研究報告

バンカーの鉛直壁部における粒体の応力*

Stresses of Granular Materials in Vertical-Wall Section of Bunkers

綱川 浩** 浅野 祐三** 青木 隆一**
Hiroshi Tsunakawa Yuzo Asano Ryuichi Aoki

1. 緒 言

バンカーの鉛直壁部における粉粒体の応力に関して、理論と実験が数多く報告されており、Janssen式¹⁾が定性的に成り立つことが認められている。しかし、理論と実験との定量的一致はいまだ十分でなく、とくに排出状態で問題がある。排出状態の応力は上限値とみなされており、バンカーの構造設計には重要視されているにもかかわらず、これを評価する適切な方法がないため、きわめて経験的に決められている。この理由は鉛直応力に対する水平応力の比が明らかでないことおよび粉粒体とバンカー壁との間のまさつ係数の値が適切でないことによる。最近では、バンカーの大型化にともない、粉粒体の投入時間を短縮するため、投入速度がますます大きくなる傾向があり、応力と投入速度の関係が問題となる。

本研究では、断面が円形の実験用バンカーを用いて、シリンダーの壁に直角に働く応力およびシリンダーとホッパーの接合部断面に働く平均鉛直応力をいろいろな投入速度および排出速度のもとで測定し、応力の上限値を評価する簡単な方法をのべる。応力はJanssen式で表わせるが、鉛直応力に対する水平応力の比は粉粒体とバンカー壁との間のまさつ角だけの関数となる。提案式による計算結果は排出状態で測定されている既往の実験結果とも一致する。

2. 実験装置と方法

実験装置をFig. 1に示す。バンカーはシリンダー部とホッパー部から成る。シリンダーはステンレス鋼管で、内径は20.3cm、高さは151cmである。シリンダーの下部には頂角60°のホッパーを取り付けてある。その詳細をFig. 1(b)に示す。ホッパー上端の外壁には2本のアームがあり、それぞれを荷重変換器に接続してホッパーを

固定する。これらの荷重変換器でシリンダーとホッパーの接合部断面に働く鉛直力を測定し、ペン書き記録する。シリンダーとホッパーの継目に厚さ約4mmのスポンジを入れる。

Fig. 1 実験装置の概略図

Fig. 2 シリンダーの壁に直ちに働く荷重の検出装置図

昭和52年5月14日受理

* 粉体工学研究会昭和51年度秋期例会にて発表 (1976, 名古屋)

** 横浜国立大学工学部化学工学科 (〒232 横浜市区南区大岡2-31-1)
TEL 045-741-3541

Table 1 粒状材料の流れ性質

材 料	ポリスチレン球	ガラス球	相馬砂
内部まっつ角(°)	16.70	20.80	34.22
壁まっつ角(°)	9.37	11.86	16.10

ンジリングを置き、粒子のかみ込みを防ぐ。また、シリンダー部の支持枠を強固にし、シリンダー内の粉粒体の重量によってシリンダーが鉛直下方に変位することを防ぐ。シリンダーの壁に直角に働く応力を測定するための検出器をFig. 2に示す。非接着型荷重変換器のリンクピンの先端に直径約16mmの円板を取り付け、この円板に働く力を検出し、ペン書き記録する。円板はシリンダーの内面と同じ曲率をもつ。8個の検出器をそれぞれ高さのちがう位置に取り付けてある。この測定方法は前報²⁾でも使用した。

粒状材料をバケットエレベータでバンカー上部のホッパーに貯えたのち、開口板を通してバンカーに投入する。開口径は8, 10, 15, 20, 30, 40および55mmである。ホッパーの排出口径は15, 25および30mmである。投入速度および排出速度は粒状材料の自由表面の移動速度で表わし、シリンダーの壁に取り付けた2つの検出器間の距離と移動に要した時間から算出した。時間は記録計の紙送り速度から求めた。充てん密度はシリンダー内の材料の重量をその占有容積で割った平均値とし、投入状態と排出状態についてそれぞれ測定した。

