角錐ホッパーからの粒体の流出速度式について*

The Flow Rate Equation of Granular Materials from Pyramidal Hoppers

青 木 隆 一** 綱 川 浩**
Ryuichi Aoki Hiroshi Tsunakawa

は じ め に

乾燥粉粒体がオリフィスおよび逆円錐状ホッパーから重力で自然流出する場合の流出速度に関しては多くの研究結果が報告されている。また、角錐ホッパーからの流出速度に関してもいくつか報告されているが、ホッパー角度および流出口の形状などの影響について十分検討しているとはいえないようである¹⁾。

そこで、筆者らはホッパー角度および流出口の形状を数種変化した角錐ホッパーを用いて、粒体の流出実験を行ない、流出速度におよぼすこれら因子の影響について検討した。また、流出係数については、粒体の排出角よりも表面運動角と近似的に関係づけられ、さらに厳密には粒子径と粒子形状によって影響される結果を得たのでここに報告する。

1. 実験装置および実験材料

1.1 角錐ホッパーの種類

流出面積 ($B \times L$) : 0.61~16.3 cm²

流出口の幅比 (B/L) : 1~6

ホッパー角度 (θ) : 20° ~80°

合計27種類の角錐ホッパーを使用した。

1.2 粒体の種類

流出速度実験に使用した粒体の種類とその主な物理的性質は表1に示す通りである。

排出角の測定には内径83.4φ、オリフィス径10φの円筒容器を用い、残留粒体層高さの測定はカセットメータで行なった。また、表面運動角の測定は前後垂直壁を有する二次元容器から粒体が連続的に流出しているときに粒体層の上表面に形成される角度の写真撮影によった。

2. 実験結果および考察

2.1 流出速度におよぼす流出面積の影響について

ホッパー角度 45° および 60° を一定にして、流出口の幅比 $B/L=1$ (正方形) および 4 (矩形) の角錐ホッパーを用いて、流出面積 BL を0.61~16.3 cm² の範囲で変化させ、流出速度におよぼす影響を調べた結果、粒体の種類によって異なり、流出速度は流出面積の1.33~1.45乗に比例する結果が得られた。

ここで、流出面積を補正して有効流出面積すなわち、

$$(B-kd_p)(L-kd_p)$$

を考える。 k に関してはいくつか報告^{2,3)} されているが本実験では $k=1$ とすることによって、図1に示すように流出速度は粒体の種類によらず、有効流出面積の1.33乗に比例することがわかった。したがって、

$$W \propto [(B-d_p)(L-d_p)]^{1.33} \quad \dots\dots(1)$$

流出口が正方形の場合には、 $B=L$ であるから

表 1 使用材料の種類とその主な物理的性質

材 料 名	粒子径 [cm]	見掛け 比重 [g/cm ³]	排出角 [°]	表 面 運動角 [°]	粒 子 形 状
銅 球 (1)	0.065	4.43	27.0	25	球
銅 球 (2)	0.092	4.49	26.6	25	球
銅 球 (3)	0.130	4.52	28.5	...	球
銅 球 (4)	0.184	4.55	30.5	25	球
菜 種	0.184	0.658	31.8	26	球
球状尿素	0.130	0.742	34.7	27	球
豊 浦 砂	0.026	1.39	36.5	34	不規則
相 馬 砂	0.086	1.50	39.7	32	不規則
銅 鋳 (1)	0.14	1.76	45.7	34	不規則
銅 鋳 (2)	0.30	1.76	...	33	不規則

* 昭和42年9月18日受理

**横浜国立大学工学部化学工学科 (神奈川県横浜市南区大岡町702)
TEL 045-741-3541

図 1 流出速度と有効流出面積の関係

表 2

	n	θ の 範 囲
球 形 粒 子	0.33	$20^\circ \leq \theta \leq 80^\circ$
砂 粒 子	0.33	$20^\circ \leq \theta \leq 53^\circ$
	0	$53^\circ \leq \theta \leq 80^\circ$
銅 鍍 粒 子	0.50	$20^\circ \leq \theta \leq 55^\circ$
	0	$55^\circ \leq \theta \leq 80^\circ$

$$W \propto (B-d_p)^{2.66}$$

となり、 $B \gg d_p$ であれば円錐ホッパーの場合とほとんど同様であると考えることができる。

2.2 流出速度におよぼすホッパー角度の影響について

流出面積 $BL = 4 \text{ cm}^2$ を一定にし、 $B/L = 1$ および 4 の角錐ホッパーを用いて、ホッパー角度を 20° から 80° の範囲で変化させ、流出速度におよぼす影響を調べた結果は図 2 に示す通りである。ホッパー角度の増加とともに流出速度は減少する傾向を示しているが、粒体の種類によってホッパー角度の影響は異なっている。砂および銅

