比 ν にもとづきそれぞれ、 $\nu = k_S / k_N$ 、 $\nu^2 = c_S / c_N$ より求めた。転がり方向とねじり方向のバネ定数と粘性係数は、それぞれ Jiang らと同様に $k_R = 0.25(\beta r)^2 k_N$ 、 $k_T = 0.5(\beta r)^2 k_N$ 、 $c_R = 0.25(\beta r)^2 c_N$ 、 $c_T = 0.5(\beta r)^2 c_N$ とした [18]。粒

Fig. 1 Tangential, rolling and twisting contact response system

子 i の並進と回転運動方程式は、接触点の作用力からそれぞれ次式によって表される。

$$m_i \frac{dv_i}{dt} = \sum_j (F_N^j + F_S^j) + m_i g \quad (7)$$

$$I_i \frac{d\omega_i}{dt} = \sum_j (r_i^j \times F_S^j + M_R^j + M_T^j) \quad (8)$$

ここで、 m_i 、 I_i は粒子 i の質量と慣性モーメント、 v_i は粒子 i の速度ベクトル、 r_i は粒子 i の中心から接触点へ向かうベクトル、 g は重力加速度を示す。また、添え字の j は粒子 i と接触している要素（粒子、平板、壁面）との接触に関することを示す。運動方程式は、エネルギー保存に優れた Symplectic Euler 法により解いた。

2.2 パラメータ設定

本研究では、球形状のガラスビーズ（平均粒径 $d_{50} = 0.32$ mm、均等係数 $d_{60}/d_{10} = 1.1$ ）を想定した。計算中に使用した各パラメータを Table 1 に示す。粒度分布は直径 $d = 0.31 \sim 0.34$ mm の粒子を用いることで、平均粒径と均等係数を実物に合わせた。密度 ρ 、反発係数 e 、すべり摩擦係数 μ 、ポアソン比 ν はガラスビーズの物性値を用いた。ここで、貫入平板は十分に研磨されたステンレス、壁面はアクリルであるとした。また、法線方向バネ定数 k_N と回転抵抗モデルパラメータである Shape parameter β と Local crushing parameter ζ_C は、コーン貫入実験による事前検討から得た。

2.3 解析条件

Fig. 2 に示すように、一定の厚さ B を持つ平板の粉体層への貫入問題として検討を行った。貫入角度 θ_p を初期の粉体層表面に対して垂直な方向からの傾きとして定義し、 θ_p を 0, 15, 30, 60 deg とした 4 条件について比較検討を行った。平板の貫入方向は、平板と常に平行である。平板の厚みを $B = 20$ mm とすることで、粒子サイズに対して十分に厚みは大きく ($B/d_{50} = 63$)、作用力へ与える粒子サイズの影響はほぼ無視できる[16]。貫入方向の平板の長さは、平板が粉体層に完全に埋まることがないように十分大きく設定した ($\theta_p = 0$ deg の場合 200 mm, $\theta_p > 0$ deg の場合 400 mm)。貫入速さは作用力にほとんど

Fig. 2 Plate penetration test conditions

影響のない範囲である $V_p = 100$ mm/s で一定とし[20]、平板の先端が初期の粉体層表面から深さ（貫入深さ）が $z_p = 110$ mm に達するまで貫入させた。奥行き方向（ x 軸方向）には周期境界条件を課し、準二次元問題として取り扱った。ただし、DEM 計算自体は三次元である。奥行き方向（ x 軸方向）の計算領域（平板サイズも同様）の大きさは、最大粒子径 d_{max} の 20 倍である $D = 6.8$ mm とした。また、幅方向（ y 軸方向）は固体壁とし、側壁面の影響を無視できるように、事前検討の結果をもとに、幅方向の計算領域サイズを $\theta_p = 0$ の場合 $W = 500$ mm、それ以外の条件は $W = 650$ mm と十分に大きくとった。高さ方向（ z 軸方向）の計算領域サイズについても、粉体層の振舞いに影響を与えないよう $H = 1000$ mm と十分大きくとった上で、底面を固体壁とした。粉体層は、これらの領域内においてランダム速度を与えた粒子を空中に発生させ、自由落下させることで充填させた。粉体層高さは計算領域底面から高さ 300 mm になるよう、自由落下させた後で所定の高さ以上に位置する粒子を除去した。ガラスビーズ粉体層を実際に密充填させた際に得られるバルク充填率 ($\phi_0 = 0.63$) に合わせるため、粒子の動きが落ち着くまでは、粒子間のすべり摩擦係数を調整し、回転抵抗モデルは使用しなかった ($M_R = M_T = 0$)。このようにして DEM 計算で得られた粒子のバルク充填率は、 $\phi_0 = 0.63$ であった。

