総 説

流束曲線による回分沈降の解析 (II)*

Analysis of Batch Sedimentation with Solid Flux Curve

渡 辺 治 夫**

Haruo Watanabe

5. 回分沈降曲線の一般的表現

回分沈降曲線の横軸 t と縦軸 z を, $X=t/c_0z_0$, $Y=z/c_0z_0$ にすると, $c_0z_0 (=c_\infty z_\infty)$ が一定のスラリーでは, Fig. 13 のように, 沈降終了時にすべての曲線が $1/c_\infty$ に一致するようになることが知られている⁷⁾. この関係を用いて, 固体流束曲線から回分沈降曲線を求めることを考えてみる⁸⁾.

5.1 固体流束曲線と X - Y 曲線との関係

回分沈降において, 清澄界面の沈降速度を U_s とすると, Fig. 14 の流束曲線では, U_s は $c=0$ と界面直下の濃度 c とを結ぶ弦の傾きで表わされ, (8) 式より, $U_s = cv/c = v$ である. また, U_s は, 回分沈降曲線においては, $-dz/dt$ であり, これを X , Y により表わすと, (9) 式の関係が得られる.

$$U_s = \frac{cv}{c} = -\frac{dz}{dt} = -\frac{dY}{dX} \quad \dots\dots(9)$$

濃度 c の等濃度層の上昇速度を U_c とすると, 時刻 t において, 管底部から上昇してくる等濃度層の位置は, $z=U_c t$ で与えられ, また, (6) 式より $U_c = -d(cv)/dc$ で,

Fig. 13 回分沈降曲線, $c_0z_0 = \text{一定}$

固体流束曲線にたいする接線の傾きとして表わされ, さらに, $z-t$ 曲線では原点を通る直線の傾き, z/t となる. したがって, (9) 式の関係が得られる.

$$U_c = -\frac{d(cv)}{dc} = \frac{z}{t} = \frac{Y}{X} \quad \dots\dots(10)$$

Fig. 14 に, 固体流束曲線の S 点における U_s と U_c の関係を示す. M は固体流束曲線の最大, P は変曲点を示す.

$X=t/c_0z_0$, $Y=z/c_0z_0$ の平面上で, 沈降曲線が Fig. 15 の $RS'T$ 曲線のように表わされるとすると, S' 点における清澄界面の沈降速度 U_s は, S' 点における沈降曲線への接線の傾きであり, 界面直下の濃度 c の等濃度層の上昇速度 U_c は, 原点と S' を結ぶ直線の傾きで表わされ

Fig. 14 流束曲線と X , Y の関係, $c_0z_0 = \text{一定}$

Fig. 15 X , Y 面上の沈降曲線, $c_0z_0 = \text{一定}$

昭和49年4月26日受理 * (I)はVol.11 No.7に掲載

** 室蘭工業大学化学工学科 (〒050 室蘭市水元町27)

TEL 0143-44-4181

る。

清澄界面直下の濃度 c は、 S' における曲線への接線と Y 軸との交点 $Y_i = z_i/c_0 z_0$ に相当する濃度であり、さらに、 $c_0 z_0 = cz_i$ の関係から、 $z_i/c_0 z_0 = 1/c$ となるから、(37) 式が成立する。

$$Y_i = Y - X \frac{dY}{dX} = \frac{z_i}{c_0 z_0} = \frac{1}{c} \quad \dots\dots(37)$$

c は Fig. 14 の S 点に関連する濃度である。

(35), (36) 式の関係を用い、(37) 式より Y と dX/dY を消去すると、(38) 式を得る。

$$\begin{aligned} -X \frac{d(cv)}{dc} + Xv &= \frac{1}{c} \\ \therefore \frac{1}{X} &= cv - c \frac{d(cv)}{dc} = (cv)' \quad \dots\dots(38) \end{aligned}$$

