垂直空気輸送管内の粒子ホールドアップと空気および 粒子両速度との関係

Relationship between Particle Hold-up and Velocities of Gas and Particles in a
Vertical Pneumatic Conveying Line

中 村 厚 三* C. E. Capes **
Kozo Nakamura

緒 言

空気輸送は固体粒子の輸送のみならず、化学反応を目的とした固気接触操作にも利用されている。空気輸送に関する研究報告も既に多数発表されており、輸送管内の主要な現象の理解も進み¹⁾、粒子濃度の低い希薄輸送については設計方法も利用できる状態にある⁵⁾。しかし輸送管内の現象の理論的実験的、解明が詳細になされているにもかかわらず、それらが工学的な目的である空気輸送装置の設計には充分に利用できる型には必ずしもなっておらず、既存の設計方法にもお近似的な性格のところが見られる。

空気輸送装置は設備固定費の点で、他の固体輸送法に比べ有利であるのに対し、動力費がかさむとされている。したがって空気輸送装置の最適設計にあたっては、動力費を小さくすることが必要となり、そのためには輸送管内の圧力損失と操作変数との関係があらかじめ解明されていなければならない。垂直輸送管の圧力損失の式としては、固気二相流の運動方程式から次式が誘導される⁸⁾、

$$-\frac{1}{g} \frac{dp}{dZ} = (1 - \epsilon) \rho_p + 4 (\tau_F + \tau_p) / gD \quad \dots\dots(1)$$

上式に依って圧力損失を求めるには、右辺第一項中に含まれる空隙率 ϵ と、粒子管壁間摩擦損失項の計算に必要な粒子管壁間摩擦係数 f_p とに於ける情報が必要となる。このうち後者の摩擦係数 f_p については既にいくつか報告されているが、研究者によって f_p の定義式が異なっている。本研究では粒子の流れを、そのかさ密度に相当する密度の流体の流れと類似して考え、次の定義式を用いて係数 f_p を実験的に求めることにした。

$$\tau_p = \frac{1}{2} f_p \rho_p (1 - \epsilon) \left(\frac{v_p}{1 - \epsilon} \right)^2 \quad \dots\dots(2)$$

空隙率 ϵ については、液体流動層などの固液系において用いられている Richardson-Zaki の関係式⁹⁾から求まる流体・粒子間の速度式(3)式が、空気輸送の場合にも有効であれば、空気および粒子の両供給速度から空隙率 ϵ を計算できることになる。

$$v_F = u_T \epsilon + \frac{\epsilon v_p}{1 - \epsilon} \quad \dots\dots(3)$$

なお(2)、(3)式中の v_F および v_p は空気および粒子の見掛けの流速であって、それぞれの体積流量を管路の断面積で除算して得られるものである。

空気輸送においても、上式が適用できるかどうかを均一な粒子を垂直輸送する場合について検討した著者らの研究結果^{2,8)}を説明し、さらにその結果を利用して二成分の混合粒子を輸送する場合について解析してみることにする。そして最後に、解析結果と実験結果との比較検討をおこなうことにする。

1. 均一粒子垂直輸送の場合の空気・粒子両速度の関係式

筆者らは先に、輸送粒子の種類が同じで且つ粒径も均一である場合について、均一流モデル (uniform flow model) と環状流モデル (annular flow model) とを用いて解析した⁸⁾。前者のモデルは、輸送粒子が管内を一様に分布して流れている比較的空気流速の大きい場合に対応しており、後者のモデルは図1に示すように、管中心部(core)を粒子が上昇し、その一部は環状部(annulus)を下降して再び循環するもので、空気流速が小さいか、空気流量に対する粒子流量の比が大きい場合に対応したものである。これらのモデル解析に際して用いた仮定のうち、主なものには次の二つがある。

昭和48年7月23日受理

* 東京大学工学部 (〒113 東京都文京区本郷7-3-1)