図 2 流出速度とホッパー角度の関係

鍍（銅を製錬するときに生ずるスラグを粉碎したもの）粒子の場合にはホッパー角度がある値（ホッパー臨界角）より大きくなると、流出速度はホッパー角度の影響を受けず、それぞれ一定の値となっていることがわかる。

しかし、一般的には次のように表わすことができる。

$$W \propto (\tan \frac{\theta}{2})^{-n} \quad \dots\dots(2)$$

本実験で得られた n の値は表 2 に示す通りである。

n の値については、円錐ホッパーの場合に田中らの $n = 1/3$ という報告⁴⁾ があり、本実験で球および砂粒子の場合には同様の結果となっている。しかし、銅鍍粒子の場合には $n = 1/2$ である。これは、銅鍍粒子が粉碎生成物であるため、砂粒子などに比べて形状が非常に鋭くなっていることによるものと考えられる。

また、ホッパー臨界角 θ_c と粒体の内部摩擦角 ϕ_i との間には、

$$\theta_c = \pi/2 - \phi_i$$

の関係が成立すると考えられ、 $\phi_i \doteq \phi_{sk}$ として、 θ_c を求めた結果は球形粒子の場合には実験結果と一致しない

図 3 流出係数と排出角の関係

図 4 流出係数と表面運動角の関係

図 5 流出係数におよぼす粒子径の影響

が、不規則形状粒子の場合にはほぼ一致していることがわかった。

以上、ホッパーの形状に関して、流出面積とホッパー角度の流出速度におよぼす影響は次式のように表わせる。

$$W \propto [(B-d_p)(L-d_p)]^{1.33} (\tan \theta/2)^{-n} \dots\dots (3)$$

したがって、角錐ホッパーからの粒体の流出速度式は次のように表わすことができる。

$$W = c \gamma_a \sqrt{g} d_p^{2.5} \left\{ \frac{(B-d_p)(L-d_p)}{d_p^2} \right\}^{1.33} \times \left(\tan \frac{\theta}{2} \right)^{-n} \dots\dots (4)$$

c は流出係数である。

流出口の形状が正方形である角錐ホッパーの流出係数を c_0 として、各粒子に対する c_0 の値を求め、排出角との関係について調べた結果は図 3 に示す通りである。この結果、流出係数 c_0 は粒子の排出角とは一般的な関係にないことが明らかとなった。したがって、排出角は粒体の静的な性質であり、運動中の粒体に対しては適用できないと考えられる⁵⁾。そこで、表面運動角と流出係数との関係を調べた結果は図 4 に示すように、ほぼ次の関係が成立することがわかった。

$$c_0 = 0.175 (\tan \phi_{sk})^{-1.3} \dots\dots (5)$$

表面運動角は表 1 に示したように、球形粒子では 25° 程度の値である。また、砂粒子では、豊浦砂と相馬砂とで排出角と表面運動角の大小関係が逆になっていることは注目すべきである。

本実験に使用したような付着性のない粒体では内部摩擦角と表面運動角とがほとんど等しいと考えることができるとすれば、円錐ホッパーに対してすでに報告されている結果とは一致しない。

一方、粒子径が同一な鋼球⁽³⁾と球状尿素および鋼球⁽⁴⁾と菜種の場合を考えると排出角および表面運動角は若干異なっているが、流出係数は等しい値である。他方、鋼球^{(1)~(4)}では表面運動角は等しいが、流出係数は異なっている。このことから、粒子径と流出係数との関係を示すと図 5 のようになる。粒子径が大きくなるにつれて、流

出係数も大きくなり、球および砂粒子の場合には粒子径の1/12乗に比例し、また、銅鍍粒子の場合には1/4乗に比例していることがわかる。平均的動的アーチの仮定に基づく田中らの流出速度式⁶⁾における粒子径の1/6乗とは幾分異なっている。

比例定数は粒子の形状によって異なり、球形粒子は不規則粒子よりも大きな値を示す。それゆえに、流出係数は粒子径と粒子形状によって決まると考えられる。

2.3 流出係数比 c/c_0 におよぼす B/L の影響について

流出面積およびホッパー角度を一定に保ち、流出口の形状を正方形から矩形に変化させた場合 (B/L を変化

させる)、流出速度は B/L の値が大きくなるにつれて小さくなる。これは流出係数が減少するためと考えられる。そこで、流出面積 $BL = 4 \text{ cm}^2$ 、ホッパー角度 40° 、 60° および 80° の角錐ホッパーを用いて、 B/L を1から6まで変化させ、各粒体に対する流出係数 c を求め、流出係数比 c/c_0 ($c_0: B/L = 1$ のときの流出係数) とホッパー流出口の有効動水直径比との関係を示したのが図6である。流出係数比は有効動水直径比の減少とともに小さくなり、両者の関係は両対数紙上で直線となり、その傾きはホッパー角度および粒子形状によって異なった値を示している。すなわち、

$$\frac{c}{c_0} = \left\{ \frac{(B-d_p)(L-d_p)}{(B-d_p)+(L-d_p)} \cdot \frac{2}{\sqrt{BL}-d_p} \right\}^m \quad \dots\dots(6)$$