3. 解析結果および考察

3.1 平板への作用力

貫入中に平板が粉体層から受ける作用力について、貫入方向の力を抗力（Drag force） F_D 、貫入方向に垂直な方向の力を揚力（Lift force） F_L とし、それぞれの貫入深さ z_p に対する変化を Figs. 3, 4 に示す。Fig. 2 に示すように、抗力は貫入方向と逆の方向を正に、揚力は自由界面へ向かう方向（ $-y$ かつ $+z$ 方向）を正とした。ただし、 $\theta_p = 0$ deg の場合の揚力については、 $-y$ 方向を正とした。図より、平板の貫入に伴い、抗力・揚力ともに増加し、いずれの条件においても常に $F_D > F_L$ となった。抗力は θ_p

Table 1 Calculation parameters

Parameter	Value
Particle diameter, d [mm]	0.31–0.34
Particle density, ρ [kg/m ³]	2,610
Poisson's ratio, ν [–]	0.25
Coefficient of restitution, e [–]	0.9
Coefficient of sliding friction, μ [–]	
Particle – particle	0.31
Particle – wall	0.20
Particle – plate	0.27
Shape parameter, β [–]	0.04
Local crushing parameter, ζ_C [–]	2.1
Normal spring constant, k_N [N/m]	1.6×10^4
Time increment, Δt [s]	1.0×10^{-6}

Fig. 3 Drag force F_D as function of penetration depth z_p

Fig. 4 Lift force F_L as function of penetration depth z_p

が小さくなるにつれて大きくなった。一方、揚力は検討を行った中では、 $\theta_p = 30$ deg の場合がもっとも大きくなった。貫入角度の変化による、作用力の大小関係は、前述した Wei ら[12]や Jiang ら[13]のコーン貫入における結果とは異なる結果が得られた。また、抗力・揚力ともに貫入の進行にともなう変動が貫入角度によらず見られた。Tapia らにより、密充填粉体層への垂直貫入実験において、同様の抗力変動の発生が報告されている[11]。

貫入角度が作用力に与える影響をより詳細に検討するため、抗力・揚力ともに平板の先端面、右面、左面の3つの面それぞれに作用している力成分に分解し、それぞれ Figs. 5, 6 に示す。 θ_p によらず、抗力は先端面に作用する力が支配的であり、変動も先端面に働く成分によることがわかる。一方、揚力は θ_p により、各面に作用する力の大小関係が異なった。 $\theta_p = 0$ deg の場合、右面と左面での揚力の大きさは同程度であり、互いに向き合う方向に働くため打ち消し合う。その結果、先端面に働く揚力のみとなる。 $\theta_p > 0$ deg の場合でも、右面と左面それぞれに作用する揚力は、互いに打ち消し合う向きに作用するが、常に左面より右面の方が大きいことがわかる。また、先端面についても揚力方向の力は正方向に作用することから、結果的に平板に作用する揚力は正方向、つまり自由界面へと向かう方向に作用することがわかる。 $\theta_p = 30$ deg までは右面が受ける正の揚力方向への力は、 θ_p が大きくなるにつれて増加するが、 $\theta_p = 60$ deg では $\theta_p = 30$ deg のときと比べて減少した。一方、左面が受ける負の揚力方向の力は、 θ_p が大きくなるにつれて増加する傾向にあった。これらの結果として、検討を行った中では $\theta_p = 30$ deg

Fig. 5 Drag force F_D on each surface

Fig. 6 Lift force F_L on each surface

の場合がもっとも大きくなった。抗力と同様、揚力の変動についても先端面に働く力成分によるものであることがわかる。

本項で示した貫入角度による作用力の違いについて、粉体層挙動との関係を検討することで、そのメカニズムについて考察する。

3.2 粉体層挙動

粉体層内の粒子運動を検討するため、Fig. 7 に Eq. (9) で表される個々の粒子がもつ運動エネルギー $e_i^{ki}(t)$ の分布を示す。

$$e_i^{ki}(t) = \frac{1}{2}[m_i|\mathbf{v}_i(t)|^2 + I_i|\boldsymbol{\omega}_i(t)|^2] \quad (9)$$

$\theta_p = 0 \text{ deg}$ の場合、平板の両側で粒子の運動が見られる。一方、 $\theta_p > 0 \text{ deg}$ の場合、粒子運動は右側ではほとんど見られず、ほぼ左側に限られている。Jiang ら[13]のコーン貫入計算では、 $\theta_p > 0 \text{ deg}$ の場合、コーンの両側で粒子の流動が見られたと報告しているが、Jiang らの計算における貫入物は、先端形状が 60 deg の鋭角を持つものに対して本研究で用いたものは平坦面である。この違いにより、貫入物先端近傍での局所的な粒子の挙動が異なり、結果的に作用力の貫入角度依存性も異なったものと考えられる。先端形状の影響による作用力や粒子挙動が変化するメカニズムの解明は今後の課題である。

