振動場における粉粒体の挙動

Behavior of Granular Materials on Vibrating Bed

坂 口 克 己*

Katsumi Sakaguchi

1. ま え が き

機械振動は粉粒体の操作に広く使われているが、最近では振動層や振動流動層などの新しい分野でも利用されている。これらの装置においては振動の効果と逆効果が共に顕著に現われるので他の操作と比べてその有効利用条件は厳しい。

本報では基礎的研究として、鉛直方向に振動し、強制空気流のない容器内で比較的薄く充てんされた粒体の上下および左右運動の様子、特に残留空気との相互作用によって粒体の運動が不安定になっていく様子を観察した。

2. 粒体層のとび上がり運動の簡単な解析

図1のように鉛直方向に振幅 a 、振動数 f で正弦振動する平面上の厚さ h の粒体層の上下運動を考える。簡単のため粒体層を1つの剛体と考える。層厚に比べて容器径は十分大きいものとし、壁の摩擦は無視する。振動加速度を重力の加速度 g で無次元化して、 $K_v = a(2\pi f)^2/g$ とおく。 $K_v > 1$ の場合に粒体層はとび上がりを生ずる。 $\theta = 2\pi f t$ とおくと、層がとび上がる時刻(位相) θ_D は、

$$\theta_D = \sin^{-1}(1/K_v) \quad \dots\dots(1)$$

層重心の飛行中の運動方程式は、

$$\rho h \ddot{y} + p_0 - p_i + \rho h g = 0 \quad \dots\dots(2)$$

ρ : 見掛けの密度 p_0 : 大気圧力

p_i : 層と振動面の間のすきまの空気圧力

である。ここで、空気はすべて粒体層を透過していると考える。簡単化のためすきまの残留空気の膨脹・圧縮を無視する。すなわち液体のように考え、空気透過抵抗は

図1 振動面上の粉体層のモデル

速度に比例すると考えると、圧力差の項は、

$$p_0 - p_i = r h (\dot{y} - \dot{Y}) \quad \dots\dots(3)$$

$$\dot{Y} = a 2\pi f \sin \theta$$

r : 単位面積単位層厚あたりの空気透過抵抗係数となる。(2)、(3)式を解いて、初期条件式(1)を入れ、微小量 $r/(\rho 2\pi f)$ で近似展開して第1次項まで求めると次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{y}{a} = & -\frac{1}{2} - \frac{1}{K_v}(\theta - \theta_D)^2 + (\theta - \theta_D) \cos \theta_D + \sin \theta_D \\ & + \frac{r}{\rho 2\pi f} \left\{ \frac{1}{6} - \frac{1}{K_v}(\theta - \theta_D)^3 - \cos \theta + \cos \theta_D \right. \\ & \left. - (\theta - \theta_D) \sin \theta_D - \frac{1}{2}(\theta - \theta_D)^2 \cos \theta_D \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots(4)$$

$K_v = 2, 4, r/(\rho 2\pi f) = 0, 0.1, 0.2$ のときの飛行軌跡を図2に示す。 $r/(\rho 2\pi f)$ が作用すると最大高さが低くなり、着下時刻が早くなる。

着下時刻 θ_E は変位が一致する条件により、(4)式で $\theta = \theta_E$, $y = Y = \sin \theta_E$ において求めることができる。(3)、(4)式からわかるように空気抵抗は $r/(\rho 2\pi f)$ のかたちで影響する。したがって、比重が小さくかつ振動数が低いほど大きな影響を受ける。(4)式に層厚 h は入っていないから層の運動は h に関係しないことになるが、これは実験的に検討する必要がある。

昭和51年11月18日受理

・名古屋工業研究所(〒456 名古屋市熱田区六番町3)

TEL 052-661-3161

図2 空気抵抗を受ける粒体層の飛行軌跡

r そのものの値は粒径、表面形状および充てん率に関係する。川砂の r を静的実験で求めてみたところ、(4)式で予想される値の10倍以上になった。振動下での空気の透過状態は静的な場合と著しく異なると考えられるので r は動の実験で求める必要がある。

着下のさいの反発については、Schmit¹⁾によれば h が粒径の数倍以上であれば反発しないとされているので、ここでも同様に考えるが、これについても実験的に検討する必要がある。

粒体層は振動面上でとび上がったり着下したりしながら周期運動を行なう。粒体層の運動周期と振動面の周期の比が $n=1$ 、 $n=2$ のときは、図3のような6個の運動形式が実現可能である。V-2およびV-5形のように着下後振動面上にとどまる形が一般的な形であるが、V-4形のように着下時刻に振動面がとび上がり条件 $y_E < -g$ を満たすために、2度めの小さいとび上がりを行なう場合がある。V-3、V-6のように連続的にとび上がり運動をくり返すことも可能である。図5に各 K_0 のときのとび上がり時刻と着下時刻を $r/(\rho 2\pi f)$ をバ

