Soft Ground 上を転動する車輪が受ける抵抗の基礎研究 (電気式自動測定法と実験結果)

Basic Studies on the Resistance Received by a Wheel Rolling on a Soft Ground
(Electrical, Automatic Measuring Method and the Experimental Results)

高橋 清*
Kiyoshi Takahashi

1. はじめに

最近 Soft Ground (以下 S.G. と略す) 上を転動する各種車輪の研究は、農機具、砂漠地帯の交通、雪上車、月面および海底などの交通用車輪への応用として重要な開拓分野となって来た。近年世界的エネルギー源の制約と相まって、特にエネルギーの消費量が硬い路面に比べ著しく大きい S.G. 上を転動する各種車輪においては、この種の研究の必要性が急速に高まって来た。車輪が S.G. 上を転動するとき、牽引される場合と、駆動によって転動走行する場合とでは、一般に車輪が S.G. から受ける転動合成抵抗の大きさ R 、その水平成分 H 、鉛直成分 V 、 $\vec{R}$ の方向 θ 、着力点 $Q (\bar{X}, \bar{Y})$ の座標 $\bar{X}$ および $\bar{Y}$ などは一般に異なる。そこでこれら両者の場合の $R, H, V, \theta, Q (\bar{X}, \bar{Y})$ また転動車輪の駆動トルク M などと車輪の幅 b 、直径 $2r$ 、角速度 ω 、走行速度 v 、沈降の深さ y_0 、また S.G. 試料の粒径 m 、乾湿の状態などとの関係を求めるために、電気式真島-高橋の車輪転動抵抗自動測定装置を考案した。本研究報告では

この測定装置を用いて得られた実験結果について報告する。この場合実験に用いた S.G. の試料は測定条件を一定に保ちやすく、かつ再現性の得られやすいものとして、粒径によって選別された自然乾燥状態の平均粒径 $m = 0.026 \text{ cm}$ の川砂を主に用いた。また車輪は S.G. から受ける転動抵抗の問題を単純化して調べるため、主に円柱形硬車輪 (木製) を用い、その車輪の回転角速度 ω は、主として $0.028 \text{ rad} \cdot \text{sec}^{-1}$ で実験を行なった。

2. S.G. 上における車輪の転動合成抵抗を測定する方法

2.1 試料用の S.G.

試料用の S.G. としては多摩川の砂を粒の大きさに従って5種類にふるい分け、自然乾燥させたものを用いた。Fig. 1 はこれらの試料用の砂を拡大したものである。また Table 1 はこの試料用砂の安息角、見かけの比重、砂粒の平均粒径を示したものである。Fig. 2 はこの Table 1 をグラフに表わしたものである。また Fig. 3 から知られるように、試料用 S.G. の砂の安息

Fig. 1 拡大された粒径の異なる S.G. 試料用の砂

昭和50年2月26日受理

* 芝浦工業大学電子工学科計測制御研究室 (〒108 東京都港区芝浦 3-9-14) TEL 03-452-3201

Table 1 Fig. 1 の S.G. 試料の砂の物理定数

Sand (No.)	Apparent Specific Gravity	Angle of Repose(deg.)	Average Diameter of sand (cm)
1	1.55—1.60	39.0	0.43
2	1.50—1.58	38.5	0.31
3	1.46—1.57	37.0	0.17
4	1.40—1.55	35.5	0.07
5	1.27—1.47	29.5	0.026

Fig. 2 砂の平均粒径と砂の見かけの比重および安息角との関係

角と見かけの比重との関係は、ほぼ直線的であった。また測定ごとに箱の中の試料用 S.G. の堆積状態を一定に保つためには、定位置で支えられているホークの下端を試料の S.G. 中に所要の深さで挿入し、試料用 S.G. を満した箱を移動させて S.G. を一様にかき乱した。その跡を定位置で支えられている下端が平らな矩形板を垂下し、さらに S.G. 箱の移動を行なうことによって、S.G. 面はほとんど圧縮されないで平らにならされた。

Fig. 3 砂の見かけの比重と安息角の関係

2.2 車輪の転動合成抵抗を測定する方法

S.G. 上を転動する車輪の S.G. から受ける合成抵抗の水平成分 H 、鉛直成分 V 、方向 θ 、大きさ R 、沈降の深さ y_0 などを、簡単にしかも正確、迅速に測定するため、場合によって異なるいくつかの方法による測定装置を著者は考案した。紙面の関係で、本報告ではこれらの測定法のうち単車輪については自動測定の原理を、また車両においては測定原理のみをそれぞれ一つずつ選んで述べることにした。他の測定方法は著者のこれらに関する文献¹⁻⁴⁾に報告しているので本誌では省略する。