TEL 03-812-2111

** National Research Council of Canada
(Ottawa 7, Ontario, Canada)

Fig. 1 Representation of the variables in the annular flow model

- 1) 空気管壁間摩擦係数は、粒子が添加されても変わらない。
- 2) 粒子管壁間摩擦係数は、管壁近傍における粒子の真速度に逆比例し、次式で書き表わせるものとする。

$$f_P = C \left(\frac{v_P}{1-\epsilon} \right)^{-1} \quad (\text{均一流モデル}) \quad \dots\dots(4)$$

$$f_P' = -C \left(\frac{kv_P}{1-\epsilon} \right)^{-1} \quad (\text{環状流モデル}) \quad \dots\dots(5)$$

なお(5)式の右辺に負の記号がついているのは、環状流モデルにおいては、剪断応力 τ_P が負となるためである。

その結果、空気輸送管内における空気および粒子の両速度間には、(3)式を修正した次式が成立することがわかった。

$$v_F = b + m \frac{\epsilon v_P}{1-\epsilon} \quad \dots\dots(6)$$

上式中に含まれる係数 b および m については、両モデルに対応してそれぞれ次のように求められた。

均一流モデルの場合

Fig. 2 Constant "b" in Equation (6) as a function of particle terminal velocity

$$b = \left(1 - \frac{2\tau_F}{\rho_P g D} \right) u_T \quad \dots\dots(7)$$

$$m = 1 + \frac{C u_T}{g D} \quad \dots\dots(8)$$

環状流モデルの場合

$$b = u_T \quad \dots\dots(9)$$

$$m = \left\{ \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon} \right\} \left[\frac{\epsilon_1}{1-\epsilon_1} + \left\{ \frac{1}{1-\epsilon_1} - \frac{1}{1-\epsilon_2} \right\} k \right] \quad \dots\dots(10)$$

環状流モデルの係数 m には、未知のモデル変数が含まれている。そこで管内の流れの構造は、空気が最も流れやすい状態になっているものと仮定し、所与の操作条件の下で最小圧損失を与えるようにモデル変数を定めて、(9)、(10)式の計算をおこなった。

(9)式のみならず、(7)式の b の値もほぼ u_T に等しい。図2には空気流速と粒子速度との関係を示すデータを最小二乗法で整理し、(6)式を適用して求まる b と、Heywoodの表⁴⁾を使って求めた u_T との関係を図示した。 b が u_T にほぼ等しいという以上のモデル解析の結論は、粒子終端速度が小さい所では満足されているが、 u_T が大きい所では実験的に求まる b は u_T より小さい。(7)式においても b は u_T より小さいのであるが、空気管壁間摩擦損失に対応する補正項のみによって、両者の差を説明することはで

Fig. 3 Comparison of experimental and predicted "m" values

きなかった。なお液流動層においても b の値が u_T の 0.85 であるという実験結果を報告したものがある⁶⁾。

図 3 は速度の関係式(6)式に含まれるもう一つの係数 m についての(8)式および(10)式による理論値と実験的に求まる値とを比較したものである。同図の横軸の無次元数は次式によって定義される。

$$\lambda = \frac{2Cu_T}{gD} \quad \dots\dots(11)$$

また粒子管壁間摩擦係数については、最小二乗法による相関式は、仮定した(4)式の関係と若干異なったが²⁾、(4)式関係をあてはめた時に得られている k の値の平均値は次の通りである²⁾。

$$C = 3.0 \quad \dots\dots(12)$$

図 3 の結果は、両モデルによる係数 m の計算値が、実験的に求まる値と良く一致することを示している。

以上の結果により、固液系に比べ空隙率の大きい垂直空気送管内の空気速度と粒子速度との関係が、Richardson-Zaki の式を用いて得られる相対速度の式(3)式と類似した(6)式によって整理できることがわかった。

なお環状流モデルに含まれる変数のうち、輸送管直径に対する中心部 (core) の直径の比 α および粒子の循環流の割合 k について、最小圧損失を与える解を求めて空気流速との関係を示せば図 4、図 5 の通りである。空気流速が終端速度に近づくにつれ、 α および k の値が急激に大きくなり、粒子の流れはチョーキングあるいはスラッキング状態へ移行することを暗示している。

