研究報告

傾斜型回転円筒内における粒体の 滞留時間分布に関する考察*

—リングダムによる混合の影響—

Studies on Residence Time Distribution of Solids through
a Rotary Cylinder

— The Effect of Mixing on the Ring Dam —

関 口 勲** 東 畑 平 一 郎**
Isao Sekiguchi Heiichiro Tohata
鬼 山 和 彦**
Kazuhiko Kiyama

1. まえがき

傾斜型回転円筒を用いて粒体を処理する装置は、焼結、焼固、固相反応、造粒などの諸操作を流れ系で取り扱う場合がかなり多い。円筒内における粒体の混合機構に関する解析は、装置の操作条件とも関連して排出生成物の品質管理、ならびに装置の設計・操作への指針となる。この種の円筒内にリングダムを設置した場合に、粒体の平均滞留時間および移動速度については、すでに Bayard¹⁾、上妻²⁾らの研究がある。本報では回転円筒の入口側に造粒帯あるいは反応帯をリングダムにより区分し、粒体の滞留時間の部分的増加を目的としたような場合³⁾にはリングダムによる粒体の混合特性が滞留時間分布に対してどのような性状を示すかについてトレーサー法によって二、三の結果を得たので、以下に報告する。

2. 実験装置および操作法

図 1 実験装置の構成

実験装置の概要は、図 1 のように装置本体が $302\phi \times 1512L$ の鋼鉄製の円筒であって、この円筒の内側には各種の高さ (2.7, 3.1, 3.7, 4.2, 4.7cm) のリングダムを自由な位置に設定できるようにした。この円筒は任意の位置でその傾斜角を変えるようにし、回転は無段変速機により最高 66 [rpm] まで制御できるようにした。なお、リングダムの位置は円筒の入口端より 47.0 [cm] の個所に設定して主な実験を行なった。使用したケイ砂は Tyler 標準フルイで $-14/+20$ および $-24/+35$ [mesh] の粒度範囲とし、その供給流量は電磁フィーダーを用いて最高 3000 [g/min] までとした。

このケイ砂粒体の供給は、円筒の回転速度、傾斜およびリングダム高さを一定とした操作条件で行ない、この粒体の運動状態が定常な流れに達した時にトレーサーも同時に添加した。この入力としてトレーサーはケイ砂粒体と同一の粒度構成の岩塩を用い、この一定濃度のインパルスは円筒の入口端へ瞬間的に投与することによって得られるようにした。この時を起点として円筒の排出端では、その排出粒体を一定の時間ごとに採集して、これを水中かくはんして岩塩のみを溶出させ、硝酸銀水溶液により滴定分析して排出側のトレーサー濃度を算出した。

リングダム溢流前の粒体の平均滞留時間 $\bar{\theta}$ に関する実測上の計算に必要な円筒内 (入口ーリングダム間) の粒体の保持容量は、定常操作条件において一時的に運転を停止して測定を行なった。なお、0.05 の低保有率におけるリングダム溢流後の粒体の軸方向移動速度は安定なピストン流れで、トレーサー法によりリングダム溢流後より排出口までの応答のおくれ時間は逆算できた。したがっ

* 昭和45年2月25日受理

** 中央大学理工学部工業化学科 (〒112 東京都文京区春日町1-13-27)
TEL 03-813-4171

て、滞留時間分布に関する対象内容は、すべて回転円筒の供給口よりリングダム溢流直後までの現象として取り扱い、リングダムによる影響について考察するようにした。

3. 実験結果および考察

3.1 平均滞留時間

後述の滞留時間分布関数の解析の際に応答時間を正規化しておくことと便利であり、回転円筒内における粒体のリングダム直前までの平均滞留時間 $\bar{\theta}$ の算定については、リングダムまでの粒体保持容量を測定して次式により表わされる。

$$\bar{\theta} = \frac{(\text{リングダムまでの粒体保持容量, } V_p)}{(\text{粒体の供給流量, } F_p)} \times (\text{粒体の見掛け密度, } \rho_a) \quad \dots\dots(1)$$