また、 S' 点における接線と X 軸との交点は、 $X - Y$ (dX/dY) であり、これは $Y_i(-dX/dY)$ に等しいから、

$$X - Y \frac{dX}{dY} = \left(Y - X \frac{dY}{dX} \right) \left(-\frac{dX}{dY} \right)$$

であり、上式の右辺第1項は(37)式より $1/c$ であり、 $-dX/dY$ は(35)式より $1/v$ であるから、

$$X - Y \frac{dX}{dY} = \frac{1}{cv}$$

の関係が得られる。

(35) 式と(36) 式を上式に代入して、 X と dX/dY を消去すると、(39) 式を得る。

$$\frac{1}{Y} = c - cv \frac{dc}{d(cv)} = c' \quad \dots\dots(39)$$

(38) 式は Fig. 14 において、濃度 c に相当する S 点における流束曲線への接線と cv 軸との交点 $(cv)'$ の逆数の $1/(cv)'$ が X となり、(39) 式は、Fig. 14 において、 S 点における流束曲線への接線と c 軸との交点 c' の逆数の $1/c'$ が Y となることを示しており、これより Fig. 16 のように清澄界面位置 S' を求めることができる。

Fig. 14 の S に対応する Fig. 15, 16 上の S'' 点の座標は $(X=1/c, Y=1/cv)$ で表わされる。

Fig. 16 において、直線 OS' の傾きは U_c であり、また、 Y 軸の $1/c$ と X 軸の $1/cv$ とを結ぶ直線の傾きが U 。

Fig. 16 Fig. 14 と X, Y 面との相互関係、 $c_0 z_0$ = 一定

となることは、Fig. 14 とあわせて明らかである。

(35)~(39) 式の関係から、Fig. 14 の固体流束曲線を用いて、上方の下降清澄界面 ($c=0$ と c の濃度不連続面) と、濃度 c の等濃度上昇層との合致点は、Fig. 16 の $M'P'S'$ 曲線のように表わされる。Fig. 14 の M, P, S の各点は、Fig. 16 の M', P', S' の各点とそれぞれ相互に関連している。この $M'P'S'$ 曲線を用いて、 $c_0 z_0$ が一定の場合の回分沈降曲線を求めることができる。

5.2 作図による方法

(35)~(39) 式より、Fig. 14 を用いて $X-Y$ 曲線を作図で求める方法を示す。

- 1) Fig. 17 上の固体流束曲線の最大値を M 、 M より左側の任意の点を R 、変曲点を P 、変曲点より右側の任意の点を S とする。各点に対応する濃度を c_R, c_M, c_P, c_S 、固体流束を $(cv)_R, (cv)_M, (cv)_P, (cv)_S$ とする。各点における流束曲線への接線と c 軸との交点を c'_R, c'_P, c'_S 、接線と cv 軸との交点を $(cv)'_R, (cv)'_P, (cv)'_S$ とする。
- 2) Fig. 17 下の XY 面上で、 $X=1/(cv)'_R, Y=1/c'_R$ が R' 、 $X=1/(cv)_M, Y=0$ の点が M' である。 $X=1/(cv)'_P, Y=1/c'_P$ の点が P' で尖頭点となる。他の点も同様にして求められ、これを結べば $R'M'P'S'$ の曲線が得られ、 $P'S'$ は $1/c_\infty$ に漸近する。
- 3) Fig. 17 上で、 R は BR と OR の交点であるから、Fig. 17 下において、 $\tan^{-1} OR'B' = \tan^{-1} RBL$ となるように引いた直線 OR' と、 Y 軸上の $1/C_R$ の点 K' より、 $\tan^{-1} K'R'B' = \tan^{-1} ROL$ となるように引いた直線 $K'R'$ との交点として R' が求められる。 $K'R'$ は X 軸と $1/(cv)_R$ で交わる。
- 4) 同様にして、Fig. 17 下の Y 軸上の $1/c_P$ の点 L' より、 $\tan^{-1} L'G'O = \tan^{-1} POL$ となる直線 $L'G'$ を引き、原点から $\tan^{-1} P'OG' = \tan^{-1} PNL$ となるように引いた直線との交点を P' とすれば、 P' は P と関連する点となる。