Fig. 4 Predicted annulus thickness, $(1 - \alpha)$

Fig. 5 Predicted particle recirculation, k

2. 混合粒子輸送の場合への均一流モデルの拡張

1 章においては輸送粒子が種類・粒径共に同一の場合について解析をおこなった。以下では二成分の混合粒子

を垂直輸送する場合について、均一流モデルを拡張して検討することにする。

まず流れの状態を単純化して考え、次の仮定を設ける。

- 1) A成分粒子の流れと、B成分粒子の流れとを分離して考え、両者の間には運動量の交換がないものとする。
- 2) 空気速度と各成分粒子速度との関係を定める流れの構造因子である空隙率としては、両粒子に共通な値を使用できるものとする。

いま両成分粒子の比重が同じであるとすると、重量比と体積比とは等しいことになる。A成分粒子の重量供給比を X_A 、輸送管内の重量ホールドアップ比を x_A とすると、以上の仮定と(6)式とから空気速度と各成分粒子との関係が以下のように記述されることになる。

$$v_F = b_A + m_A \frac{\epsilon X_A v_P}{x_A (1 - \epsilon)} \quad \dots\dots(13)$$

$$v_F = b_B + m_B \frac{\epsilon X_B v_P}{x_B (1 - \epsilon)} \quad \dots\dots(14)$$

これら両式に $x_A + x_B = 1$ の関係式を用いて整理すると、空気速度と全粒子速度との間に次式が成立することになる。

$$v_F = (x_A b_A + x_B b_B) + (m_A X_A + m_B X_B) \frac{\epsilon v_P}{1 - \epsilon} \quad \dots\dots(15)$$

したがって混合粒子輸送の場合についても、両速度の関係式として(6)式と同じ形式の式が成立し、係数 b_{mix} および m_{mix} は各成分粒子の b および m の線型結合となる。

$$b_{mix} = x_A b_A + x_B b_B \quad \dots\dots(16)$$

$$m_{mix} = X_A m_A + X_B m_B \quad \dots\dots(17)$$

A成分粒子の供給比 X_A とホールドアップ比 x_A との相違を見るために、 $\gamma \equiv x_A / X_A$ を定義して、これを(13)式と(14)式とから求めると次の通りになる。

$$\gamma = \left(\frac{m_A}{m_B} \right) / \left\{ X_A \left(\frac{m_A}{m_B} \right) + (1 - X_A) \frac{v_F - b_A}{v_F - b_B} \right\} \quad \dots\dots(18)$$

上式を見ると、 γ は全粒子供給速度に影響されず、供

Fig. 6 The conveying apparatus

給比と空気速度とのみによって決ることになるが、この点の解釈にあたっては、設けた仮定のうち特に1)の仮定に対する考慮が必要である。

3. 空気輸送実験

2章において誘導した空気速度と粒子速度との関係式が実際に成り立つかどうかを調べるために、二成分の粒子混合物を用いて空気輸送の実験をおこなった。実験装置および方法は、均一粒子を用いた時と同じであり、別報²⁾に詳述してあるから、以下では簡単に説明することにする。

3.1 実験装置および実験方法

実験装置を図6に示す。輸送管は内径3 in、全長30 feetのplexiglass管でできており、底部には粒子供給部そして頂部には粒子分離回収部がある。また輸送管には粒子ホールドアップ測定用の弁が三つ取り付けられており、そのうちの下方の二つはボール弁である。圧力測定端は3 feet間隔に取り付けられ、水マノメータまたはBetzマノメータを使用して圧力差を測定した。