で表わされ、 m の値については表3に示す通りである。

したがって、流出口の形状が矩形である角錐ホッパーの流出係数は正方形の場合の流出係数を基準にして求めることができる。

結 言

角錐ホッパーから粒体が重力で自然流出する場合の流出速度に関する実験を行ない、流出速度におよぼすホッパー形状の影響を検討した。

流出面積の影響については、有効流出面積を考えることによって流出速度は有効流出面積の1.33乗に比例する。

ホッパー角度の影響について、ホッパー角度の増加とともに流出速度は減少するが、不規則形状粒子ではホッパー臨界角が存在し、ホッパー角度が臨界角よりも大きい場合には流出速度はその影響を受けない。ホッパー臨界角は粒体の表面運動角と関係づけられる。

流出速度式は(4)式で表わされ、円錐ホッパーに対する田中らの報告⁴⁾と同様に考えることができるが、角錐ホッパーに対する今木の報告⁷⁾とは一致しない。

表 3

	m	
	$\theta = 40^\circ, 60^\circ$	$\theta = 80^\circ$
球 形 粒 子	0.53	0.64
不 規 則 粒 子	0.73	0.96

図 6 流出係数比と有効動水直径比の関係

流出口の形状が正方形の角錐ホッパーの流出係数は近似的に表面運動角と関係づけられ、すなわち(5)式で表わされる。さらに正確には、粒子径と粒子形状によって影響を受け図5で表わされる。

流出口の形状が矩形的角錐ホッパーの流出係数は正方形のそれよりも小さく、有効動水直径比の関係、すなわち(6)式で表わされる結果を得た。

記 号

B, L : ホッパー流出口の縦横の長さ	[cm]	W : 流出速度	[g/sec]
c, c_0 : 流出係数	[-]	γ_a : 見掛け比重量	[g/cm ³]
d_p : 粒子径	[cm]	θ : ホッパー開き角度	[degree]
g : 重力加速度	[cm/sec ²]	θ_c : ホッパー臨界角	[degree]
k : 定数	[-]	ϕ_i : 内部摩擦角	[degree]
m : 定数	[-]	ϕ_{rd} : 排出角	[degree]
n : 定数	[-]	ϕ_{sk} : 表面運動角	[degree]

引 用 文 献

- 1) 五十嵐, 青木: 化学工学, 28, 698 (1964)
- 2) Beverloo, W. A., Leniger, H. A. & Van de Volde: *Chem. Eng. Sci.*, 15, 260 (1961)
- 3) 川合, 長谷川: 化学工学協会第32年会研究発表講演要旨集, No. 260 (1967)
- 4) 田中, 川合: 化学工学, 20, 144 (1956)
- 5) Franklin, F. C. & Johanson, L. N.: *Chem. Eng. Sci.*, 4, 119 (1955)
- 6) 田中, 篠原, 出光: 化学工学, 31, 718 (1967)
- 7) 今木: 日本機械学会前刷集, No. 66, 17 (1962)

Abstract

An investigation of the flow of granular materials from pyramidal hoppers under the influence of gravity has been carried out and the influence of the hopper angle, outlet area and its shape on the flow rate has been studied.

Consequently, it was found that the flow rate measured was proportional to 1.33 power of the effective discharge area, and the influence of hopper angles was different for each material. But, it is generally able to be expressed that the flow rate is proportional to $(\tan \frac{\theta}{2})^{-n}$. For spherical materials $n=0.33$. For irregular shape materials $n=0.33$ or 0.50, but there exists a critical hopper angle. For hopper angles greater than the critical hopper angle,

the flow rate is independent of hopper angles. The critical hopper angle of granular materials is approximately correlated with its surface kinetic angle.

It was found that the discharge coefficient of pyramidal hoppers with the square discharge outlet was approximately correlated with the surface kinetic angle of granular materials, more exactly it was considered that the discharge coefficient was determined with a particle size and shape.

Also, it was found that the discharge coefficient of pyramidal hoppers with the rectangular discharge outlet was smaller than that of the square, and correlated with the effective hydrolic diameter ratio.