この平均滞留時間 $\bar{\theta}$ は、粒体の粒度、内部摩擦角、供給流量、円筒各部寸法、円筒傾斜角、回転速度などの諸因子により影響を受ける。傾斜型の回転円筒内を通過する粒体の平均滞留時間を表わす方法はいくつかの研究^{3,7,8)}があり、このうち最も一般化している次の Sillivan 式を用いて検討してみる。

$$\bar{\theta} = \text{const} \left(\frac{L\sqrt{\beta}}{DSN} \right) \quad \dots\dots(2)$$

ここに、 L は円筒長、 β は粒体の安息角、 D は円筒直径、 N は回転速度、 S は円筒の傾斜をそれぞれ示す。この $\bar{\theta}$ は後述の滞留時間分布を解析する際に必要となるの

図2 平均滞留時間に及ぼす操作条件による影響

で、ここでは粒体の運動に関連した幾何的モデルによる算出法でなく、精度的に実測値に対応した値を表示させるために考えられる無次元項 $(F_p/\rho_p ND^3, H/D, N^2 D/g)$ について検討する。本実験では一定の円筒寸法を用いており、そして(2)式は $(\bar{\theta} DSN/L\sqrt{\beta})$ のように変形して $(F_p/\rho_p ND^3)$ による影響を調べると図2のように表わせる。この図では1例としてケイ砂(粒度範囲: $-14/+20$ mesh)の供給速度を最高3000 [g/min]までの実測値で示し、リングダムの高さを変化させた場合にも良好な相関関係が得られた。 F_r 数 $(N^2 D/g) > 0.0214$ の場合には、リングダムによる急激な粒体の巻き上げ現象のためにこの関係を示さなくなる。なお、 $F_r < 0.0214$ の場合には $\bar{\theta} DSN/L\sqrt{\beta}$ に対する影響を省略しうる。次に、リングダムの高さによる影響は、各 H における $(\bar{\theta} DSN/L\sqrt{\beta}) (F_p/\rho_p ND^3)^{0.89}$ の平均値と H/D の関係より示すと図3のようになる。この結果、リングダムまでの粒体の平均滞留時間 $\bar{\theta}$ は次式によって表わされる。

$$\bar{\theta} = 2.62 \times 10^3 \left(\frac{L\sqrt{\beta}}{DSN} \right) \left(\frac{F_p}{\rho_p ND^3} \right)^{-0.89} \left(\frac{H}{D} \right)^{1.53} \quad \dots\dots(3)$$

3.2 滞留時間分布関数

3.2.1 リングダム付回転円筒の動特性

定常操作条件下で運転している回転円筒の供給口ヘトレーサーを δ 関数の濃度パルスとして与えられるとリングダム溢流直後には1つの山形の濃度パルスが得られる。供給口の濃度パルスは次の δ 関数

図3 平均滞留時間に及ぼすリングダムによる影響

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(\theta) d\theta = 1 \quad \dots\dots(4)$$

ただし $\theta < -0: \delta(\theta) = 0$
 $-0 < \theta < +0: \delta(\theta) = +\infty$
 $+0 < \theta: \delta(\theta) = 0$

であり、実験的にはこの単位インパルスを完全な状態で送入することが困難であるが、送入に要した時間が平均滞留時間に比較して十分に小さければ近似的にこの種の濃度パルスが送入されたとみなせる。このインパルス応答は $1 = \int_0^{\infty} E(\theta) d\theta$ なる滞留時間分布関数 $E(\theta)$ の濃度パルスとして示されるが、これは残余濃度曲線 $R(\theta)$ との間に次式の関係で表わされる。

$$R(\theta) = 1 - \int_0^{\theta} E(\theta) d\theta \quad \dots\dots(5)$$

図4は1例としてリングダムの高さ 4.8 [cm] の場合にケイ砂粒体の供給速度を 1000 [g/min] で、回転速度 N を変化させた時の残余濃度曲線 $R(\theta)$ と無次元時間 ϕ との関係として示した。⑦の直線は完全混合モデルの場合であり、また実測値は遅れ時間を持ち、かつ回転速度によって大きくその混合機構が変化する。(5)式については $E(\theta) = -dR(\theta)/d\theta$ で表わされ、実測上の応答は近似伝達関数 $G(S)$ により次式のように表わされる。