輸送管内を希薄な状態で、高速で流れる粒子を迅速に捕集して、粒子ホールドアップを精度良く測定するため

Table 1 Properties of Particles Used

Material	Particle Density (g/cm ³)	Diameter (mm)	Calculated Terminal Velocity (m/sec)
Glass	2.90	1.08	7.96
	2.86	2.90	15.4
Steel	7.85	0.535	8.26
	7.70	1.20	14.9
	7.70	2.34	22.9

Fig. 7 Particle segregation data of glass Particle mixture

には、弁の閉る速度と同期性が問題となる。ボール弁は電磁弁によって始動開始される圧縮空気駆動装置によって操作されたが、各弁の動作が同期するように調整し、弁が閉るに要する時間は 0.055 秒であったので、ホールドアップ測定の相対誤差は13%以下と推算された²⁾。

粒子供給速度の制御は、長さ 4 in そして内径が種々の粉体オリフィスを粒子供給管の途中に挿入しておこなった。使用粒子の性質を表1に示す。

実験は閉鎖系でおこない、粒子供給管から輸送管へ供給された粒子は管内を上昇して頂部の分離器で分離回収されたのち、元の供給管へ戻ることになる。運転開始後約 1 時間放置して定常状態になったところで、三つの弁を閉じ、試験区間に補集された全粒子を回収して全重量を測定したのち、試験篩で各成分に分離して再びそれぞれの重量を測定して、全ホールドアップとその各成分比とを求めた。両成分粒子の比重がほぼ等しい時には、空隙率 ϵ は次式によって計算できる。

$$\epsilon = 1 - \frac{H}{\rho_p V} \quad \dots\dots(19)$$

ここに H は全ホールドアップであり、 V は試験区間の輸送管の内容積である。

3.2 実験結果と考察

図7は、小粒子の供給比とホールドアップ比との割合即ち γ をガラス球を用いた場合について示したものである。各記号は供給比と供給速度との一定の組合せに対応しているから、同一記号に関する限り横座標の粒子速度の変化は、空隙率の変化をもたらす空気速度の変化を意味している。空気速度が大粒子の終端速度に近づくにつれ、 γ は小さくなる。すなわち小粒子の輸送管内の濃度が、供給濃度より小さくなって分離現象が見られるようになる。同図中の実線は $X_A = 0.1, 0.4$ および 0.8 の場合について(18)式を用いて計算されたものである。ところで前節においては、(18)式を含め混合粒子輸送の場合の各式の誘導に際しては、両成分粒子間には運動量の交換がないものと仮定した。実際には異なった速度で運動する両成分粒子間には相互干渉があり、管内の粒子の成分重量比はモデル計算値よりは大きく、供給時の成分比に近いものになっていると考えられる。

図8および図9には、空気速度と粒子速度との関係式の中に含まれる二つの係数 b_{mix} と m_{mix} とを示した。実験的に求められた各係数の推定誤差の程度から判断して、

Fig.8 Correlation of b_{mix} values

Fig. 9 Correlation of m_{mix} values

各成分粒子固有の b および m をそれぞれ線型結合した(16)式および(17)式の関係が比較的良く実験結果にあてはまるものと結論できる。

なお混合粒子の空気輸送については、Muschelknautz⁷⁾, Hair and Smith⁸⁾およびその他の著者によって研究報告がなされている。それらの結果と本研究の結果との比較検討は、時間の制約上本報告中においてできなかった。

Nomenclature

b	: constant in Equation (6)	[cm/sec]	V	: volume of line	[cm ³]
C, C'	: constant in correlation Equation (4) and (5)		x	: weight fraction of hold-up	[-]
	for particle-wall friction factor	[cm/sec]	X	: weight fraction of feed	[-]
D	: pipe diameter	[cm]	Z	: vertical coordinate	[cm]
f	: friction factor	[-]	α	: ratio of core diameter to pipe diameter	[-]
g	: acceleration due to gravity	[cm/sec]	γ	: ratio of weight fraction (= x/X)	[-]
k	: recirculation ratio	[-]	λ	: parameter defined by Equation (11)	[-]
H	: particle hold-up in line	[g]	ρ	: density	[g/cm ³]
m	: constant in Equation (6)	[-]	τ	: shear stress	[g/cm·sec ²]
p	: gas pressure	[g/cm·sec ²]	$\bar{\tau}_F$	: fluid shear stress averaged over range of gas velocities	[g/cm·sec ²]
u_T	: free falling (terminal) velocity	[cm/sec]			
v	: superficial velocity	[cm/sec]			