図3 鉛直方向振動面上の粉体層の運動形式

ラメータにしてそれぞれ細線と実線で示す。粒体は与えられた K_0 の直上の細線の時刻にとび上がる。そして、その上方の実線（その粒体に相当する $r/(\rho 2\pi f)$ の値の実線）のたて軸で示される時刻に着下する。そしてその実線のさらに上の細線の時刻に再びとび上がり、1周期の運動を完結する。この図では2周期めの時刻は省略してある。

この図において $K_0 < 3$ では $r/(\rho 2\pi f)$ の影響はあまり顕著ではないが、 K_0 の増加とともに $r/(\rho 2\pi f)$ による差が大きくなる。 $K_0=10$ という激しい振動の場合には、 $r/(\rho 2\pi f)=0$ のときの飛行時間は振動面の3周期分にもなるが、 $r/(\rho 2\pi f)=0.2$ ともなると同じ $K_0=10$ でも振動1周期分の運動にとどまる。

このように、空気抵抗が存在すると着下時刻 θ_E が早くなり、運動にかなりの変化をもたらす。

3. 粒体層が厚い場合の着下時刻の実験

電磁式加振器に内径65mm、高さ100mmの合成樹脂製透明円筒容器を取付け、表1に示す粒体を層厚約20mm入れ、 $f=60\text{Hz}$ で振動させた。着下による衝撃を容器底面外側にはり付けたひずみゲージで検出し、同時に振動台の振動を加速度ピックアップで検出してオシログラフに同時記録し、着下時刻(位相)を読みとった。容器内の空気を真空ポンプで吸引して絶対圧力0~15mmHg程度まで空気圧を低下させ、空気抵抗は無視できる状態にして実験し、空気中での飛行状態と対比検討した。

振幅を零から増していくと層全体が同時にとび上がり始めることから理論上仮定した運動を行なっている。1サイクルごとの運動に加えて、粒子が図4に示すように容器中央でもり上がり、壁面で降下する長周期の循環流動をしている。この流動は壁面の摩擦によるものと考え

られる。容器振動方向が多少傾いても飛行運動と流動は変化しないから両運動は安定していると考えられる。

着下時刻の測定結果は図5に記号で示す様になった。砂利の着下時刻は $r/(\rho 2\pi f)=0$ の理論曲線にのる結果が得られた。粒径が小さくなると空気抵抗の影響が増して着下時刻が早くなる。きわめて細かい $A \cdot 100$ の場合には $r/(\rho 2\pi f)=0.2$ の曲線に近い結果が得られた。このように飛行時間の短い $A \cdot 100$ の粒体でも一たん容器内を真空にするとたちまち着下時刻は遅くなり図に記号で示したように $r/(\rho 2\pi f)=0$ の曲線と一致した。同時に衝撃音の時間間隔

表 1 実験した粒体

	比重	粒径 mm	$r \frac{\text{g} \cdot \text{sec}}{\text{cm}^4}$ (参考値)
砂 利	2.5	5	0
玄 米	0.85	$2 \times 3 \times 5$	0.02
Alundum・24	2.3	0.99	0.09
Alundum・100	2.0	0.19	0.19

図 4 層厚約20mm のときの粒体の流動状態

図 5 空気抵抗をうける粒体層のとび上がり時刻と着下時刻

が長くなることを聴きとった。

これらの結果から、厚い粒体層は(4)式のような簡単な式で表わされる運動を行なっていることがわかった。

図 5 の実験ではデータ数が少ないので、粒径そのものの影響を明らかにすることは難かしいが、参考のために各粒体に相当する $r/(\rho 2\pi f)$ の値を読みとり r を計算してみると表 1 のようになる。 r と粒径 d は片対数方眼紙上で直線になる結果が得られた。

この $h=20\text{mm}$ 程度ならば 1 サイクルごのとび上がり運動は壁の摩擦にさしたる影響は受けないと推定される。 h がより大きい場合の挙動を内径 30mm のガラス容器を併用して実験してみたが、 h が容器径より大きくなると下層部粒子のとび上がりなくなり、循環流動が停止した。これは壁の摩擦による閉塞のためと考えられる。

4. 粒体層が薄い場合の挙動の観察

この実験は、容器底面はジュラルミンの厚板、粒体は主に A・100、振動数は主に 60Hz、真空度は 0.1mmHg 以下で行なった。ストロボスコープを用いて粒体層の堆積状態および流動状態を観察した。