手順(2)と手順(3, 4)は同一の結果を与えることは、

Fig. 17 XY曲線の作図法, $c_0 z_0 = \text{一定}$

明らかである。参考として、Fig. 17 上の固体流束曲線 OMS に対応する曲線 R''M''S'' を Fig. 17 下に示しておく。

Fig. 17 下で、たとえば K'F' は、初高 $z/c_0 z_0 = 5.4$ からの濃度 c_R の層の定速沈降を示すことを用いて、回分沈降曲線を求めることができるが、その方法は後節で述べる。

5.3 解析的に求める方法

Fig. 16 の曲線を数式によって求める方法を考えてみる。粒子群沈降速度と固体粒子濃度の間につきのような関係のある場合には、流束曲線は(40)式で表わされる。

$$v = v_g \left(1 - \frac{c}{c_\infty} \right)^n$$

$$cv = cv_g \left(1 - \frac{c}{c_\infty} \right)^n \quad \dots\dots(40)$$

v_g は単一粒子の沈降速度である。

Fig. 14 の流束曲線に関連する X の値は、(38)式と(40)式から、(41)式のように求められる。

$$X = \left[cv - c \frac{d(cv)}{dc} \right]^{-1} = \left[nv_g \frac{c^2}{c_\infty} \left(1 - \frac{c}{c_\infty} \right)^{n-1} \right]^{-1} \quad \dots\dots(41)$$

X に対応する Y の値は、(39)~(40)式、あるいは Fig. 15 の幾何学的関係から(42)式として求められる。

$$Y = -X \frac{d(cv)}{dc} = \frac{(n+1)(c/c_\infty) - 1}{nc^2/c_\infty} \quad \dots\dots(42)$$

(41)~(42)式の X と Y を求めてプロットすれば、Fig. 16 の尖頭点をもつ曲線が得られる。

Fig. 14 の最大流束点 M にたいする濃度 c_M においては、 $d(cv)/dc = 0$ であるから、(42)式より、Fig. 16 では $Y = 0$ であり、対応する濃度は、 $c_M = c_\infty / (n+1)$ となり、これから M 点に関連する X を(41)式から求めると、M' 点の座標はつぎようになる。

$$M' \left(X = \frac{(n+1)^{n+1}}{v_g (nc_\infty)^n}, Y = 0 \right)$$

また、Fig. 14 の変曲点、すなわち Fig. 16 の尖頭点 P' においては、 $d^2(cv)/dc^2 = 0$ より、対応する濃度 c_P は、 $c_P = 2/(n+1)$ であるから、(41)~(42)式より、Fig. 16 の P' 点の座標は、つぎのように与えられる。

$$P' \left(X = \frac{(n+1)^{n+1}}{4nv_g c_\infty (n-1)^{n-1}}, Y = \frac{(2c_\infty - 1)(n+1)^2}{4nc_\infty^2} \right)$$

5.4 回分沈降曲線

XY 面上における曲線を用いて、回分沈降曲線を作図から求めることができる。

5.4.1 I 類沈降

Fig. 18 上において、 c_∞ から cv 曲線に引いた接線と曲線との交点 R にたいする濃度を c_R とすると、スラリー初濃度 c_1 が $c_1 \leq c_R$ の場合は、沈降管内には c_R より小さい濃度 c_1 と c_∞ の両者の濃度しか存在しない。

いま、スラリー初濃度が c_R であるとする、上部清

澄界面の沈降速度は、Fig. 18 上のORの傾きで表わされ、これはFig. 18 下のXY面において、 $Y=1/c_R$ よりXY曲線のP'M'側の曲線へ引いた接線の傾きに等しく、この直線が $Y=z_\infty/c_0 z_0 = z_\infty/c_\infty z_\infty = 1/c_\infty$ の線と交わるところまで進んで沈降を終了し、それ以降は高さ $z_\infty/c_0 z_0$ で一定である。これはI類沈降である。