2.2.1 単車輪の転動抵抗を測定する方法

電気式真島-高橋の車輪転動抵抗自動測定法により、

Fig. 4 電気式真島-高橋の車輪転動抵抗自動測定法の原理図

Fig. 5 車輪転動抵抗自動測定装置

S.G. 上を車輪が駆動によって転動する場合の駆動トルク M および牽引される場合の車輪の転動合成抵抗などを測定する原理を Fig. 4 を用いて説明する。

まず面形成装置により水平になされた S.G. 上に測定装置の車輪を静かに降す。次に Fig. 4 で示される本測定装置の外枠の基台①が測定中、常に水平に保たれるようにタンバクル⑨によって調整した後、車輪駆動用モータ⑩の電源を入れ、車輪を駆動することにより走行させる。このとき、車輪の駆動トルク M は、懸垂用シャフト③のまわりに自由に回転できるようになっている懸垂用アーム④の左右に振れる変角を電気式自動制御によ

ってゼロに保ちながら、車輪の駆動によって生ずるワイヤ⑥の張力の値を、車輪に固定したギア⑧の半径 R_0 に乗算して求める。この場合、測定値 M の情報処理として電気的な演算回路を試作した。またこの装置を用いて牽引される場合の車輪の転動合成抵抗を求めるためには、その鉛直成分 V の大きさは荷重の大きさと等価であるから、その水平成分 H のみを測定によって求めるとよい。この場合、 H の測定方法はまずシャフト③に懸垂されている内枠②を基台に固定されている外枠①に対し、左右に振れないように固定する。次にチェーン⑦をとり除いた状態で S.G. 箱を矢印と反対方向に移動させ、そのとき車軸を定位置にとどめるために、外枠①の基台を矢印の方向に水平に牽引する。この場合の水平牽引力の大きさが、牽引される場合の車輪の転動合成抵抗の水平成分 H の値である。この H の値も M を求める場合と同様な電気的演算回路で情報処理する。

2.2.2 車両の牽引抵抗を測定する方法

3 または 4 車輪を持つ車体上で荷重の重心の位置を前後に移動し、それに応じて車両の牽引抵抗がどのように変るかを、Fig. 6 の測定法に基づく Fig. 8 の実験装置によって調べてみた。なお Fig. 7 は 3 または 4 車輪をもつ車両の平面図である。この Fig. 6 において、S.G. の堆積状態を一定に保つ方法および車両を定位置に置き、S.G. を満した箱を移動させることによって検出器①を用いて牽引抵抗を測定する方法は、単車輪の場合と同様である。車体を常に水平に保つためには、水準器⑥を見ながら後車軸 (Fig. 6 において左方) 上にスペーサ⑦を挿入する。また牽引ワイヤ④を水平に引張るためには、水準器⑧を見ながらプーリー③の支柱②を上下に移動さ

Fig. 6 車両の索引抵抗測定法の原理図

Fig. 7 3および4車輪をもつ車両の平面図

Fig. 8 車両の牽引抵抗測定装置

せて調整する。このとき、支柱②の上下移動の変位をあらかじめ校正しておけば、前車輪の沈降の深さ y_{0f} を知ることができる。また後車輪軸上に挿入したスペーサ⑦の厚さにより、前車輪のわだちの跡をさらに後車輪が沈降した深さ y_{0r} が実測できる。このとき後車輪の最下端の S.G. 面からの沈降の深さ y_{0t} は $y_{0t} = y_{0f} + y_{0r}$ で示される。3 または 4 車輪とも前後車軸間の距離は 45 cm, 左右車輪間の距離は 27.5 cm として用いた。

次に一定荷重の重心の位置を車両上で前後に変えて、車両の所要の重心位置 X を与える方法について述べる。ただし、前後車輪の中間の位置を X の原点とする。また車両の全重量 V_t は、前車輪に加わる荷重 V_f と後車輪に加わる荷重 V_r との和によって表わされるので、前後車輪の荷重分布と重心位置との関係は、この実験装

置の場合、次式によって表わされる。

$$\frac{V_f}{V_r} = \frac{22.5 - X}{22.5 + X}$$

$$V_t = V_f + V_r$$

$$V_f = \frac{22.5 - X}{2 \times 22.5} \cdot V_t$$

$$V_r = \frac{22.5 + X}{2 \times 22.5} \cdot V_t$$

重心位置 X を任意に与えると、上式より一定の大きさ V_t に対する前車輪および後車輪に加わる荷重 V_f および V_r を知ることができる。この実験装置によって、車両の荷重位置と牽引抵抗との関係を測定した。

3. 実験結果

3.1 牽引される車輪の転動合成抵抗

3.1.1 合成抵抗の水平成分と鉛直成分との関係

牽引される車輪が S.G. 面を圧縮しながら等速度で転動する場合に、車軸に作用する力の関係は実験の結果、Fig. 11 から次式が成立することを確認めた。

$$H = K' V^{n'} \quad \dots\dots (1)$$

ただし、 V は Fig. 9 に表わされるように車軸に加わる荷重であり、 H は車軸に作用する牽引力の大きさであって H と V の大きさは転動中の車輪下面が接触している S.G. 面から受ける合成抵抗の水平成分と鉛直成分の大きさに等しい。 K' は車輪の直径 $2r$, 幅 b などによって変り、 n' はこれらに無関係な定数である。また H と V の関係は、Fig. 10 に示されているように、種々の条件のもとで、荷重の増加に対して牽引抵抗が急激に増大することが、実測された。この S.G. 上における実験式 (1) と比較的硬い面上を牽引されて転動する