実験に使った粒状材料はポリスチレン球、ガラス球および相馬砂である。流れ性質は定容積型直接せん断試験器³⁾で測定した(Table 1)。

3. 実験結果と考察

粒状材料の投入終了後に測定した応力と投入速度の関係を図3に示す。シリンダーの壁に直角に働く応力(これを壁応力とよぶ)は材料の自由表面から深さ約145cmの位置に取り付けた検出器で測定した力を円板面積で割った値である。平均鉛直応力はシリンダーとホッパーの接合部断面に働く鉛直力をシリンダーの断面積で割った値である。壁応力は投入速度が約0.5cm/secより小さい範囲では投入速度に依存しないが、投入速度が0.5cm/secより大きい範囲では投入速度の増加とともに増大する。平均鉛直応力は投入速度が約1.0cm/secより小さい範囲では投入速度の増加とともに減少するが、投入速度が1.0cm/secより大きい範囲では投入速度の増加とともに増大する。応力と投入速度の関係は粒状材料によってちがう。

Fig. 3 粒体の応力におよぼす投入速度の影響

Fig. 4 平均充てん密度におよぼす投入速度の影響

Table 2 応力比の実験値と計算値の比較

表 現 式	応 力 比		
	ポリスチレン球	ガラス球	相馬砂
(実験値：投入状態の下限値)	0.55	0.59	0.38
$k_1 = \frac{1 - \sin \delta}{1 + \sin \delta}$	0.553	0.475	0.280
$k_2 = \frac{1 - \sin \delta \cos(\beta - \phi)}{1 + \sin \delta \cos(\beta - \phi)}$	0.587	0.508	0.292
$k_3 = 1 - \sin \delta$	0.712	0.644	0.437
$k_4 = \frac{1 - \sin^2 \delta}{1 + \sin^2 \delta}$	0.847	0.776	0.519
(実験値：排出状態の平均値)	0.93	0.90	0.86
$k_5 = \frac{1 - \sin^2 \phi}{1 + \sin^2 \phi}$	0.948	0.918	0.857
$k_6 = \frac{1 + \sin \delta \cos(\beta + \phi)}{1 - \sin \delta \cos(\beta + \phi)}$	1.52	1.64	2.30
$k_7 = \frac{1 + \sin \delta}{1 - \sin \delta}$	1.81	2.10	3.57

$k_1 \sim k_4$ は静的状態, $k_5 \sim k_7$ は動的状态である。
 $\beta = \sin^{-1}(\sin \phi / \sin \delta)$ 。

平均充填密度と投入速度の関係を Fig.4 に示す。平均充填密度は投入速度が約0.5cm/sec より小さい範囲では投入速度の増加とともに減少するが、投入速度が0.5cm/sec より大きくなると一定値になる。

このように、投入状態では粒子層の応力状態および充填構造は投入速度によって複雑に影響される。また、鉛直応力に対する水平応力の比（これを応力比とよぶ）も投入速度に依存する。

これに対して、排出状態では壁応力、平均鉛直応力、平均充填密度および応力比は排出速度にほとんど依存しない。

応力比の表現式はすでにいくつか報告されている⁴⁾。静的状態と動的状態に対する応力比の表現式と計算値および実験値を Table 2 に示す。ただし、実験値は平均鉛直応力に対する壁応力の比である。投入状態の実験値は投入速度が0.02cm/sec のときの値であり、応力比の下限値とみなせる。また、排出状態の実験値は応力比の上限値とみなせる。下限値は k_1 と k_3 ⁵⁾ の間にある。Bagster の報告⁶⁾ でも投入状態の応力比は k_1 と k_4 の間であり、本実験結果もこの間に含まれる。このように、応力比の下限値は一定の表現式では表わせない。排出状態の応力比は本実験では0.86~0.93であり、材料に依存する。これらは下限値の1.5~2.3倍である。既往の実験結果はきわめて少ないが、Lenczner⁷⁾ は砂に対して Rankine 定数 (k_1) の1.5~2.5倍としている。また、ドイツ基準⁸⁾ では排出状態の応力比を1.0と定めている。Table 2 からわかるように、排出状態の応力比は Rankine 定数の逆数 (k_1) とか Walters の理論⁹⁾ (k_6) で予測されるように1より大きな値になることはなく、次の式で近似できる。