5.4.2 II類沈降

スラリー初濃度がFig. 19 上の c_R と、流束曲線の変曲点Pに対応する濃度 c_P との間にある場合には、XY面上における沈降曲線は、定速沈降、圧密沈降、沈降終了の3区間にわかれ、ABとAC間が不連続に移行するII類沈降となる。

Fig. 11 はII類沈降曲線で、A層は清澄層で $c=0$ 、B層はスラリー初濃度 c_{II} ($c_R < c_{II} < c_P$)、C層の濃度は $c_{II} \sim c_\infty$ 、D層の濃度は c_∞ である。

管底から上昇する等濃度層のうち、Fig. 19 上において、 c_{II} から流束曲線へ引いた接線の接点に対応する濃度層がもっとも早く上昇し、 c_{II} との間に濃度不連続界面が形成され、その上昇速度は接線の傾きで表わされる。

沈降曲線は、Y軸の $1/c_{II}$ の点から下方曲線P'M'へ引いた接線が、P'T'曲線と交わる点まで定速沈降となり、以後、P'T'曲線に沿って $1/c_\infty$ の線と交わる点まで圧密沈降、それ以後は $1/c_\infty$ の一定となり、Fig. 19 下のようになる。

スラリー初濃度が c_P の場合には、Y軸の $1/c_P$ とP'を

Fig. 18 I類沈降, $c_0 z_0 = \text{一定}$

結ぶ直線が定速沈降区間となり、以後はP'T'に沿って $1/c_\infty$ にいたる沈降曲線となる。

5.4.3 III類沈降

スラリー初濃度が c_{III} で、 $c_P < c_{III} < c_\infty$ の場合には、もっとも早い等濃度上昇層の濃度は c_{III} であり、I、II類にみられるような上昇界面は存在せず、III類沈降となる。

沈降曲線としては、Y軸の $1/c_{III}$ より曲線P'T'に接線を引き、接点まで定速沈降、接点以降はP'T'に沿った圧密沈降となる (Fig. 19)。

以上述べたXY面上における沈降曲線を、 $z-t$ 面における沈降曲線として表わすためには、X軸とY軸の値にそれぞれ $c_0 z_0$ の値をかけてやればよい。

6. 遠心沈降

遠心力場におけるスラリーの沈降では、遠心力が回転中心からの距離により異なることを考慮しなければならない。

Fig. 20 のように、遠心力沈降容器の回転軸中心からの距離が r_1 と r_2 の間にある Δr の区間をとり、沈降推進力としての遠心力が、回転軸に直角方向に作用しているとする。回転角速度を ω 、濃度 c のスラリーの重力場における沈降速度を v 、重力加速度を g 、粒子が微小で層流域で沈降すると考えると、回転中心から r の距離にあるスラリーの沈降速度は、 $v\omega^2 r/g$ である。したがって、沈降方向に垂直な断面の単位面積を単位時間に通

Fig. 19 II, III類沈降曲線, $c_0 z_0 = \text{一定}$

Fig. 20 回分遠心沈降

過する固体量，すなわち固体粒子沈降流束はつぎのように表わされる。

$$cv\omega^2 r/g = s\omega^2 rc \quad \dots\dots(43)$$

ただし $s=s(c)=v(c)/g$

Fig. 20 において， $r-\Delta r/2$ の面にたいする Δt 時間の固体粒子流入量は，次式で表わされる。

$$\left[s\omega^2 \left(r - \frac{\Delta r}{2} \right) c \Delta t \right] \left(r - \frac{\Delta r}{2} \right) \left(\frac{\theta}{2\pi} \right)$$

また， $r+\Delta r/2$ 面からの固体粒子流出量は次式で表わされる。

$$[s+\Delta s] \omega^2 \left(r + \frac{\Delta r}{2} \right)^2 \left(\frac{\theta}{2\pi} \right) (c+\Delta c) dt$$