Fig. 9 S.G. 上を牽引される車輪の転動合成抵抗

Fig. 10 牽引される車輪の V と H との関係

Fig. 11 牽引される車輪の V と H との関係

場合にすでに認められている実験式

$$H = \delta \frac{V}{r} = K''' V \quad \dots\dots (2)$$

とを比較してみると、両式において H と V の関係は異なる。ただし、 δ はころがり摩擦係数である。比較的硬い面上の場合には、S.G. 上の場合とは異なり、荷重 V と牽引抵抗 H の関係は比例する。

3.1.2 合成抵抗の水平成分、鉛直成分と車輪の沈降の深さ

S.G. 面上と比較的硬い面上で転動する車輪について成立する実験式 (1), (2) の相違は車輪最下端の沈降

の深さ y_0 の著しい差によるものと考えられる。そこで S.G. 上において車輪の転動合成抵抗と沈降の深さとの関係を求めるため、まず牽引される車輪の合成抵抗の水平成分 H 、鉛直成分 V が、 y_0 によってどのように変わるかを実験によって確かめた。Fig. 12, Fig. 13 は、それらの関係を種々の条件のもとで求めた結果を表わしたものである。これらの図から、実験式 (3), (4) が成立することが、確かめられた。

$$H = k_1 y_0^{n_1} \quad \dots\dots (3)$$

Fig. 12 牽引される車輪の y_0 と H との関係 (パラメータ: b)

Fig. 13 牽引される車輪の y_0 と V との関係 (パラメータ: b)

$$V = k_2 y_0^{n_2}$$

.....(4)

ここで k_1, k_2 は次に示すような実験条件で決まる係数であり、 n_1, n_2 はこれらの条件には無関係な一定の値である。次に k_1, k_2 および n_1, n_2 の値について詳述する。これらに関する実験結果を両対数グラフ上に示すと、**Fig. 12** から **Fig. 23** のようになる。特にこれらの実験結果は、粉体工学研究会誌に続けて報告する車輪の転動

Fig. 14 牽引される車輪の y_0 と H との関係
(パラメータ: $2r$)

Fig. 15 牽引される車輪の y_0 と V との関係
(パラメータ: $2r$)

合成抵抗に関する高橋の理論式の信ぴょう性を考察する場合に、きわめて重要なものとなる。

3.1.3 k_1, k_2 の値について

i) k_1, k_2 の値と車輪の直径、幅

Fig. 12, Fig. 13 は、車輪の幅 b がそれぞれ 5, 10, 15, 20, 25 cm の場合について、 y_0 と H および y_0 と V などとの関係を測定した結果を表わしたものである。それらの関係はいずれも直線的であって、車輪の幅 b の増加とともに漸次上方に平行移動する傾向があるので、係数 k_1, k_2 は車輪の幅 b によって変ることがわかる。次に車輪の直径 $2r$ による k_1, k_2 の変化を調べる

Fig. 16 牽引される車輪の y_0 と H との関係
(Dry Sand; パラメータ; v)

Fig. 17 牽引される車輪の y_0 と V との関係
(Dry Sand; パラメータ; v)

と、Fig. 14 から k_1 は直径に無関係であるが、Fig. 15 から k_2 は直径の増加にともない漸次増加することが認められる。

ii) k_1, k_2 の値と車輪の進行速度および S.G. の含有水分

牽引される車輪の進行速度 v と k_1, k_2 の値との関係について実測した結果を述べる。Fig. 16, Fig. 17 から知れるように速度 $v=1.1 \sim 8.3 \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-1}$ の範囲においては k_1, k_2 の値はほとんど変わらない。今まで実験に用いた Dry な S.G. に、体積比 7:1 の水を加えた Wet な S.G. 上で、同様な実験を行なった。この結果

は Fig. 18, Fig. 19 から知れるように、速度変化 $0.50 \sim 18.07 \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-1}$ の範囲では k_1 および k_2 の値は、なんらの影響も受けないことが認められた。また Dry な S.G. と水との体積比 7:1 の割合で S.G. に充分水を含ませた Wet な S.G. に対する k_1, k_2 の値は、Fig. 20, Fig. 21 で表わされている実験結果から示されるように、両者の場合についてほとんど相違はないが、Wet な S.G. の方が、Dry な S.G. の場合より

Fig. 18 牽引される車輪の y_0 と H との関係 (Wet sand; パラメータ; v)

Fig. 19 牽引される車輪の y_0 と V との関係 (Wet Sand; パラメータ; v)

Fig. 20 牽引される車輪の y_0 と H との関係 (Dry S.G., Wet S.G.)