$$G(S) = \frac{e^{-T_L S}}{(T_1 S + 1)(T_2 S + 1)} \quad \dots\dots(6)$$

これを表関数によって表わすと次式が成立する。

$$E(\theta) L^{-1}\{G(S)\} = \frac{1}{T_1 - T_2} \left\{ e^{-\frac{\theta}{T_1}} - e^{-\frac{\theta}{T_2}} \right\}$$

図4 リングダム溢流時の残余濃度分布曲線

$$- e^{-\frac{\theta}{T_2}} \left\{ \right\} \quad \dots\dots(7)$$

(6)式に対応した周波数応答線図は、本実験のように入力信号を単位インパルス $\delta(\theta)$ を用いた場合に $L\{\delta(\theta)\} = 1$ であり、入力および出力の伝達関数をそれぞれ $I(S)$ および $O(S)$ とし、 $G(S)$ がその合成された伝達関数として

$$O(S) = G(S)I(S) \doteq G(S) \quad \dots\dots(8)$$

となり、 $S = j\omega$ として次式により周波数応答を数値計算できる。

$$G(j\omega) \doteq \sum_{n=1}^{\infty} E(\theta_n) \Delta\theta_n / -j\omega\theta_n \quad \dots\dots(9)$$

このような入力信号を近似インパルスとして取り扱って、後記のある実験条件における実測キュムラントより算定した $T_L = 2.56$, $T_1 = 1.30$ および $T_2 = 0.78$ [min] の場合の代表例は図5のようなボード線図として求められる。なお、各時定数は(7)式によって実測値を整理しても得られるが、遅れ時間 T_L の算定が困難である。したがって、後記の各時定数の整理法とも関連して、リングダム付回転円筒を通過する粒体の表示は、入力信号として単位インパルスを用い、かつ伝達関数が(6)式によって表わされる場合に通常の周波数応答線図でも表現される。

3.2.2 実測データと混合特性

前述の伝達関数(6)式における各時定数は、実測上で現れた応答曲線 $E(\theta)$ との間において統計的処理を行ない、これより装置内の混合機構との関連性について検討してみる。入出力のパルスについては、統計的手法^{5,6)}によりインパルス応答 $E(\theta)$ の平均値、分散およびひず

図5 (6)式の伝達関数による周波数応答線図

みについて $E(\theta)$ の原点のまわりの k 次モーメント A_k が次式によって定義され

$$A_k = \int_0^{\infty} \theta^k E(\theta) d\theta \quad \dots\dots(10)$$

伝達関数 $G(S)$ を対数関数としてべき級数に展開した場合に(10)式との間に次式が成立する。

$$\log G(S) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{C_k}{k!} (-S)^k \quad \dots\dots(11)$$

さらに、(6)式の伝達関数の場合には次式が誘導される。

$$\log G(S) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{-(T_L + T_1 + T_2)}{k!} (-S)^k + \sum_{k=2}^{\infty} \frac{(k-1)!(T_1^k + T_2^k)}{k!} \quad \dots\dots(12)$$

(11)式によって定義された系のキュムラント C_k については、平均遅れ時定数 T_m 、分散の時定数 T_s およびひずみ時定数 T_a 、さらに(11)および(12)の両式より伝達関数 $G(S)$ 中の各パラメーター T_L 、および T_2 との間に表1のような相関がある*。

ここで、インパルス応答 $E(\theta)$ に関して各キュムラントは図積分することにより求められ、とくに遅れ時間 T_L についてはキュムラント C_2 および C_3 を算定する際に応答曲線がシャープに立ち上るので、(7)式よりも正確に算出することができる。

回転円筒の供給口よりリングダムまでの粒体の平均滞留時間 $\bar{\theta}$ 、平均おくれ時定数 T_m および遅れ時間 T_L の相互関係については実験的に $\bar{\theta} < T_m$ で、図6に示す