さらに， Δr 間の固体粒子の蓄積量は， $r(\theta/2\pi)\Delta r\Delta c$ であるから，つぎの物質収支が成立する。

$$s\omega^2 \left(r - \frac{\Delta r}{2} \right)^2 c - (s+\Delta s) \omega^2 \left(r + \frac{\Delta r}{2} \right)^2 (c+\Delta c) = r\Delta r\Delta c$$

これを整理すると，次式が得られる。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [\omega^2 r^2 s(c) c] = 0 \quad \dots\dots(44)$$

$s_0=s(0)$ とし，

$$\frac{s}{s_0} = \frac{v}{v_0} \equiv \phi(c), \quad \tau \equiv \omega^2 s_0 t, \quad \rho \equiv \frac{r}{r_1}$$

とおくと，(44)式は(45)式となる。

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} [\rho^2 \phi c] = 0$$

$$\therefore \frac{\partial c}{\partial \tau} + \rho(\phi c)' \frac{\partial c}{\partial \rho} + 2\phi c = 0 \quad \dots\dots(45)$$

$c(\rho, \tau)$ と考えて全微分をとると，(46)式が得られる。

$$dc = \frac{\partial c}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial c}{\partial \tau} d\tau$$

$$\therefore \frac{\partial c}{\partial \tau} + \frac{d\rho}{d\tau} \frac{\partial c}{\partial \rho} - \frac{dc}{d\tau} = 0 \quad \dots\dots(46)$$

(45)式と(46)式を比較すると，つぎの関係のあることが知られる。

$$\frac{d\rho}{d\tau} = \rho(\phi c)' \quad \dots\dots(47)$$

$$\frac{dc}{d\tau} = -2\phi c \quad \dots\dots(48)$$

$\rho = \xi$ におけるスラリー初濃度が $c_0(\xi)$ であるとして，(48)式を積分すると，(49)式が得られる。

$$2\tau = - \int_{c_0}^c \frac{dc}{\phi c} \quad \dots\dots(49)$$

また，(47)式を(48)式で割って得られる式を，(49)式と同一の初期条件で積分すると，(50)式が得られる。

$$-2 \int_{\xi}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho} = \int_{c_0}^c \frac{(\phi c)'}{\phi c} dc$$

$$\therefore \left(\frac{\rho}{\xi} \right)^2 = \frac{c_0 \phi_0(c_0)}{c \phi(c)} \quad \dots\dots(50)$$

沈降セルの長さを r_1 から r_2 の範囲に限定しているので， r_2 の面に最大濃度 c_∞ のスラジが堆積する。濃度不連続界面の生成速度は，(47)式より

$$\frac{d\rho}{d\tau} = \rho \frac{\phi(c_1)c_1 - \phi(c_2)c_2}{c_1 - c_2}$$

であるから，スラジ界面の上昇速度は，上式で $c_2=c_\infty$ として(51)式のようになる。

$$\left(\frac{d\rho}{d\tau}\right)_{1,\infty} = -\rho \frac{\phi(c_1)c_1}{c_\infty - c_1} \quad \dots\dots(51)$$

また、清澄界面の沈降速度は、 $c_1=0$ として、52式となる。

$$\left(\frac{d\rho}{d\tau}\right)_{0,2} = \rho\phi(c_2) \quad \dots\dots(52)$$

スラリーの初期状態として、容器中に少量の固体粒子が均一に分散しており、粒子群沈降速度 v と、単一粒子沈降速度 v_g の間に、(11)式と同様に53式が成立すると仮定する。

$$\phi(c) = \frac{v}{v_g} = 1 - \frac{c}{c_\infty} \quad \dots\dots(53)$$

53式を用いれば、49式を積分することができる。

$$-2\tau = \int_{c_0}^c \frac{dc}{c \left(1 - \frac{c}{c_\infty}\right)}$$

$$\therefore -2\tau = \ln\left(\frac{c}{c_0}\right) \left(\frac{c_\infty - c_0}{c_\infty - c}\right)$$