密充填粉体層の場合、粒子と物体の相互作用による動的な振舞いの特徴として、層内にせん断帯が不連続に形成されることが挙げられる[21, 22]。粉体層へ平板を垂直貫入させたときのせん断帯の発達について、Tapia らは貫入中の層変形を、側方から観察し画像解析により検討した[11]。その結果、初期充填率が高い場合、貫入の進行により層内部にせん断帯が間欠的に形成され、それにともない平板への抗力が変動することを示した。また、新たなせん断帯の形成が見られた後、平板に働く抗力が一時的に低下したと報告している。本研究では、層内部に形成するせん断帯の発達過程への貫入角度依存性を明らかにするため、Tapia らと同様、層内の最大せん断ひずみ速度により、せん断帯の観察を行った。最大せん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}$ は、計算領域を格子に分割し、各格子内に含まれる粒子の並進速度に基づき、次式により計算した[22]。

ここでは、格子サイズを y, z 方向ともに粒子の最大直径 (0.34 mm) とした。

$$\dot{\gamma} = \sqrt{(\dot{e}_{yy} - \dot{e}_{zz})^2/4 + \dot{e}_{yz}^2} \quad (10)$$

ここで、 $\dot{e}_{yy}$, $\dot{e}_{zz}$, $\dot{e}_{yz}$ は、それぞれ次式により求め、 u_y , u_z は各格子内に含まれる粒子の平均速度である。

$$\dot{e}_{yy} = \partial u_y / \partial y \quad (11)$$

$$\dot{e}_{zz} = \partial u_z / \partial z \quad (12)$$

$$\dot{e}_{yz} = (\partial u_y / \partial z + \partial u_z / \partial y) / 2 \quad (13)$$

最大せん断ひずみ速度分布を Fig. 8 に示す。せん断帯形成と平板先端面に作用する抗力には強い相関があると考えられることから、Fig. 5 において平板先端に働く抗力が局所的極大値 (a, d, g, j), 局所的極小値 (b, e, h, k), 局所的極小値と局所的極大値の間の値 (c, f, i, l) になったときの結果をそれぞれ示している。なお、これらの図は、平板近傍のみを拡大して表示しており、 y 方向、 z 方向ともに十分に大きい。いずれの場合も、高いせん断ひずみ速度を示す領域の局所化が見られ、これらがせん断帯であると考えられる。 $\theta_p = 0 \text{ deg}$ の場合、Fig. 8 (c) に示す破線のように、せん断帯は平板先端の両側の端部 (B, C) からそれぞれ平板先端前方 (A) に向けて形成し、さらに A 近辺から自由界面 (D, E) へ向けて形成した。 $\theta_p > 0 \text{ deg}$ の場合、例として Fig. 8 (l) に示す破線のように、せん断帯は平板先端の右側端部 (F) から自由界面 (H) へ向けて形成していることがわかる。平板先端の左側端部 (G) から形成されるせん断帯は、例として Fig. 8 (l) に示すように、自由界面へと向かうせん断帯だけでなく、平板の左面 (I) へと向かうせん断帯が確認された。これらの左側端部より形成するせん断帯における $\dot{\gamma}$ の値は、右側端部 (F) より形成するせん断帯に比べ小さかった。

せん断帯の発達過程について検討すると、 θ_p によらず、抗力が局所的極大値となるときの (Figs. 8 (a, d, g, j)), 新たなせん断帯の形成が平板の先端より始まることがわかった。このとき、それまで発達していたせん断帯も依然存在しているが、貫入が進み、抗力が局所的極小値となるときまでには消滅した。せん断帯の形成と抗力変動の関係は、Tapia らの報告と同様であり、平板先端面への抗力の変動は、貫入角度によらずせん断帯の間欠的な形成により生じることがわかった。抗力が局所的極小値となるときの (Figs. 8 (b, e, h, k)), $\theta_p = 0 \text{ deg}$ の場合は平板の両端部、 $\theta_p > 0 \text{ deg}$ の場合は平板の右側端部からそれぞれ形成されるせん断帯は、すべてのケースで自由界面まで発達している様子が見られた。このときの右側端部近傍でのせん断帯の形成角度 (せん断帯と y 軸のなす角度) は、 $\theta_p = 15, 30, 60 \text{ deg}$ の場合それぞれ $65, 45, 30 \text{ deg}$ と大きく異なり、 θ_p が小さいほど大きくなった。このため、 θ_p が小さいほど、せん断帯はより平板先端から下方方向に発達する傾向にあった。平板から離れたせん断帯の形成角度 (せん断帯と y 軸のなす角度) を比較すると、それぞれ $42, 38, 31 \text{ deg}$ と θ_p が小さいほど大きくなる