$$k = \frac{1 - \sin^2 \phi}{1 + \sin^2 \phi} \quad \dots\dots(1)$$

k は応力比の上限値、 ϕ は材料とシリンダー壁との間のまさつ角。

Fig. 5 に、シリンダーのそれぞれ高さのちがう位置で投入状態および排出状態で測定した応力値の最小値と最大値を示す。ただし、平均鉛直応力は連続記録の結果である。一般に、投入状態の応力は排出状態の応力より小さいが、投入速度が大きい場合には両者はほとんど同じになり、応力の上限值とみなせる。壁応力は投入状態から排出状態にかけて約1.7~3.0倍まで増加する。この値は過大応力比とよばれ、材料の性質にも依存するが、研究者や各国のバンカー設計基準によってもちがいがり約1.3~4.0とされている^{8,10~12)}。従来、排出状態の壁応力は投入状態の壁応力に過大応力比をかけて算出してい

Fig. 5 応力の実験結果と計算結果の比較

- 投入状態の最小値と最大値, ● 排出状態の最大値
- 投入および排出状態の最小値と最大値,
- - - 静的状態に対する Walker の理論値,
- · - 動的状態に対する Walters の理論値,
- (1)式の応力比と Janssen 式からの計算値

るため、その評価はきわめてあいまいである。

応力の上限值を表現するため、シリンダー内の粒子層はシリンダーの壁だけで崩壊状態にあり、粒子層内部では崩壊を起こさず、また、シリンダーの断面では鉛直応力も水平応力も均一に分布していると仮定する。応力状態は Fig. 6 に示す Mohr 応力円で表わせるから、応力比はすでにのべた(1)式となる。応力は Janssen 式で表わせる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_v &= \frac{\gamma d}{4k \tan \phi} (1 - \exp[-4k h \tan \phi / d]) \\ \sigma_h &= k \sigma_v \\ \sigma_w &= \sigma_h \end{aligned} \right\} \dots\dots(2)$$

ここで、 σ_v は鉛直応力、 σ_h は水平応力、 σ_w 壁応力、 γ は充てん密度、 d はシリンダーの内径、 k は応力比、 ϕ は材料とシリンダーの壁との間のまさつ角、 h は材料の自由表面からの深さである。

(1)、(2)式による計算結果を Fig. 5 に破線で示した。同時に、静的応力に関して Walker の理論¹³⁾および動的応力に関して Walters の理論⁹⁾による計算結果を示し比較した。なお、静的応力については Walker の理論のほか Janssen (ただし、応力比を Rankine 定数とする)、

Fig. 6 Mohr 応力円

Fig. 7 材料の投入開始から排出終了までの鉛直力の変化

Sokolovski, Walters などの理論があるが、計算結果はいずれもほとんど同じになることが知られている¹⁴⁾。

Fig. 5 から明らかなように、Janssen 式の応力比に(1)式から求まる値を使うと、応力の上限值を表現できる。この場合、粒状材料とシリンダー壁との間のまさつ角がきわめて重要な因子となり、定容積型直接せん断試験器⁸⁾で測定した値 (Table 1) がよくあてはまる。

Fig. 7 はシリンダーとホッパーの接合部断面に働く鉛直力の変化を投入開始から排出終了まで連続記録した結果の例である。鉛直力の変化の様子は投入および排出速度の組み合わせによってちがう。Walters の理論では、材料が静的から動的状態へ移るとき、鉛直力は著しく減少する。たとえば、ポリスチレン球で $1/3$ 、ガラス球で $1/4$ 、相馬砂で $1/10$ に減少する。このような鉛直力の著しい減少はシリンダーの壁に大きなスイッチ応力¹⁵⁾を発生させる原因となる。しかし、Fig. 7 から明らかなように、鉛直力は排出直後に最大でも $1/2$ 程度しか減少しない。したがって、Walters の理論で予測されるほど大きなスイッチ応力がシリンダーの壁に生ずることはない。