これより、 c はつぎのように求められる。

$$c = \frac{c_0 e^{-2\tau}}{1 - \frac{c_0}{c_\infty} (1 - e^{-2\tau})} \quad \dots\dots(54)$$

54式を50式に代入すると、 ρ は55式のように求められる。

$$\rho = \xi e^\tau \left[1 - \frac{c_0}{c_\infty} (1 - e^{-2\tau}) \right] \quad \dots\dots(55)$$

清澄界面の位置 ρ_i は、52式で $c_2=c$ とし、48式の $d\tau = dc / -2\phi c$ を代入し、 $\rho = 1$ で $c=c_0$ として積分し、54式の c を代入すれば、つぎのように求められる。

$$\rho_i = e^\tau \left[1 - \frac{c_0}{c_\infty} (1 - e^{-2\tau}) \right]^{1/2} \quad \dots\dots(56)$$

また、底部のスラジ沈積高さ r_b 、すなわち $r_b/r_1 \equiv \rho_b$ については、51式で $c_1=c$ とすれば

$$\frac{d\rho}{d\tau} = -\rho \frac{\left(1 - \frac{c}{c_\infty}\right)c}{c_\infty - c} = -\rho \frac{c}{c_\infty}$$

であるから、48式よりの $d\tau$ を代入し、 $\tau = 0$ で $c=c_0$ 、 $\rho=r_b/r_1 \equiv R$ として積分すると、次式が得られる。

$$\int_R^{\rho_b} \frac{d\rho}{\rho} = -\frac{1}{c_\infty} \int_0^\tau c d\tau = -\frac{1}{c_\infty} \int_{c_0}^c \frac{dc}{2\phi} = -\frac{1}{2c_\infty} \int_{c_0}^c \frac{dc}{1 - \frac{c}{c_\infty}}$$

$$\therefore \frac{\rho_b}{R} = \left[\frac{c_\infty - c}{c_\infty - c_0} \right]^{-1/2}$$

したがって、これに54式の c を代入し、つぎのように ρ_b を求めることができる。

$$\rho_b = R \left[1 - \frac{c_0}{c_\infty} (1 - e^{-2\tau}) \right]^{1/2} \quad \dots\dots(57)$$

清澄界面とスラジ沈積面が一致し、 $\rho_i = \rho_b$ になったときに、沈降は終了する。このときの時間 τ_1 は56=57式より、つぎようになる。

$$\tau_1 = \ln R$$

さきに、 $\tau \equiv \omega^2 s_0 t$ と定義したので、 $\tau_1 = \ln R$ のときの沈降終了時間 t_1 は、次式となることが知られる。

$$t_1 = \frac{\ln R}{\omega^2 s_0}$$

53式が仮定されるようなスラリーの回分遠心沈降過程を Fig. 21 に示す。

7. 流動層における等濃度層の移動

粒子群全体が速度 u で上昇している場合の等濃度層の移動速度は、(2)式と(6)式より、 $u < 0$ として、つぎのようになる。

$$\left(\frac{dz}{dt}\right)_c = -\frac{d(cv)}{dc} - u \quad \dots\dots(58)$$

流動層においては、 u は流動化速度（空塔）で、静止流体中の粒子群沈降速度 v に等しいから、58式は59式となる。

$$\left(\frac{dz}{dt}\right)_c = -\frac{d(cv)}{dc} + v \quad \dots\dots(59)$$

ここで、固体容積分率 c の粒子群の静止流体中の沈降速度 v は、単一粒子沈降速度を v_g として、

$$v = v_g(1-c)^n$$

の関係があれば⁴⁾、 cv は次式で表わされる。

$$cv = cv_g(1-c)^n \quad \dots\dots(60)$$

59式に60式を入れれば、等濃度層の上昇速度をつぎのように求めることができる⁸⁾。

$$\left(\frac{dz}{dt}\right)_c = nc v_g(1-c)^{n-1} \quad \dots\dots(61)$$

流動開始時、あるいは、濃度 c で流体空塔速度 $u = v$ で均一に流動している層の空塔速度を変え、濃度を少し変化させ、再び安定させるような場合に、等濃度層の上昇が認められる⁹⁾。