Fig. 7 Spatial distributions of kinetic energy e_i^{ki} in beds

Fig. 8 Spatial distributions of maximal shear strain rate $\dot{\gamma}$

傾向にあるが、 $\theta_p = 15 \text{ deg}$ と 60 deg を比べても、その差は 11 deg 程度であった。このことから、貫入角度が層内部のせん断帯形状に与える影響は、平板先端近傍で特に大きくなることがわかった。

せん断帯による局所的な粉体層の変形挙動を観察するため、 $\theta_p = 0, 60 \text{ deg}$ の2ケースについて粉体層内の局所充填率分布 ϕ_{Local} を Fig. 9 に示す。 $(\theta_p = 15, 30 \text{ deg})$ の結果は、 $\theta_p = 60 \text{ deg}$ と本質的に大きな違いはないので省略する。) ϕ_{Local} は、各粒子の重心を中心とする半径 $4d_{50}$ の検査球を設定し、この検査体積内に含まれる粒子体積を計算することにより求めた。粉体層の初期バルク充填率が密充填 ($\phi_0 = 0.63$) であったため、すべてのケースで膨張をとまなう粒子構造の変化が見られた。平板を垂直 ($\theta_p = 0 \text{ deg}$) に貫入した場合、平板の両側で充填率変化が見られた。一方、 $\theta_p > 0 \text{ deg}$ の場合、平板の右側ではほとんど充填率変化が見られないのに対して、左側では膨張する領域が見られた。Fig. 8 (c) と Fig. 9 (d), Fig. 8 (l) と Fig. 9 (h) をそれぞれ比較すると、せん断帯の発達が見られる領域 ($\theta_p = 0 \text{ deg}$ のときは平板先端近傍 (A) から自由界面 (D)、 $\theta_p = 60 \text{ deg}$ のときは平板先端右側端部 (F) から自由界面 (H)) と、局所的に膨張する領域が一致することがわかる。平板近傍から自由界面へと向かう局所的な膨張は、Fig. 9 (h) の破線 L に示すように、Fig. 8 (l) においてせん断帯の発達が見られない領域においても見られる。Fig. 9 (e) を見ると、これらの局所的な膨張もせん断帯の発達によって引き起こされたものであることがわかる。このような、平板の貫入にとまなう層内の局所的な膨張は、日高らの X 線による平板垂直貫入の層内観察結果でも報告されている[2]。平板先端から自由界面に向かう局所的な膨張領域の変化について観察すると、この膨張は瞬時に引き起こされるのではなく、Fig. 9 (b, f) の矢印 J や K で示すように、平板先端から徐々に起き

ることが今回の解析で明らかになった。

3.3 粉体層内のエネルギー変化

平板の貫入により粉体層へ投入されたエネルギーは、個々の粒子の位置エネルギー、運動エネルギー、弾性エネルギーに変換されるとともに、接触に伴い発生する摩擦や粘性により散逸される。実験において、粉体層中で発生するエネルギー散逸量を、測定することは困難であり、粉体層内でのエネルギー散逸構造について十分に理解されていない。Zhang ら[23]は、二軸圧縮試験中の粉体層内のエネルギー散逸構造について、DEM を用いた粒子レベルでの観察を行った。その結果、粒子間の接線方向摩擦による散逸量は、粒子の転がり方向摩擦や粘性による散逸量より大きく、粉体層の変形に伴うエネルギー散逸の支配要因であることを明らかにした。また、エネルギー散逸の空間構造について検討を行い、接線・転がり方向摩擦とともに、高エネルギー散逸領域がせん断帯の発達領域とほぼ一致することを示した。本項では、平板により粉体層へ投入されたエネルギーの変換内訳を明らかにするとともに、特に貫入角度が粉体層中でのエネルギー散逸構造に与える影響について検討を行った。

計算時間刻み幅 Δt に平板貫入により粉体層へ投入されるエネルギー量 ΔE_{in} は、次式により表される。

$$\Delta E_{\text{in}}(t) = F_D(t) V_p \Delta t \quad (14)$$

時刻 t における粒子 i の位置エネルギー量 e_i^{sp} 、および各接触点 j でのバネ要素による弾性エネルギー量 e_j^{el} は、それぞれ Eqs. (15), (16) で表される。

$$e_i^{\text{sp}}(t) = m_i g z_i(t) \quad (15)$$

$$e_j^{\text{el}}(t) = [k_N \Delta x_N(t)^2 + k_S \Delta x_S(t)^2 + k_R \Delta \theta_R(t)^2 + k_T \Delta \theta_T(t)^2] / 2 \quad (16)$$