A・100 を $h=1\sim 5\text{mm}$ 程度のいような厚さに入れて、まず加速度 $K_v=2\sim 4$ で振動させると図 6 (a) に示すように容器の片側にもり上がる。このように振動によって粒体がかたまってしまふ点が薄い粒体層の特徴である。頂点が片寄る方向は容器振動方向が構造上やむなくわずかに傾く方向と一致する。傾き β がわずかも粒体はその影響を拡大した分布状態となる。

粒体層内では粒子は矢印の A, B, C 方向に流動している。A, B の降下流を補う上昇流 C が内部で発生している。容器内を真空にすると空気中で発生していた大きな山はなくなり、図 6 (a) の点線のようにほぼ平坦になる。したがって、空気の影響によって上昇流 C が発生していることが考えられる。平坦な粒体層では透過抵抗が大きくとび上がることができないので、空気抵抗をなるべく小さくするように粒体層自身が変形して山を形成するものと考えられる。

次に、加速度を $K_v=5\sim 7$ に増加させると空気中でも大きな山はなくなり、図 6 (b) のように容器中央で薄く、周辺にリング状の厚い部分ができる。粒子は図のように山の中央部で上昇し、表面で降下する。壁面の影響を避けるべく、故意に図 6 (c) のように小さな山を作ったり、傾斜部に山と谷を作ったりして振動させ、微細な紙片を投入してみると、紙片は矢印の方向に斜面をすべり落ち、周辺部で中に吸い込まれ、頂上で表に現われる循環運動を行なう。容器が水平振動する場合には振動によって安息角が低下し、山はすみやかに平坦になるが、鉛直振動する場合には平坦になるまでの時間が長く、少なくとも 1 分間すなわち 3600 回の振動を必要とする。

図 4 の厚い層では壁の影響と考えられる循環流動が観察されたが、この実験では壁がなくても、山を高くし谷を深くしようとする力（流れ）が発生しているように思われる。図 6 (b) のままで容器を真空にすると、容器周

図 6 薄い細粒 (Alundum, $d=0.2\text{mm}$) 層の流動状態

辺部のもり上がりはなくなり、表面はほぼ平坦になり、図 6 (d) に示すように直径 10mm、高さ 1mm 程度のおうとつを生ずる。粒子はおうとつの中央で上昇し、周辺で降下する循環流動を行なう。

これらの現象から、粒体の山あるいはおうとつの発生は鉛直振動する粒体そのものの現象と考えられる。そして、空気抵抗と壁の摩擦はこの山をいっそう大きくさせる効果を持っているように考えられる。

上昇流をひき起こす原因として、(1)振動輸送が行なわれている、(2)反発の影響 が考えられるがそれだけでは説明不十分である。解明は今後の課題である。

振動数 f を低くすると (4) 式で予想したように空気抵抗の影響が大きくなった。 f を高くすると内部流動が活発になるようである。粒径を大きくしていくともり上がり現象は小さくなることを観測した。

以上のように、厚さの薄い振動層を作ろうとしても自然に不均一にもり上がってしまう。しかもこのもり上がった層の容器をわずかに傾けると山が容易に横すべりす

る。このことから、粒体層の運動は振動方向および振動面の取付け誤差に鋭敏に影響され、水平方向の安定性は悪くなると考えられる。加えて、本実験のように底面を剛性の高い材料で製作し正確に水平に取付けても、層の表面が波うったり、表面のある部分と他の部分が交互にとび上がり、分割振動するような現象が観測された。また、層の薄い谷の部分で粒子が反発して層厚の 10 倍以上もとび上がる現象も見い出された。

これらの結果から、工業的に大規模に薄い振動層を作ろうとすれば、厚い振動層と比べて運動の安定性が欠けるものと考えられる。厚さ均一の振動層を実現し、工業的に利用しやすい運動をさせる方法として、次のことが考えられる。

(1) 振動面上に多数の仕切り板を設けて大きなもり上がりを阻止する。そして、小さな循環流を積極的に利用する。

(2) 容器をトラフ状にし、斜め振動を与えて振動輸送層にすることによって層を移動させ、片寄りを防ぐ。

(3) 空気抵抗が発生しないように、必要によっては空気の出入りを自由にする空気穴あるいは空気パイプを設ける。

5. む す び

以上の結果をまとめると次のようになる。

(1) 粒体層はとび上がりおよび着下の際かなり大きな空気透過抵抗をうける。薄い粒体層は、この抵抗を避けるために、みずから層の一部を薄く、他の部分を厚くしようとする傾向がある。

(2) 層は上下方向には周期的に運動するが、水平方向には不安定に動く。

(3) 層の厚い部分では上昇流、薄い部分では降下流が発生し、粒子は循環流動する。

引 用 文 献

- 1) Schmit, H. and Peschl, A. : *Fördern und Heben*, 8, 606 (1965)