4. 既往の実験結果と計算結果の比較

杉田・高木¹⁶⁾は鉄筋コンクリート製サイロ (直径 6.8 m, 高さ 25m) の壁に数個のダイヤフラム型抵抗線歪式圧力変換器を取り付け、小麦の排出状態で壁応力を連続的に測定し、その最大値として Fig. 8 に示す結果を得ている。小麦の充てん密度は 0.82 ton/m^3 、内部まさつ角は 23° であるが、小麦とコンクリート壁との間のまさつ係数は明記されていないため、これを定容積型直接せん断試験器で測定すると 0.29 となる。この値は ACI 報告¹⁷⁾に表示されている穀物に対するまさつ係数の下限値に一

Fig. 8 壁応力に関する杉田・高木の実験値と提案方法による計算値の比較

Fig. 9 壁応力に関する Pieper, Mittelman, Wenzel の実験値と提案方法による計算値の比較

Fig.10 壁応力に関する Deutsch, Schmidt の実験値と提案方法による計算値の比較

致する。(1)式から計算した応力比は0.856である。これらの数値を用いて Janssen 式から計算した壁応力の値を Fig. 8 に破線で示した。計算結果はほぼ実験結果に一致するが、深さ13.5mの位置で実験値は計算値の約1.6倍である。

Pieper, Mittelman, Wenzel¹³⁾ はコンクリート製サイロ (正方形断面の1辺が3.92m, 高さ65m) において大麦の排出状態で壁応力を測定し, Fig. 9 に示す結果を得ている。大麦の充てん密度は0.703ton/m³である。大麦とコンクリート壁との間のまさつ係数は明らかでないが、小麦と同じく0.29と仮定して、(1)式と Janssen 式から壁応力を計算すると, Fig. 9 の破線のようになる。計算値は実験値の1.14倍であるが、ほぼ満足できる。

Deutsch, Schmidt¹²⁾ は Perspex 製モデルビン (直径0.762m, 高さ3.66m) から砂 (32メッシュから14メッシュ) を排出させて壁応力を測定し, Fig.10 に示す結果を得ている。砂の充てん密度は1.58ton/m³である。砂と Perspex 壁との間のまさつ係数は明らかでないが、砂とステンレス鋼との間のまさつ係数 (Table 1)を採用して、(1)式と Janssen 式から壁応力を計算すると, Fig.10 の破線で示した値となり、実験値とほぼ一致する。ただし、モデルビンは底面が平らであるため、自由表面から2.5mより深い位置では材料は静止したままである。したがって、計算値は実験値より大きくなっている。

Homes¹¹⁾ は実規模の穀物用サイロにおける実験結果およびモデルバンカーにおける砂の実験結果を整理して、排出状態の応力を計算するために応力比を0.9、材料と壁との間のまさつ角を内部まさつ角の0.55倍 ($\phi = 0.55\delta$) とすることを提案している。応力比については本実験でも0.86~0.93であるから比較的問題はないが、材料と壁との間のまさつ角は壁表面のアラサに依存するから問題がある。

5. 結 言

バンカーのシリンダー部における粉粒体の応力の上限値は Janssen 式と(1)式で定義する応力比から計算できる。粉粒体とシリンダー壁との間のまさつ係数がきわめて重要であり、定容積型直接せん断試験器で測定した値が有益である。

使 用 記 号

d : シリンダーの内径	[cm]	まさつ角	
h : 粉粒体の自由表面からの深さ	[cm]	σ_h : 水平応力	[G/cm ²]
k : 鉛直応力に対する水平応力の比	[-]	σ_v : 鉛直応力	[G/cm ²]
γ : 充てん密度	[g/cm ³]	$\bar{\sigma}_v$: 平均鉛直応力	[G/cm ²]
δ : 粉粒体の内部まさつ角	[°]	σ_w : 壁応力	[G/cm ²]
ϕ : 粉粒体とシリンダーの壁との間の	[°]		

引 用 文 献

- 1) Janssen, H.A.: Z. Ver. dt. Ing., 39, 1045 (1895)
- 2) Tsunakawa, H. and R. Aoki: J. Chem. Eng.