Fig. 9 Spatial distributions of local packing fraction ϕ_{Local} in beds

Δt あたりに摩擦により散逸するエネルギー量は、それぞれ接線・転がり・ねじり方向についてすべりがある場合 ($\Delta x_s^{\text{slip}}, \Delta \theta_R^{\text{slip}}, \Delta \theta_T^{\text{slip}} > 0$)、次式で定義される[18]。

$$\Delta e_j^{\text{sf}}(t) = F_{S0} \Delta x_s^{\text{slip}}(t) \quad (17)$$

$$\Delta e_j^{\text{rf}}(t) = M_{R0} \Delta \theta_R^{\text{slip}}(t) \quad (18)$$

$$\Delta e_j^{\text{tf}}(t) = M_{T0} \Delta \theta_T^{\text{slip}}(t) \quad (19)$$

Δt 中に粉体層に対して新たに投入したエネルギー量は、 Δt 中に新たに層に蓄えられるエネルギー量と新たに散逸するエネルギー量の和と等しい。これより、 Δt 間あたりの粘性による散逸エネルギー量を次式から求めることができる。

$$\Delta E_d(t) = \Delta E_{\text{in}}(t) - [\Delta E_{\text{gp}}(t) + \Delta E_{\text{ki}}(t) + \Delta E_{\text{el}}(t) + \Delta E_{\text{sf}}(t) + \Delta E_{\text{rf}}(t) + \Delta E_{\text{tf}}(t)] \quad (20)$$

ここで $\Delta E_{\text{gp}}, \Delta E_{\text{ki}}, \Delta E_{\text{el}}$ は、それぞれ計算時間刻み幅 Δt における層全体としての位置・運動・弾性の各エネルギーの変化量である。 $\Delta E_{\text{sf}}, \Delta E_{\text{rf}}, \Delta E_{\text{tf}}$ は、それぞれ Δt における層全体としての接線・転がり・ねじり方向の摩擦によるエネルギー散逸量である。なお、事前検討の結果、これらのエネルギー量を精度よく計算できることを確認している。

$$\Delta E_{\text{gp}}(t) = \sum_i [e_i^{\text{gp}}(t) - e_i^{\text{gp}}(t - \Delta t)] \quad (21)$$

$$\Delta E_{\text{ki}}(t) = \sum_i [e_i^{\text{ki}}(t) - e_i^{\text{ki}}(t - \Delta t)] \quad (22)$$

$$\Delta E_{\text{el}}(t) = \sum_j [e_j^{\text{el}}(t) - e_j^{\text{el}}(t - \Delta t)] \quad (23)$$

$$\Delta E_{\text{sf}}(t) = \sum_j \Delta e_j^{\text{sf}}(t) \quad (24)$$

$$\Delta E_{\text{rf}}(t) = \sum_j \Delta e_j^{\text{rf}}(t) \quad (25)$$

$$\Delta E_{\text{tf}}(t) = \sum_j \Delta e_j^{\text{tf}}(t) \quad (26)$$

Fig. 10 に、計算時間刻み幅 Δt あたりに投入されたエネルギーに対する各エネルギーへの変換割合を示す。 θ_p により、各エネルギーへの変換割合はあまり大きな変化がないことがわかる。内訳としては、接線方向摩擦による散逸分 $\Delta E_{\text{sf}}/\Delta E_{\text{in}}$ が大きく、入力エネルギーの6割以上が、これによる散逸であることがわかった。次いで、転がり方向摩擦による散逸分 $\Delta E_{\text{rf}}/\Delta E_{\text{in}}$ が大きく、入力エネルギーの2割程度を占めた。一方で、保存エネルギーへの変換は、位置エネルギー分 $\Delta E_{\text{gp}}/\Delta E_{\text{in}}$ が大きく、運動エネルギー、弾性エネルギーへの変換が占める割合は小さかった。**Fig. 11** に接線方向摩擦による散逸量 ΔE_{sf} 、**Fig. 12** に位置エネルギー変化量 ΔE_{gp} の経時変化を示す。 ΔE_{sf} は

Fig. 10 Ratios of energy consumption to input energy as function of penetration depth

Fig. 11 Tangential frictional energy consumption ΔE_{sf} as function of penetration depth