8. 沈降管断面積の変化

これまででは、沈降方向に直角な管断面積は一定であるとしてきたが、回分沈降において、沈降管断面積が沈降方向に小さくなっている場合について考えてみる。

Fig. 22 のように、 z 軸を沈降の逆方向に正にとり、 z と $z + \Delta z$ における沈降管断面積を、それぞれ A および $A + \Delta A$ 、 $A = A(z)$ 、 $\Delta A > 0$ とする。

回分沈降において、長さ Δz 間を Δt 時間に通過する固体粒子流量の収支はつぎのようになり、62式が成立する。

$$(cv)(A + \Delta A)\Delta t - [cv - \Delta(cv)]A\Delta t = A\Delta c\Delta z$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} = cv \frac{\partial A}{A \partial z} + \frac{\partial(cv)}{\partial z} \quad \dots\dots(62)$$

Fig. 21 回分遠心沈降曲線。(53)式を仮定した場合

$A(z)$ であるから、管断面積が一定であれば、62式の右辺第1項は0となり、(4)式に等しくなることが知られる。

沈降管断面積が沈降方向に増加している場合には、上述したような物質収支に、傾斜壁の影響を付加して考える必要があると思われる。

9. スラリー輸送過程の濃度変化

Fig. 23 のように、スラリーがDE間は水平、EF間は垂直、FG間は再び水平に、定常状態で流れている場合について考えてみる。

系への流入量を Q [m^3/sec]、粒子群沈降速度を v [m/sec]、スラリー濃度を c [$m^3-solid/m^3-slurry$] とし、水平流入部と流出部を f 、垂直沈降部を2の添字をつけて表わすと、Fig. 23 の点線部の物質収支より、次式が成立する。

$$c_f Q = c_2 v_2 A$$

ただし、 $v_2 = v_2 + u$

$$Q = uA \quad (A \text{ は } BC \text{ 間の流れに直角方向の断面積})$$

したがって、上の2式より次式が得られる。

$$c_f u = c_2 v_2 + c_2 u \quad \dots\dots(63)$$

v_2 と c_2 は未知であるが、このスラリーの固体流束曲線が既知であれば、作図的に求めることができる^{2,10)}。

Fig. 24 において、縦軸上の点 $M(OM = c_f u)$ を、横軸上の点 $L(OL = c_f)$ を結ぶ直線を引き、流束曲線との交点を Y とすると、 Y 点に相当する濃度 $ON = c_2$ 、 Y 点に相当する流束 $OP = c_2 v_2$ となり、63式と $cv(c)$ を満足する c_2 と v_2 を求めることができる。

垂直下降流中のスラリー濃度 c_2 は給液濃度 c_f より常

Fig. 22 沈降断面積の変化

Fig. 23 下向流を含む沈降性スラリー輸送の定常状態

Fig. 24 沈降性スラリーの下降流における濃度の図解法

に小さい。それは、63式を書き直すと、

$$\frac{c_2}{c_f} = \frac{1}{1 + (v_2/u)}$$

となり、 $u \rightarrow \infty$ で $c_2 \rightarrow c_f$ 、また $u \rightarrow 0$ で $c_2 \rightarrow 0$ となることから知られる。

スラリーが Fig. 23 の G から入って FE 間を上昇し、再び水平路 ED を通る場合も同様で、この場合には、 $u < 0$ 、器壁にたいするけん濁固体粒子の相対沈降速度 $v_{r1} < 0$ として、63式が成立する。

FE 間の求める濃度を c_1 とすると、Fig. 25 において、63式の直線と流束曲線との交点 Y より、 v_1 と c_1 が得られる。極限值として、 $u \rightarrow \infty$ で $c_1 \rightarrow c_f$ 、 $u \rightarrow 0$ で $c_1 \rightarrow c_\infty$ である。