Fig. 21 牽引される車輪の y_0 と V との関係 (Dry S.G.; Wet S.G.)

k_1, k_2 の値が、わずかに小さいことがわかる。以上の実験から、S.G. 上を牽引される車輪が S.G. から受ける抵抗は、進行速度 v 、S.G. の含有水分などによって、ほとんど変わらないことが認められた。

iii) k_1, k_2 の値と S.G. 試料の平均粒径

S.G. の試料の平均粒径 $m=0.026, 0.070, 0.170, 0.310, 0.430\text{ cm}$ などの各々の場合による k_1, k_2 の値の変化を調べると、Fig. 22, Fig. 23 のように表わされ

Fig. 22 牽引される車輪の y_0 と H との関係 (パラメータ; m)

Fig. 23 牽引される車輪の y_0 と V との関係 (パラメータ; m)

る。このように S.G. の試料の平均粒径によっては、 k_1, k_2 の値はほとんど変らぬことが認められる。

3.1.4 n_1, n_2 の値について

n_1, n_2 は Fig. 12 から Fig. 23 までの図に示されているように、車輪の直径 $2r$ 、幅 b 、速度 v 、S.G. の状態などにはほとんど無関係な定数で、この場合の実験試料では、 $n_1=4/3$ 、 $n_2=5/6$ であることが実験によって確かめられた。

3.1.5 K', n' と k_1, k_2, n_1, n_2 の関係

実験式 (3), (4) から y_0 を消去して H と V の関係式を求めると (5) 式が得られる。

$$H = \frac{k_1}{k_2^{n_1/n_2}} \cdot V^{n_1/n_2} \quad \dots\dots (5)$$

したがって、実験式 (1) の K', n' は、実験式 (3), (4) の k_1, k_2, n_1, n_2 などによって

$$K' = \frac{k_1}{k_2^{n_1/n_2}}, \quad n' = \frac{n_1}{n_2} \quad \dots\dots (6)$$

ただし ($n_1 > n_2 > 0$)

のように表わされる。

3.1.6 合成抵抗の大きさおよびその方向と車輪の沈降の深さ

合成抵抗の大きさ R は実験式 (3), (4) により

$$R = V \sqrt{(k_1 y_0^{n_1})^2 + (k_2 y_0^{n_2})^2} \quad \dots\dots (7)$$

となる。 $\vec{R}$ が水平成分となす角を θ とすると、

$$\theta = \tan^{-1} \frac{k_2}{k_1} y_0^{n_2 - n_1} \quad \dots\dots (8)$$

が導かれる。ただし、車輪が牽引される場合は $0 < \theta < \pi/2$ である。これらの式を用いて R および θ の y_0 による変化は、著者の研究論文¹⁾で発表しているので、本報告では省略する。しかし y_0 の増加にともなって R は増し、一方 θ は $n_2 < n_1$ から減少することがわかる。ただし、(8) 式における θ は車輪の転動合成抵抗 $\vec{R}$ の着力点を原点 (零点) とし、車輪の走行方向の水平軸に対して反対向きの水平軸と $\vec{R}$ との狭角である。

3.2 駆動する車輪の転動抵抗

車輪が S.G. 上を駆動によって転動走行するとき、S.G. 面との間のすべりにより摩擦力が生じ、この摩擦力と車輪が接触する S.G. 面から受ける面圧によって、合成抵抗の方向は車軸に向わない。このため、車輪が駆動

され転動するときには、トルクを必要とする。そこで、電気式真島-高橋の車輪転動抵抗自動測定装置を用いて、駆動トルクと車輪の幅、直径、荷重、沈降の深さ、駆動する車輪の進行速度、車輪と S. G. 面との間のすべりなどとの関係を実験によって調べた。その結果を以下に記す。

3.2.1 車輪の駆動トルクと車輪の幅、直径、荷重などとの関係

車輪の直径 $2r$ が大きくなるにつれて、合成抵抗の大きさ、およびその着点、合成抵抗の方向はそれぞれ変化するものと考えられる。それによって駆動トルク M の値がどのように変化するかを実測によって調べるため、数種の直径の異なる車輪について実験を行なった。その結果は Fig. 24 に示す如く、直径の増加とともに M の値は増す。この関係はいずれの荷重においても認められた。また駆動トルク M の値は、いずれの荷重においても車輪の幅 b の増加とともに減少し、比較的硬い面上で駆動する場合と逆の現象となる。またある車輪の幅 b に対して、 M の値は荷重 V の増加につれて指数関数的に増加する。これら M と b との関係、 M と V との関係などは最近の著者の研究論文⁵⁾ で報告しているのでここでは省略する。

3.3.2 車輪の駆動トルクと回転数との関係

S. G. 上を駆動する車輪の回転数 (rpm) と駆動トルク M との関係を探るために、荷重 $V=10\text{kg}$ のもとで、試験用車輪として直径 $2r=33.7\text{cm}$ 、幅 $b=9.6\text{cm}$ であるラワン製の円柱形車輪を用いた。また S. G. の試料としては、平均粒径 $m=0.026\text{ cm}$ の粉体状態の乾燥川砂を使用した。この S. G. の試料と車輪を用いて、車輪の回転数を $1000\sim 3500\text{ rpm}$ に変化させ、これに対する駆動トルク M を測定した結果は、Table 2 のように表わ