Fig. 12 Gravitational potential energy ΔE_{gp} as function of penetration depth

抗力同様、 θ_p が大きくなるにつれて小さくなった。一方、 ΔE_{gp} については θ_p による違いはあまりなかった。

次に、エネルギー散逸の空間構造について検討を行った。最大せん断ひずみ速度を計算した際と同様の分割格子を用い、各格子内に含まれる粒子について、接線方向の摩擦によるエネルギー散逸量を合計したものを $\Delta \bar{e}_{sf}$ とした。結果をFig. 13に示す。それぞれ、抗力が局所的極小値と局所的極大値の間の値となるFigs. 8 (c, f, i, l)に対応する。この図より、 θ_p によらず平板先端端部から形成されるせん断帯近傍での散逸量が大きく、特に平板先端近傍で局所的に散逸していることがわかる。平板先端近傍での散逸をより詳細に検討するため、同じ貫入深さにおける接線方向摩擦によるエネルギー散逸量と最大せん断ひずみ速度分布を、コンター範囲を変えてFig. 14に再び示す。この図より、 $\theta_p = 0$ degでは平板先端端部(B, C)から前方(A)に向けて発達するせん断帯での散逸量が大きいことがわかる。一方、 $\theta_p > 0$ degでは、平板先端の右側端部(F)から発達するせん断帯での散逸量が大きく、平板端部に近づくにつれ散逸量は大きくなる傾向を確認できる。また、 θ_p が小さくなるにつれ、層全体で

Fig. 13 Spatial distributions of tangential frictional energy consumption $\Delta \bar{e}_{sf}$

の散逸量 ΔE_{sf} が大きくなるのと同様、平板先端での局所的な散逸量も大きくなることわかる。Figs. 8, 9にて示したように、平板先端近傍から粉体層の自由界面まで層の局所的な膨張を伴うせん断帯が発達するが、ここでのエネルギー散逸量は一様ではなく、特に平板先端近傍のせん断帯に集中してエネルギー散逸が起こることがわかった。この平板先端近傍に発達するせん断帯における散逸量は、貫入角度が小さくなるにつれて大きくなることから、結果的に抗力が大きくなったものと考えられる。これらの傾向は、抗力が局所的極小、局所的極大となるときでも同様であった。

4. 結 言

本研究では、密充填乾燥粉体層への平板貫入を対象とし、大規模並列DEMシミュレーションを用いて、貫入角度が平板へ働く抗力・揚力、および層内のせん断帯挙動とエネルギー散逸構造に与える影響を検討した。粉体層表面に対して垂直な方向と貫入方向のなす角度 θ_p について、0, 15, 30, 60 degの4ケースを比較した。得られた知見は以下の通りである。

- (1) 貫入角度によらず、抗力の大きさは揚力よりも常に大きかった。抗力は、貫入角度が小さくなるにつれて大きくなり、揚力については、検討を行った範囲

Fig. 14 Spatial distributions of tangential frictional energy consumption and maximal shear strain rate focused on near plate tip

においては $\theta_p = 30 \text{ deg}$ のときもっとも大きくなった。作用力を平板各面に作用する力成分に分解して検討した結果、抗力は貫入角度によらず、平板先端面に作用する成分の影響が支配的であることがわかった。一方、揚力については、貫入角度により各面の作用力の大小関係が変わることがわかった。

- (2) $\theta_p = 0 \text{ deg}$ の場合、平板の両側でせん断帯形成をともなう粉体層の大変形が見られた。 $\theta_p > 0 \text{ deg}$ の場合、平板を傾けた側（平板の右側）の層はほとんど変形せず、明確なせん断帯形成は確認できなかった。一方で、反対側（平板の左側）の層では、平板先端の右側端部から自由界面へ向かうせん断帯形成をともなう大変形が見られた。このせん断帯形成は、特に平板先端近傍で貫入角度の影響を受け、貫入角度が小さいほど、より平板先端から下方向に発達する傾向が見られた。
- (3) 層内にはせん断帯の発達にともなう局所的な層の膨張が見られた。この膨張は、貫入の進行により平板先端近傍から自由界面へ向けて徐々に引き起こされることがわかった。
- (4) 粉体層中におけるエネルギー散逸について検討した

結果、平板の貫入により粉体層へ投入されたエネルギーは、貫入角度によらず、接線方向摩擦により、その大部分が散逸していることがわかった。特に、せん断帯での粒子間摩擦による散逸が大きく、さらにこれは平板先端近傍に局所的に集中して散逸することがわかった。また、貫入角度が小さいほど、接線方向摩擦による層全体での散逸量ならびに平板先端近傍におけるせん断帯での局所的な散逸量は大きくなった。

層内に形成されるせん断帯は、貫入角度の影響を平板先端近傍において強く受ける。平板先端近傍のせん断帯におけるエネルギー散逸量は貫入角度が小さいほど大きくなるため、せん断帯の発達と関係があり、かつ抗力に関して支配的である平板先端面の抗力もこれにともない大きくなる。このように、平板の貫入によって発達するせん断帯の貫入角度依存性により、平板に働く抗力もこれにともなって貫入角度の影響を受けることを明らかにした。