たことのお許しを願う次第である。

結 論

均一粒子を用いた空気輸送のモデル解析によって、先に得られた空気速度と粒子速度との関係式を用いて、二成分混合垂直粒子輸送の場合の両速度の関係を示す次式を誘導した。

$$v_F = b_{\text{mix}} + m_{\text{mix}} \frac{\epsilon v_P}{1 - \epsilon}$$

$$b_{\text{mix}} = x_A b_A + x_B b_B$$

$$m_{\text{mix}} = X_A m_A + X_B m_B$$

また輸送管内のA成分重量比 x_A と供給粒子中の重量比 X_A との割合 γ として次式が求められた。

$$\gamma = \left(\frac{m_A}{m_B} \right) / \left\{ X_A \left(\frac{m_A}{m_B} \right) + (1 - X_A) \frac{v_F - b_A}{v_F - b_B} \right\}$$

以上の混合粒子輸送の際の関係式のうち、係数 b_{mix} および m_{mix} については、実験結果とほぼ良い一致を見た。 γ の計算結果は、実験結果と変化の傾向は一致しているが、両者の間にはずれが見られる。式の誘導中に用いた仮定について今後一層の検討が必要である。

「付 記」 本報告中の実験は、Waterloo 大学生 W. McCurdy 君にして頂いた。付記して謝意を表する次第です。

Subscripts

A : component A
B : component B
F : fluid
mix : mixture

P : particle
1 : refers to core
2 : refers to annulus

References

- 1) Boothroyd, R. G. : "Flowing Gas-Solid Suspensions" (1972)
(Chapman and Hall Ltd., 1971)
- 2) Capes, C. E. and Nakamura K. : Can. J. Chem. Eng., 51, 31 (1973)
- 3) Hair, A. R. and Smith, K. L. : Mech. & Chem. Eng. Trans. I. E. Aust., MC 8, 19 (1972)
- 4) Heywood, U. : Symp. Interaction between Fluids and Particles p.1, Instn. Chem. Engrs (1962)
- 5) Kano, T. : "Equipment of solid particle transport tation" (in Japanese) (Nikkan Kogyo Shimbun Sha,
- 6) Miyauch, T. and Yamada, T. : *Kagaku Kogaku (Chem. Eng., Japan)*, 35, 71 (1971)
- 7) Muschelknautz, E. : VDI Forshungsheft, No.476 (1959)
- 8) Nakamura, K. and Capes, C. E. : *Can. J. Chem. Eng.*, 51, 39 (1973)
- 9) Richardson, S. F. and Zaki, W. N. : *Trans. Intn. Chem. Engrs.*, 35, 35 (1954)

Author's Abstract

Relationship between Particle Hold-up and Velocities of Gas and Particles in a Vertical Pneumatic Conveying Line

by

Kozo Nakamura* C. E. Capes**

(*University of Tokyo
(**National Research Council of Canada)

Pneumatic conveying of mono-sized particles was previously analyzed with two models of uniform flow and annular flow. Those results are applied in this report to elucidate the relationship between particles hold-up and velocities of air and particles in a vertical line where mixtures of two different particles are transported. The relationship can be expressed with the same type of equation as the one obtained previously.

$$v_F = b_{mix} + m_{mix} \frac{\epsilon v_P}{1 - \epsilon}$$

The constants b_{mix} and m_{mix} are combination of the characteristic constants of both components multiplied with their weight fraction. This linearity was well satisfied with the experimental data of b_{mix} and m_{mix} .

The change of weight fraction in the line was predicted by the model fairly well but there was some deviation of its theoretical value from the actual one.