Table 2 車輪の回転数 (rpm) と M および y_0

Dry Sand $m=0.026\text{ cm}$	Wood column wheel $b=9.6\text{ cm}$ $2r=33.7\text{ cm}$		Iron column wheel $b=10\text{ cm}$ $2r=25.2\text{ cm}$	
	$V=10\text{ kg}$		$V=10\text{ kg}$	
rpm	$M/R_0(\text{kg})$	$y_0(\text{cm})$	$M/R_0(\text{kg})$	$y_0(\text{cm})$
1000	12.6	1.9		
1500	12.5	1.8	6.5	2.2
2000	12.7	1.9	6.5	2.5
2500	12.8	1.8	6.5	2.2
3000			6.5	2.2
3500	13.0	1.8		

された。また車輪面の状態によるトルク M と回転数の関係を探るため、先に述べたラワン製に対し、周面が磨かれた直径 $2r=25.2\text{cm}$ 、幅 $b=10\text{cm}$ の円柱形鉄製車輪を用いて、実験を行なった。荷重、S. G. の試料などはラワン製車輪の場合と同一条件である。この鉄製車輪の測定回転数の範囲は $1500\sim 3000\text{ rpm}$ にした。これに対する駆動トルク M の測定値は、Table 2 に示されている。両方の車輪とも駆動トルク M は、車輪の回転数にほとんど影響されないことが認められた。

3.3 車両の牽引抵抗

車両の前または後車輪に作用する合成抵抗の水平成分および鉛直成分の和はそれぞれ車両の牽引抵抗および荷重である。ゆえに、車両の牽引抵抗と車輪の直径、幅、車両全体の重心位置（前、後車輪に加わる荷重分布の割合によって決まる）との関係は、さきに述べた単車輪の転動抵抗の問題に帰着することができる。しかし、これに関する実験および理論の両面から体系的になされた研究はほとんど行なわれていない。そこで、実験によってこの問題を検討するため、ラワン製円柱の3または4車輪をもつ車両について、その進行速度 $v=4.09\text{ cm}\cdot\text{sec}^{-1}$ 、S. G. の試料用として平均粒径 $m=0.026\text{ cm}$ の川砂を用い、これらの場合について以下のような測定を行なった。

3.3.1 車両の牽引抵抗と重心の位置

車両上で荷重の位置を前後に移動させて車両全体の重心位置を変え、それによって車両が牽引される場合の牽引抵抗が、どのように変化するかを調べた。実験は平面図 Fig. 7 に示されるような3または4車輪をもつ車両について行なった。車両の左右2車輪の間隔および前後車軸間の距離はそれぞれ 27.5cm および 45cm であり、車輪は直径 $2r=20\text{cm}$ 、幅 $b=2\text{cm}$ および 5cm の同一形状のものをを用いた。測定は、まず4車輪の場合について実験を行ない、車両全体の重量 V_i を 15.0 、 21.3 、 30.2 kg などに変え、その各々の場合について調べた。

Fig. 24 駆動する車輪の $2r$ と M/R_0 との関係 (パラメータ; 荷重 V)

Fig. 25 牽引される車両の X と H_t との関係

Table 3 Fig. 25 のグラフのパラメータ表示

Curve No.	V_t (kg)	Tandem wheels			
		$2r$ (cm)		b (cm)	
		Front	Rear	Front	Rear
I	21.3	20	20	5	5
II	30.2	20	20	5	5
III	15.0	20	20	2	2

Fig. 25 は Table 3 で示されるパラメータにより実測した結果を表わす。このことから牽引抵抗が最小になるような車両上での荷重の重心位置はこの場合、車両全体の重心位置が原点零より約 3 cm 後方に偏在するように選ばれよいことがわかる。この現象はいずれの車輪の直径、幅、荷重においても認められた。また同一形状の 3 車輪をもつ車両の場合は、前車軸と後車軸の間の距離を 2:1 に内分する線上で左右の車輪に対しては、中心線上に牽引抵抗の最小になる重心の位置が存在することが知られた。この 3 車輪と 4 車輪において、牽引抵抗が最小になる重心の位置の選定の相違は、4 車輪の場合、後車輪が前車輪のわだちの上を通るが、3 車輪の場合は各車輪がそれぞれ処女状態の S.G. 上を通るためである。

3.3.2 車両の前、後車輪の転動抵抗と S.G. の堆積状態

車両が S.G. 上を牽引されるときに牽引抵抗 H_t と、車両の総荷重 V_t との対数関係は、実験結果の Fig. 26 に表わされているように直線的となり、次の実験式(9)が成立する。