[謝辞] 本研究は九州大学情報基盤研究開発センター研究用計算機システムの一般利用を利用した。

Nomenclature

B	: plate thickness	[m]	e_j^{sf}	: tangential frictional energy consumption of contact point j	[J]
c	: viscous damping	[J/mol]	e_j^{tf}	: twisting frictional energy consumption of contact point j	[J]
d	: particle diameter	[m]	f_D	: mean drag force on plate tip	[N]
d_i	: particle diameter of particle i	[m]	f_L	: mean drag force on plate tip	[N]
d_{max}	: maximum particle diameter	[m]	F_D	: drag force	[N]
d_{50}	: median particle diameter	[m]	F_L	: lift force	[N]
d_{60}/d_{10}	: uniformity coefficient	[-]	F_N	: normal force	[N]
$\Delta \bar{e}_{\text{sf}}$	: tangential frictional energy consumption per unit time	[J/s]	F_S	: tangential force	[N]
ΔE_d	: damping energy consumption per unit time in bed	[J/s]	F_{S0}	: limit value of tangential force	[N]
ΔE_{el}	: elastic energy per unit time in bed	[J/s]	F_N	: normal force	[N]
ΔE_{gp}	: gravitational potential energy per unit time in bed	[J/s]	g	: gravity acceleration	[m/s ²]
ΔE_{in}	: input energy per unit time in bed	[J/s]	H	: computational domain height	[m]
ΔE_{ki}	: kinematic energy per unit time in bed	[J/s]	I_i	: inertia moment of particle i	[kg·m ²]
ΔE_{rf}	: rolling frictional energy consumption per unit time in bed	[J/s]	k	: spring constant	[N/m]
ΔE_{sf}	: tangential frictional energy consumption per unit time in bed	[J/s]	M_R	: rolling moment	[N·m]
ΔE_{tf}	: twisting frictional energy consumption per unit time in bed	[J/s]	M_{R0}	: limit value of rolling moment	[N·m]
e	: coefficient of restitution	[-]	M_T	: twisting moment	[N·m]
$\dot{e}$	: particle velocity gradient in cell	[-]	M_{T0}	: limit value of twisting moment	[N·m]
e_i^{gp}	: gravitational potential energy of particle i	[J]	m_i	: mass of particle i	[kg]
e_i^{ki}	: kinematic energy of particle i	[J]	$\boldsymbol{n}_{ij}$	: unit vector from center of particle i to center of particle j	[m]
e_j^{el}	: elastic energy of contact point j	[J]	r	: representative radius	[m]
e_j^{rf}	: rolling frictional energy consumption of contact point j	[J]	$\boldsymbol{r}_i$	: vector from center of particle i to contact point j	[m]
			t	: time	[s]
			u	: particle velocity in cell	[m/s]
			$\boldsymbol{v}$	: particle velocity	[m/s]
			$\boldsymbol{v}_N$	: normal relative velocity between particles i and j	

v_s	: tangential relative velocity between particles i and j	[m/s]	Δx_s	: tangential displacement	[m]
v_i^D	: particle velocity in drag direction	[m/s]	Δx_{s0}	: limit value of tangential displacement	[m]
v_i^L	: particle velocity in lift direction	[m/s]	$\Delta \theta_R$	: rolling rotation	[rad]
V_p	: plate velocity	[m/s]	$\Delta \theta_{R0}$	: limit value of rolling rotation	[rad]
W	: computational domain width	[m]	$\Delta \theta_T$	: twisting rotation	[rad]
z_i	: height from bottom of computational domain to center of particle i	[m]	$\Delta \theta_{T0}$	: limit value of twisting rotation	[rad]
z_p	: penetration depth	[m]	ζ_C	: local crushing parameter	[-]
β	: shape parameter	[-]	θ_p	: penetration angle	[deg]
$\dot{\gamma}$	: maximal shear strain rate	[s ⁻¹]	μ	: coefficient of sliding friction	[-]
Δx_s^{slip}	: tangential sliding displacement	[m]	ν	: Poisson's ratio	[-]
$\Delta \theta_R^{\text{slip}}$	: rolling sliding rotation	[rad]	ρ	: particle density	[kg/m ³]
$\Delta \theta_T^{\text{slip}}$	: twisting sliding rotation	[rad]	ϕ_{Local}	: local packing fraction	[-]
ΔF_D	: fluctuation of drag force on plate tip	[N]	ϕ_0	: initial bulk packing fraction	[-]
ΔF_L	: fluctuation of lift force on plate tip	[N]	ω_i	: angular velocity of particle i	[rad/s]
Δt	: time increment	[s]	ω_R	: rolling relative angular velocity between particles i and j	[rad/s]
			ω_T	: twisting relative angular velocity between particles i and j	[rad/s]