- Japan*, **7**, 131 (1974)
- 3) 綱川浩, 三枝隆: 粉体工学研究会昭和51年度秋期例会講演要旨集, p.23 (1976, 名古屋)
 - 4) Glastonbury, J.R. and P. G Bratel: *Trans. Instn Chem. Engrs.*, **44**, T128 (1966)
 - 5) Jaky, J.: *Proc. 2nd Int. Conf. Soil Mech.*, **1**, 103 (1948)
 - 6) Bagster, D.F.: *Powder Technol.*, **4**, 235 (1970/71)
 - 7) Lenczner, D.: *Structural Engineer*, **41**, 389 (1963)
 - 8) DIN 1055, Blatt 6, pp. 1-6 (1964)
 - 9) Walters, J.K.: *Chem. Eng. Sci.*, **28**, 13 (1973)
 - 10) Safarian, S.S. and others: *ACI Journal*, **72**, 529 (1957)
 - 11) Homes, A.G.: *J. Eng. Ind., Trans. ASME*, Presentation at the 2nd Symp. on Storage and Flow of Solids, 72-MH-30 (1972, Chicago)
 - 12) Deutsch, G.P. and L.C. Schmidt: *J. Eng. Ind., Trans. ASME*, **91**, 450 (1969)
 - 13) Walker, D.M.: *Chem. Eng. Sci.*, **21**, 975 (1966)
 - 14) Hancock, A.W. and R.M. Nedderman: *Trans. Intsn Chem. Engrs.*, **52**, 170 (1974)
 - 15) Jenike, A.W. and J.R. Johanson: *J. Eng. Ind., Trans. ASME*, **91**, 339 (1969)
 - 16) 杉田稔, 高木史人: 化学工学協会第12回総合シンポジウム講演前刷集, p.56 (1974, 浜松)
 - 17) Safarian, S.S. and others: *ACI Journal*, **72**, 549 (1975)
 - 18) Pieper, K., G. Mittelman and F. Wenzel: *Beton- und Stahlbetonbau*, **59**, 241 (1964)

Author's Abstract

Stresses of Granular Materials in Vertical-wall Section of Bunkers

by

Hiroshi TSUNAKAWA, Yuzo ASANO and Ryuichi AOKI

(Dept. of Chem. Eng., Yokohama National University)

The initial stress exerted by bulk solids in the vertical-wall section of a bunker depends on the filling rate of solids. The flow stress is independent of the discharge rate of solids. The initial stress is ordinarily smaller than the flow stress. In the range of high filling rate of solids, however, the initial stress is similar to the flow stress. As a result, the upper bound of stresses can be established only and is estimated from the Janssen equation. In this case, the ratio of the horizontal to vertical stress, k , is represented by the equation

$$k = (1 - \sin^2 \phi) / (1 + \sin^2 \phi)$$

where ϕ is the frictional angle between solids and the vertical bunker walls. The stress ratio is therefore smaller than unity in the vertical-wall section of the bunker. The estimated stresses agree with the present data and early data of other sources. The wall coefficient of friction is the most important of the flow properties of bulk solids.

List of Figures and Tables

- Fig. 1** Diagram of the experimental bunker
- Fig. 2** Diagram of the apparatus for measuring wall normal force
- Fig. 3** Effect of filling rate of solids on wall normal and average vertical stresses
- Fig. 4** Effect of filling rate of solids on average bulk density
- Fig. 5** Comparison of measured with various predicted wall normal and vertical stresses
- Fig. 6** Mohr stress circle
- Fig. 7** Typical variations of vertical force during initial fill and discharge of solids

- Fig. 8** Comparison of wall normal stress predicted by the proposal method with that measured by Sugita and Takagi
- Fig. 9** Comparison of wall normal stress predicted by the proposal method with that measured by Pieper, Mittelman and Wenzel
- Fig. 10** Comparison of wall normal stress predicted by the proposal method with that measured by Deutsch and Schmidt
- Table 1** Flow properties of granular materials used
- Table 2** Comparison of the horizontal-to-vertical stress ratios