Fig. 26 牽引される車両の V_t と H_t との関係

$$H_t = K_t V_t^{n_t} \quad \text{.....(9)}$$

ただし、 K_t は単車輪の場合と同様に車輪の直径、幅、S.G. の状態によって決まる定数であるが、 n_t は Fig. 26 に示されているように、直径などにはほとんど関係しない定数である。ここで車両において成立する(9)式の関係と、単車輪について成立する(10)式を比較し、両者の係数および指数間の関係を求めると次のようになる。いま前、後車輪について代表番号を i とすると、その車輪が S.G. から受ける抵抗の水平成分 H_i と鉛直成分 V_i は、実験式(9)により

$$H_i = K_i' V_i^{n_i'} \quad \text{.....(10)}$$

で表わされる。一方、車両の抵抗の水平成分、鉛直成分は、各車輪のそれぞれの成分の和で表わされるから次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} H_t &= \sum_i H_i \\ V_t &= \sum_i V_i = \sum_i \frac{V_i}{a_i} \end{aligned} \right\} \quad \text{.....(11)}$$

ただし、 $\sum_i 1/a_i = 1$ 、(10)式を用いると、(11)式は

$$\begin{aligned} H_t &= \sum_i K_i' \left(\frac{V_i}{a_i} \right)^{n_i'} \\ H_t &= \sum_i \left(\frac{K_i'}{a_i^{n_i'}} \cdot V_i^{n_i'} - n_t \right) V_i^{n_t} \end{aligned} \quad \text{.....(12)}$$

となる。(12)式が(9)式と等しいためには、両式の係数間に次の関係が成立しなければならない。

$$K_t = \sum_i \left(\frac{K_i'}{a_i^{n_i'}} \cdot V_i^{n_i'} - n_t \right) \quad \text{.....(13)}$$

しかるに、 K_t は V_t によらない定数であるから、 $n_i' - n_i = 0$ となる。すなわち、単車輪の n_i' と車両の n_i とは同じ値となる。これは車両において、前車輪と後車輪とでその S.G. の堆積状態が異なるが、各車輪の n_i' がそれによって変らないことを示している。また(6)式から $n_i' = (n_1/n_2)_i$ であるから、S.G. の堆積状態によって n_1/n_2 の比が変らないことになる。さらに(13)式から(14)式で示されるような単車輪と車両とについて成立する係数および指数の相互関係が得られる。

$$\left. \begin{aligned} K_i &= \sum_i \frac{K_i'}{a_i n_i'} \\ n_i &= n_i' = \left(\frac{n_1}{n_2} \right)_i \end{aligned} \right\} \dots\dots (14)$$

(14) 式から S.G. 上において牽引される車両の前、後車輪では、車輪面に接する S.G. の状態は異なるが、そのような S.G. の堆積状態によって、各車輪の転動合成抵抗の水平成分と鉛直成分の関係を表わす式の指数が変らないことがわかった。また前、後車輪が S.G. から受ける転動合成抵抗の水平成分、鉛直成分のそれぞれと車輪の沈降の深さとの関係を表わす式の指数 n_1, n_2 の両者の比 n_1/n_2 は、各車輪について一定であることが、実験によって認められた。

3.4 車輪の周面と側面が S.G. から受ける抵抗の比

S.G. 上を車輪が転動するとき、S.G. より抵抗を受ける車輪面は、その周面と側面である。この周面に対する側面の受ける抵抗の割合を知るため、次のような実験を行なった。すなわち同一直径の2個の車輪を用い、一方の幅をきわめて小さくし、両者を同一深さに沈降させて Fig. 4 で示した測定装置で車輪の周面と側面の抵抗による車輪を駆動する場合のトルク M_1 と車輪の側面だけの抵抗による駆動トルク M_2 を比較測定した。Table 4 はそれらの測定結果を示す。これより M_1 に対する M_2 の割合は 0.31% 以下であり、側面の抵抗は周面の抵抗

Table 4 車輪の沈降の深さ同一のときの駆動トルク M_1 と M_2

Dry Sand		Mean diameter of particle: 0.026 cm Diameter of Wheel: 34 cm	
Depth y_o (cm)	Thickness $b=20$ cm		
	M_1 (kg·cm)	M_2 (kg·cm)	M_2 / M_1 (%)
1.0	41.80	0.10	0.24
1.2	63.80	0.20	0.31

Table 5 駆動走行する車輪のすべり

Dry Sand. Mean diameter of particle 0.026 cm Wheel. Thickness $d=10$ cm, Diameter $2r=25$ cm			
Weight V (kg)	Depth y_o (cm)	$2\pi r - s$ (cm)	Slip $\frac{2\pi r - s}{2\pi r}$ (%)
5	1.0	5.4	7
7.5	1.4	3.9	5
10	2.2	4.5	6
15	2.9	7.9	10