References

- [1] J. Hidaka, S. Miwa, Generating mechanism of harmonic sound from singing sand, *J. Soc. Powder Technol.*, Japan 18 (1981) 301–310.
- [2] J. Hidaka, Y. Kirimoto, S. Miwa, K. Makino, Discontinuous flow and the frictional property of granular materials, *J. Soc. Powder Technol.*, Japan 22 (1985) 427–435.
- [3] M. Satoh, T. Iwasaki, K. Miyamoto, Characteristic curves of shearing for a powder bed measured with a rotary-intrusion-type rheometer, *J. Soc. Powder Technol.*, Japan 35 (1996) 510–515.
- [4] S. Miyai, T. Katsuo, T. Tsuji, T. Takayama, T. Tanaka, DEM modelling of the digging process of gravel: Influence of particle roundness, *Discrete element modelling of particulate media*, Discrete Element Modelling of Particulate Media, Royal Society of Chemistry (2012) 141–148.
- [5] J. Maciejewski, A. Jarzebowski, W. Trzaskowski, Study on the efficiency of the digging process using the model of excavator bucket, *J. Terramech.* 40 (2003) 221–233.
- [6] S. Lobo-Guerrero, L. E. Vallejo, Influence of pile shape and pile interaction on the crushable behavior of granular materials around driven piles: DEM analyses, *Granul. Matt.* 9 (2007) 241–250.
- [7] G. R. McDowell, M. D. Bolton, Effect of particle size distribution on pile tip resistance in calcareous sand in the geotechnical centrifuge, *Granul. Matt.* 2 (2000) 179–187.
- [8] J. Aguilar, D. I. Goldman, Robophysical study of jumping dynamics on granular media, *Nat. Phys.* 12 (2016) 278–283.
- [9] Z. Peng, X. Xu, K. Lu, M. Hou, Depth dependence of vertical plunging force in granular medium, *Phys. Rev. E* 80 (2009) 021301.
- [10] D. I. Goldman, P. Umbanhowar, Scaling and dynamics of sphere and disk impact into granular media, *Phys. Rev. E* 77 (2008) 021308.
- [11] F. Tapia, D. Espindola, E. Hamm, F. Melo, Effect of packing fraction on shear band formation in a granular material forced by a penetrometer, *Phys. Rev. E* 87 (2013) 014201.
- [12] L. Wei, M. Y. Abu-Farsakh, M. T. Tumay, Finite-element analysis of inclined piezocone penetration test in clays, *Int. J. Geomech.* 5 (2005) 167–178.
- [13] M. Jiang, Y. Dai, L. Cui, Z. Shen, X. Wang, Investigating mechanics of inclined CPT in granular ground using DEM, *Granul. Matt.* 16 (2014) 785–796.
- [14] J. Butlanska, M. Arroyo, A. Gens, Size effects on a virtual calibration chamber, *Proc. 7th European Conf. on Numerical Methods in Geotechnical Engineering*, Norway (2010) 225–230.
- [15] M. Arroyo, J. Butlanska, A. Gens, F. Calvetti, M. Jamiolkowski, Cone penetration tests in a virtual calibration chamber, *Geotechnique* 61 (2011) 525–531.
- [16] M. D. Bolton, M. W. Gui, J. F. Corte, G. Bagge, J. Laue, R. Renzi, Centrifuge cone penetration tests in sand, *Geotechnique* 49 (1999) 543–552.
- [17] M. Kobayakawa, S. Miyai, T. Tsuji, T. Tanaka, Large-scale DEM simulation of plate drag in closely packed dry granular materials (Particle size effect), *J. Soc. Powder Technol.*, Japan 56 (2019) 211–217.
- [18] M. Jiang, Z. Shen, J. Wang, A novel three-dimensional contact model for granulates incorporating rolling and twisting resistances, *Comp. Geotech.* 65 (2015) 147–163.
- [19] Y. Tsuji, T. Kawaguchi, T. Tanaka, Discrete particle simulation of two-dimensional fluidized bed, *Powder Technol.* 77 (1993) 79–87.
- [20] Q. A. Tran, B. Chevalier, P. Breul, Discrete modeling of penetration tests in constant velocity and impact conditions, *Comp. Geotech.* 71 (2016) 12–18.
- [21] M. Kobayakawa, S. Miyai, T. Tsuji, T. Tanaka, Local dilation and compaction of granular materials induced by plate drag, *Phys. Rev. E* 98 (2018) 052907.
- [22] N. Gravish, P. B. Umbanhowar, D. I. Goldman, Force and flow at the onset of drag in plowed granular media, *Phys. Rev. E* 89 (2014) 042202.
- [23] W. Zhang, J. Wang, M. Jiang, DEM-Aided discovery of the relationship between energy dissipation and shear band formation considering the effects of particle rolling resistance, *J. Geotech. Geoenviron. Eng.* 139 (2013) 1512–1527.