以上から、スラリーが流路中を Fig. 26 のように一方向に流れている場合、Fig. 26 上の E, F, G, H の各箇所の濃度は不連続に変化して、Fig. 26 下のようになり、EF 間で c_2 、GH 間で c_1 で、 c_f にはなっていない

Fig. 25 沈降性スラリーの上昇流における濃度の図解法

Fig. 26 沈降性スラリー流の輸送方向変化による濃度変化

ことが知られるであろう。

また、粒子が終末速度に達する所要時間はきわめて短かいので、濃度は急激に変化する。

結 言

スラリーの沈降における濃度不連続界面と、等濃度層の伝播について、固体流束曲線を用いて解析できることを中心にして述べた。これはさらに、沈降濃縮槽や、沈降性スラリーのろ過などの問題の解析にも利用されることが期待される。

討論や作図法などは小幡英二助手、文献輪読には大学院学生杉谷照雄と佐藤輝昭、図表浄書には大学院学生坂下幸司等の諸氏の協力を得た。ここに感謝の意を表する。

記 号

c : 容積分率濃度
 V : 容積
 A : 容器断面積
 z : 高さ
 t : 時間

Q : 容積流量
 v_g : 重力場静水中の単一粒子沈降速度
 v : 重力場静水中の粒子群沈降速度
 cv : 固体粒子容積流束
 u : スラリー流速

v_r : 器壁にたいする粒子群の相対沈降速度
 U : 濃度層の移動速度
 U_s : 清澄界面沈降速度
 U_c : 等濃度層上昇速度
 g : 重力の加速度
 s : v/g
 r : 回転半径
 R : r_2/r_1
 X : $t/c_0 z_0$
 Y : $z/c_0 z_0$

ϕ : $cv/c_\infty v_g$
 α : c/c_∞
 ζ : 無次元高さ
 ξ : z/z_0
 τ : vgt/z_0 または $\omega^2 s_0 t$
 ω : 回転角速度
 θ : 角度
 ψ : v/v_g
 ρ : r/r_1
 a, b, n, λ : 定数

引用文献

- 1) Kynch, G. J. : *Trans. Faraday Soc.*, **48**, 166 (1952)
- 2) Straumann, R. : *Chem. Ing. Tech.*, **40**, 383 (1968)
- 3) Jernqvist, A. S. H. : *Sv. Papperstidning*, **68**, 506 (1965)
- 4) Richardson, J. F., and Zaki, W. N. : *Trans. Inst. Chem. Engrs.*, **32**, 35 (1954)
- 5) Shannon, P. T., Stroupe, E., and Tory, E. M. : *IEC. Fund.*, **2**, 203 (1963)
- 6) Aris, R., and Amundson, N. R. : "Mathematical Methods in Chemical Engineering", Vol. 2, p.234, Prentice-Hall, Inc., 1973.
- 7) Hassett, N. J. : *Ind. Chemist.*, **34**, 489-494 (1958)
- 8) Wallis, G. B. : *Symp. Interaction Fluid Particles*, Inst. Chem. Engrs. (London), p.9-16 (1962)
- 9) Willus, G. A. : "An Experimental Investigation of Particle Motion in a Liquid Fluidized Bed", p. 74, ARL 72-0018 (1972)
- 10) 吉岡直哉, 堀田 豊, 田中 晋 : *化学工学*, **21**, 66-74 (1957)

「会員消息欄」からお願い

「会員消息」欄は、会員が勤務先を変わられたり、海外へ出張されたり、あるいは、ご栄進されたりした場合には、会員の皆さんにお知らせし、相互の連絡に供するための欄です。勤務先の移動の場合は、新旧両勤務先、勤務地名など、海外出張の場合は、出張先、出張期間など、ご栄進の場合は、その地位など、その他、本欄に該

当するようなことがございましたら、その内容を記して、本研究会または、編集事務局までご連絡ください。また、お近くにそのような方がおられましたら、その旨、編集委員へ、あるいは、研究会または編集事務局までお知らせくださるようお願いいたします。