に比べ、きわめて小さいことが認められた。

3.5 S.G. 面上における車輪のすべり

3.5.1 牽引される車輪のすべり

車輪が牽引される場合に、車輪の下面と S.G. 面との間にすべりがあるか否かを調べるために Fig. 4 に示した測定装置によって実験を行なった。まず車軸を一定位置に止め、車輪が一回転に要した S.G. 箱の移動距離を測定し、車輪の円周の長さ s と S.G. 箱の移動距離との差を求めた。このとき用いた車輪は直径 $2r=27.8$ cm、幅 $b=5$ cm、荷重 $V=2.5$ kg であり、試料用の S.G. は乾燥の状態で平均粒径 $m=0.026$ cm の川砂である。測定の結果、車輪が同一わだちを繰り返し通過したような圧縮された S.G. 面の場合には、車輪の一回転に要した S.G. 箱の移動距離 (87.8 cm) と車輪の周囲 (87.5 cm) とはほとんど同じ値ですべりは認められなかった。また、処女状態の S.G. 上では、車輪の一回転に要した S.G. 箱の移動距離の方が車輪の周囲の長さに比べわずかに大きいことが認められた。このことは、車軸のまわりに自由に回転できる車輪の周面と S.G. との間にはほとんどすべりが生じないが、車軸の回転摩擦や牽引される車輪の前方に S.G. 試料が微量変位することによるものと思われる。したがって牽引される場合、車輪の下面と S.G. 面との間のすべりはほとんどなく、その結果すべりによって生ずる摩擦による抵抗は合成抵抗に対し無視してもよいほど小さいことが認められた。

3.5.2 駆動する車輪のすべり

車輪が駆動により転動しながら走行する場合のすべりを考慮して Fig. 4 の測定装置を用い、車輪の円周の長さに対し車輪が一回転する間の車軸の移動距離 s の差を測定した。この実験結果は Table 5 に示されている。車輪下面と S.G. 面との間のすべりは、牽引の場合に比べて著しく大きく表われているから、駆動する場合には車輪面と S.G. 面との間のすべりによる摩擦力を無視できないことがわかった。

4. おわりに

以上に述べたことは、水平面 S. G. 上を転動する車輪が受ける抵抗の実験に関する基礎研究である。さらにこの実験結果は引き続き本誌の研究報告で発表する車輪の転動抵抗に関する高橋の理論式の基礎となるばかりでなく、この式の信ぴょう性の考察に有意義な役割を果たす。また実際の S. G. 面は任意の曲面からなっているので、本研究室ではこれまで述べてきた実験装置および実

験結果を検討して任意の曲面上での車輪の転動抵抗を測定できる装置を試作し、これを用いて現在研究を進めている。このような任意の S. G. 面に対する転動抵抗を測定する目的で、測定装置はジャイロスコップなどを用いて姿勢制御を施すとともに、かつ車輪の転動抵抗、駆動トルクなどの測定値の情報処理のため、電気的な演算回路を試作している。これらについては、車両の動力用最小エネルギーに対する最適な重心位置の自動選定法とともに次回以降の研究報告で述べることにする。

引用文献

- 1) 高橋清: 応用物理学会誌, 22, No. 7-8 (1953)
- 2) 高橋清: 応用物理学会誌, 23, No. 2 (1954)
- 3) 高橋清: 応用物理学会誌, 23, No. 6 (1954)
- 4) 高橋清: 応用物理学会誌, 25, No. 3 (1956)
- 5) 高橋清: 応用物理学会誌, 43, No. 8 (1974)
- 6) Kiyoshi Takahashi: *The Japan Science Review*, 1, No. 1 (112~113) (1954)
- 7) Takahashi, K.: (I) *Proc. of Eng. Faculty of Keio Univ.*, 5, No. 18 (1952)
- 8) Takahashi, K.: (II) *Proc. of Eng. Faculty of Keio Univ.*, 5, No. 19 (1952)
- 9) Takahashi, K.: (III) *Proc. of Eng. Faculty of Keio Univ.*, 6, No. 22 (1953)
- 10) Takahashi, K.: (IV) *Proc. of Eng. Faculty of Keio Univ.*, 7, No. 24 (1954)
- 11) 高橋清: 慶応義塾大学創立百年記念論文集 (1958)
- 12) Bekker, M. G.: *Theory of Land Locomotion* p. 180
- 13) 高橋清: “月面のような軟い面上の車輪転動に関する理論と電気計測および自動制御 (電気式測定法)” 粉体工学研究会誌, 11, No. 8 (1974)
- 14) 高橋清: “Soft Ground³上の車輪転動に関する解析および電子計測自動制御 (理論, 高橋の式と工学への応用)” 第17回自動制御連合講演会論文集 (1974)
- 15) 高橋清, 横山成昭, 生田公句: “ジャイロスコップを用いた Soft Ground 上の車輪の転動抵抗の自動測定法” 第17回自動制御連合講演会論文集 (1974)
- 16) 高橋清, 太田久, 河村嘉宏, 石井伸行: “M-T 式車輪駆動トルク測定装置によるトルクの電気的自動測定法” 第17回自動制御連合講演会論文集 (1974)
- 17) 高橋清, 太田久, 清水久夫: “車輪の転動抵抗および駆動トルクの電子計測とその情報処理” 第17回自動制御連合講演会論文集 (1974)
- 18) 高橋清, 横山成昭, 佐々木勇, 余田定光: “Soft Ground 上を走行する車両の最適重心位置の電気的自動制御” 第17回自動制御連合講演会論文集 (1974)
- 19) 高橋清: “最適な月面車のため” の計測自動制御に関する一考察” 第17回自動制御連合講演会論文集 (1974)
- 20) 高橋清, 横山成昭, 村田正直: “磁歪計を用いた粘度, 濃度などの電子式自動測定法” 第17回自動制御連合講演会論文集 (1974)
- 21) 高橋清, 横山成昭, 勘久保広一, 横田健蔵: “平板の電気式水平自動制御” 第17回自動制御連合講演会 (1974)
- 22) 高橋清: 工学博士論文, 東京大学 (1961)
- 23) 高橋清: “月面のような軟い面上の車輪転動に関する理論と電気計測および自動制御 (理論, 高橋の式)” 粉体工学研究会誌, 11, No. 9 (1974)