表1 伝達関数の基本要素とキュムラント

k	キュムラント	伝達関数のパラメーター
1	$C_1 = T_m$	$C_1 = T_L + T_1 + T_2$
2	$C_2 = T_s^2$	$C_2 = T_1^2 + T_2^2$
3	$C_3 = T_a^3$	$C_3 = 2(T_1^3 + T_2^3)$

* インパルス応答を $E(\theta)$ とすれば、装置の入出力のパルスについては、 T_m 、 T_s および T_a について次の諸式により表わされる。

$$T_m = \int_0^{\infty} \theta E(\theta) d\theta / \int_0^{\infty} E(\theta) d\theta$$

$$T_s = \left[\int_0^{\infty} (\theta - T_m)^2 E(\theta) d\theta / \int_0^{\infty} E(\theta) d\theta \right]^{1/2}$$

$$T_a = \left[\int_0^{\infty} (\theta - T_m)^3 E(\theta) d\theta / \int_0^{\infty} E(\theta) d\theta \right]^{1/3}$$

ような時間帯をもっている。円筒内を移動する粒体は装置内で自由表面を有し、トレーサーをインパルスとして投入した場合に、徐々にくずれた波形になってリングダム付近に近づく。ここで、この波形は逆混合のために大きくくずれ、 T_m は $\bar{\theta}$ よりも遅れて出てくる。しかし、ピストン流れに近いような波形のスソの部分(前進方向)は平均滞留時間よりも早い場合と遅い場合があり、 $T_L < \bar{\theta} < T_L$ のことも考えられる。また、 T_L と T_m とでは $T_L < T_m$ なることは完全にいえることであるから図6のような時間帯でリングダムによる混合の影響が特長的に現出する。平均滞留時間に対する平均遅れ時定数の比、 $\bar{\theta}/T_m$ については、 $F_p/\rho_p ND^3$ なる無次元項で整理してみると図7,8および9のような関係で得られる。リングダムの高さが小である場合に比較して大である場合には $\bar{\theta}/T_m$ の値が大きくなる傾向を示す。また、粒体が供給口よりリングダムまでの間において短絡現象はまず考えられないので $\bar{\theta}/T_m < 1$ の条件を満足するものと推定される。

次に、リングダム直前までの粒体の混合状態は、実測キュムラントを用いて Otto ら⁶⁾と同様の表現法により次の混合指数 M_I を定義して表わす*。

図6 リングダムに関連した $\bar{\theta}$ 、 T_L および T_m の相互関係

図7 $H=2.7$ [cm] における $\bar{\theta}/T_m$ 対 $F_p/\rho_p ND^3$ の関係

* (13)式の混合指数 M_I は、本論文において装置内を通過する粒体の滞留時間分布を取り扱った際に、トレーサーの排出濃度の時間依存性を基本にしているため、通常の固体混合における混合度、混合指数の表現法と異なる。なお、この M_I は完全混合の時に $M_I=1$ で、ピストン流れの時に $M_I=0$ として表わされる。

図 8 $H=3.7$ [cm] における $\bar{\theta}/T_m$ 対 $F_p/\rho_p ND^3$ の関係

図 9 $H=4.8$ [cm] における $\bar{\theta}/T_m$ 対 $F_p/\rho_p ND^3$ の関係

図 10 $H=2.7$ [cm] における M_I 対 $F_p/\rho_p ND^3$ の関係

$$M_I = \frac{C_2}{C_1^2} = \frac{T_1^2 + T_2^2}{(T_L + T_1 + T_2)^2} \quad \dots\dots(13)$$

各リングダムにおける M_I と $F_p/\rho_p ND^3$ の関係は図 10, 11 および 12 のように示される。 M_I の値は $F_p/\rho_p ND^3$ が小さい範囲において一定値を示す。この M_I が一定値を示す場合が混合の限界であり、粒体の供給量が增大すると急激に減少するような傾向となる。折点における $F_p/\rho_p ND^3$ の値はリングダムが高くなるにしたがって小さ

図 11 $H=3.7$ [cm] における M_I 対 $F_p/\rho_p ND^3$ の関係

図 12 $H=4.8$ [cm] における M_I 対 $F_p/\rho_p ND^3$ の関係

い値を示す。一方、一定値の M_I ではリングダムが高くなると大きい値を示すようになり、 $F_p/\rho_p ND^3$ の小さい値の範囲に対してリングダムの高さが増すほどこのダムによる逆混合の影響がよく現われている。

4. 結 論

本論文では、傾斜型回転円筒内にリングダムを設置した場合に、このリングダムによる混合機構について種々の角度から検討した。回転円筒の供給口よりリングダム直前までの粒体の平均滞留時間 $\bar{\theta}$ は本装置の場合に(3)式によって表われ、この $\bar{\theta}$ を後の滞留時間分布の解析にも用いた。リングダムより排出口までの円筒部において低保有率を示すような操作条件の場合に限って、円筒供給口よりリングダムまでの滞留時間分布の解析を行なった。この結果、リングダム直前までの粒体の滞留時間分布関数は(6)式あるいは(7)式によって表われ、式中の各時定数 T_1 , T_2 および遅れ時間 T_L については実測キ

キュムラントを用いた統計処理を行ない、リングダムによる粒体の乱れに基づく混合機構との関連性を明らかにし

た。

記 号		
a_k : k 次モーメント		S : 円筒の傾斜 [m/m]
C : キュムラント量		T_1, T_2, T_L : 時定数, 遅れ時間 [min]
D : 円筒直径 [cm]		T_m, T_s, T_a : 平均遅れ時定数, 分散の時定数, ひずみの時定数 [min, min ² , min ³]
$E(\theta)$: 滞留時間分布関係		V_p : リングダムまでの粒体保持容量 [cm ³]
F_p : 粒体供給流量 [g/min]		β : 粒体の安息角 [°]
g : 重力加速度 [cm/min ²]		θ : 時間 [min]
H : リングダム高さ [cm]		$\bar{\theta}$: 平均滞留時間 [min]
L : 円筒長 (リングダムまで) [cm]		ρ_a, ρ_p : 粒体の見掛密度, 粒体の真密度 [g/cm ³]
M_I : 混合指数 [—]		ϕ : 無次元時間 ($=\theta/\bar{\theta}$) [—]
N : 回転速度 [rpm]		
$R(\theta)$: 残余濃度分布関数		

引 用 文 献

- 1) Bayard, R. A. : *Chem. and Met. Eng.*, 52, 100(1945)
- 2) 上妻 : 化学工学, 19, 99 (1955)
- 3) Sullivan, I. D. *et al* : U. S. Bureau of Min. Tehn. Paprs. (1927)
- 4) 東畑, 関口, 阿部 : 粉研誌, 3, 576 (1966)
- 5) Paynter, H. M. and Takahashi, Y. : *Trans. ASME*, 78, 749 (1956)
- 6) Otto, R. E. and Stout, L. E. : *Chem. Eng. Prog. Symp. Series*, 57, 69 (1961)
- 7) Pickering, R. W. *et al* : *J. Appl. Chem.*, 1, 13(1951)
- 8) Saeman, W. C. : *Chem. Eng. Prog.*, 47, 508 (1951)

Particle Science and Technology

Information Service

イギリスのラフボロ技術大学の化学工学科には粉体工学コースがあるが、そこで始めた文献題目情報は会費をとって配布しているが、毎月約百件がある程度分類されて出ている。1970年2月が2巻10号で、分類は次のようになっている。

粒子特性, 粒子ガス系, 粒子粒子系, 粒子液体系, 粒子生成, 粒子径増大, 粒子系の表面化学, 流体力学, 実

験技術, 一般, その他

なお担当者は P. J. Lloyd 氏で、宛先は Chemical Engineering Dept., Univ. of Technology, Loughborough, Leicestershire, England, 今後この情報交換を当研究会としてもつづけてゆき、会員の方々にも利用して頂けるようにしたいと考えている。 (K. I.)