Author's abstract

Basic studies on the resistance received by a wheel rolling on a soft ground (electrical, automatic measuring method and the experimental results)

by

Kiyoshi TAKAHASHI

(Department of electronics engineering, Shibaura Institute of Technology)

Research and development of various wheels rolling on a soft ground (S. G.) are a new important field in recent years, concerning the farm machinery, vehicle in the desert, snowmobile, transit wheels on the moon's surface and sea bottom, etc. Together with the world wide limitation on the energy sources, it is

extremely necessary to study such wheels which consume considerable energy compared with running on hard ground. However in case of rolling on S.G., when the wheel is pulled and it runs on its own power, the resultant rolling resistance $\vec{R}$ received by the wheel from S.G., its horizontal component H and vertical component V , the direction θ , and the coordinates $(\bar{X}, \bar{Y})$ of the point Q where the force is applied, are generally different. In order to obtain the relations among $R, H, V, \theta, Q (\bar{X}, \bar{Y})$, the driving torque of the rolling wheel M etc., on one hand, and the breadth of the wheel b , the diameter $2r$, the angular velocity ω , the travelling velocity v , the sinking depth at the lowermost end of wheel y_0 , the grain diameter of S.G. specimen m , the degree of moisture, etc., on the other hand, for the two cases mentioned, an electrical, automatic M-T (Mashima-Takahashi) wheel rolling resistance measuring device has been devised. The results of experiments obtained by use of this automatic measuring device are described in this report.

List of figures and tables

- Fig. 1** Sand of S.G. specimens of different grain diameters
- Fig. 2** Relation between the average grain diameter of sand and its apparent specific gravity and the rest angle.
- Fig. 3** Relation between the apparent specific gravity of sand and the rest angle.
- Fig. 4** Diagram of principle of the automatic measuring method of the electrical Mashima-Takahashi wheel rolling resistance.
- Fig. 5** Automatic wheel rolling resistance measuring device.
- Fig. 6** Diagram of principle of the pulled-wheel resistance measuring method.
- Fig. 7** Plans of the three- and four-wheel vehicles.
- Fig. 8** Diagram of principle of the pulled-vehicle resistance measuring device.
- Fig. 9** Resultant rolling resistance of a wheel pulled on S.G.
- Fig. 10** Relation between $V-H$ of a pulled wheel.
- Fig. 11** Relation between $V-H$ of a pulled wheel.
- Fig. 12** Relation between y_0 and H of a pulled wheel (parameter: b).
- Fig. 13** Relation between y_0 and V of a pulled wheel (parameter: b).
- Fig. 14** Relation between y_0 and H of a pulled wheel (parameter: $2r$).
- Fig. 15** Relation between y_0 and V of a pulled wheel (parameter: $2r$).
- Fig. 16** Relation between y_0 and H of a pulled wheel (parameter: v ; dry S.G.).
- Fig. 17** Relation between y_0 and V of a pulled wheel (parameter: v ; dry S.G.).
- Fig. 18** Relation between y_0 and H of a pulled wheel (parameter: v ; wet S.G.).
- Fig. 19** Relation between y_0 and V of a pulled wheel (parameter: v ; wet S.G.).
- Fig. 20** Relation between y_0 and H of a pulled wheel (dry S.G. and wet S.G.).
- Fig. 21** Relation between y_0 and V of a pulled wheel (dry S.G. and wet S.G.).
- Fig. 22** Relation between y_0 and H of a pulled wheel (parameter: m).
- Fig. 23** Relation between y_0 and V of a pulled wheel (parameter: m).
- Fig. 24** Relation between $2r$ and M/R_0 of a driving wheel (parameter: load V).
- Fig. 25** Relation between X and H_i of a pulled vehicle.
- Fig. 26** Relation between V_i and H_i of a pulled vehicle.
- Table 1** Physical constants of the S.G. specimen shown in Fig. 4.
- Table 2** Number of revolutions of the wheel (rpm) and M and y_0 .
- Table 3** Parametric representation of the graph in Fig. 25.
- Table 4** Driving torques M_1 and M_2 for the same sinking depth of wheel.
- Table 5** Slip occurring in the wheel running on its own power.