液中を落下する球の初期速度に関する実験的知見*

Some Experimental Notes on the Initial
Velocity of Sphere Falling in Liquid

遠藤 一 夫**

Kazuo Endoh

平野 晴 望**

Harumochi Hirano

中 田 二 男***

Tsuguo Nakada

山 崎 平 馬****

Heima Yamazaki

流体中における物体の運動経路を推算しようとするとき、運動方程式中の流体抵抗、あるいは、抵抗係数の評価が必要となる。しかし、抵抗係数は通常物体、流体間の相対速度が定常という条件で定義され、加速度を無視しえぬ場合に、その値を適用する精度が問題となる。

この種の問題を含む代表例が、静止流体中で沈降を始める粒子の初期沈下距離と沈下時間の関係であろう。液中を球が沈下する本実験では、比較的良好な精度で両者の関係を追跡し、初期落下速度の推算に関する多少の実験的知見をえたのでここに報告したい。

I 実験装置、実験方法

実験装置の概要を図1に示す。断面40×40 cm、深さ90 cmの透明アクリル樹脂製の水槽内に都市水を入れ、水槽中心に微細な細ひもで球をつるした。

図1 実験装置の構成

槽内の液に攪乱を与えずに球を落下させることが、実験精度を高める要点であり、比較的径の小さい球では、細ひもの下端に微量の水溶性接着剤をつけ、その溶解によって接着した球が離脱するのを待った。また、比較的径の大きい球を使用した場合には、細ひものを瞬時に焼き切って落下させた。

落下をはじめる時間の始点を与えるトリガーとして、本実験初期においては、球をつるしたひもの上端にストレンゲージをとりつけ、その歪みの変化による増幅器出力のパルスを利用したが、張力変化による小型針状接点の開放によっても同一の精度がえられ、電氣的に確度が高いことが分ったので、ほとんどの実験は接点開閉をトリガーとした。

実験に用いた球は、ボールベアリング用のナイロンボール、内部に固体、液体を充てんして密度を調製したブ

図2 落下状況の記録例

* 昭和45年6月8日受理

** 北海道大学工学部合成化学工学科 (〒060札幌市北12条西8)
TEL011-711-2111

*** 北海道工業開発試験所 (〒062) TEL011-861-0151

**** 興亜石油(株) (〒540) TEL06-344-6481

ラシックボールであり、その直径は1.287~3.780 cm, 密度は1.048~2.804 g/cm³である。

球の落下距離を時間的に追跡するため、ストロボ発光装置で球を照明し、高感度フィルムを用いて、大型フィルムによるカメラによって落下の状況を撮影した。ストロボの発光周期は0.02~0.05sec, カウンターによって測定している。

ここでの技術的問題は、球の離脱、すなわち、落下の始点と、ストロボの最初の発光とを同期させることにあり、同期が行なわれなければ、照明の行なわれぬストロボ発光の間隔時に、したがって、フィルム上に記録される時点で離脱の始点が含まれてしまうことになる。このため、新たな回路を組み、その目的を達したり。

図2は、えられた写真の代表例であり、フィルムを投影器によって拡大し、画像スクリーン上から各時点での落下距離を測定している。

II 実験結果とその整理

液体の密度を ρ , 球の密度を ρ_P , 直径、速度をそれぞれ d , v とおき、運動方程式は

$$\frac{\pi}{6}d^3(\rho_P + \phi\rho)\dot{v} = \frac{\pi}{6}d^3(\rho_P - \rho)g - C^* \frac{\pi}{4}d^2 \cdot \frac{1}{2}\rho v^2 \quad \dots\dots(1)$$

によって表わされるとする。 C は上式によって定義される抵抗係数、 ϕ は仮想質量に関する係数である。

球の運動方程式を通常のごとく、 ϕ を含まぬものとして表わすならば

図3 C^* と A_c の相関

$$\frac{\pi}{6}d^3\rho_P\dot{v} = \frac{\pi}{6}d^3(\rho_P - \rho)g - C^* \frac{\pi}{4}d^2 \cdot \frac{1}{2}\rho v^2 \quad \dots\dots(2)$$

(2)式で定義される抵抗係数 C^* は、(1)式からみれば ϕ はその内部に含んでいることになり、時間のごく初期には(1)式における右辺の速度項が無視できるものとすれば、 C^* は $A_c (=v^2/d\dot{v})$ に逆比例する値をとることになる。

図3は、実測の速度、加速度を(2)式に代入し、えられた C^* と A_c との相関を示したものであり、 A_c がほぼ1以下では、 C^* は A_c に逆比例する傾向が認められる。(1)式の右辺の速度項が無視できるということであり、無視できるとすれば(1), (2)式より $C^* = \frac{4}{3}\phi/A_c$ なる関係から、 ϕ がもとめられることになる。図示より、 ϕ の値は0.5~0.8にひろがっているが、このばらつきが実験精度によるものか、あるいは、流れ学的な本質的な差異にもとづくものかは明らかにはできなかった。

この結果からごく近似的には、つぎのような推算が可能と考えられよう。すなわち、 $A_c=1$, つまり、 $d\dot{v}=v^2$ の状態に至る時間の内部では、むしろ、付加質量にもとづく流体抵抗力が相対速度による抗力よりも支配的であり、定常状態の抵抗係数を用い、付加質量による項のぞいた運動の式によって落下径路を算出するという通常の手法は、この時間をすぎてもちに用いた方が適当であろうということである。

時間のごく初期における加速度は、(1)式の右辺第2項をのぞき

$$\dot{v} = \frac{(\rho_P - \rho)g}{(\rho_P + \phi\rho)} \quad \dots\dots(3)$$

この加速度を保って沈降を行なうとすれば、 $A_c=1$ に至る落下時間 τ , 落下距離 ξ はつぎようになる。

$$\tau = \sqrt{\frac{d(\rho_P + \phi\rho)}{(\rho_P - \rho)g}} \quad \dots\dots(4.a)$$

$$\xi = \frac{1}{2}d \quad \dots\dots(4.b)$$

すなわち、 A_c が1のオーダーまで移動するに要する距離は、粒子の大きさと同じオーダーということになり仮想質量の関与が著しい移動範囲は、実用上ではごく小さいと評価できる。

図4 実験結果と計算値との比較(1)

図5 実験結果と計算値との比較(2-a)

$Ac=1$ に至る時間まで(3)式の加速度を保って落下し、その時間 τ 以降は、仮想質量による抗力を無視し、定常状態において定義された抵抗係数を用いた通常の運動方程式によって落下するものとして、実験結果と計算値との比較を試みたのが図4である。 $\phi=1/2$ において計算を行なっているが、 ϕ のパラツキがデータと計算値とのちがいに直接関係している。ほかのデータについても同様なひらきで両者の近似関係が現われている。

図5に、実測データの例を、また、このデータから算出した速度、加速度の計算値を示した。図中A、Bは速度、 $\dot{A}$ 、 $\dot{B}$ は加速度を、(1)式にしたがい、定常状態にお

図5 実験結果と計算値との比較(2-b)

ける抵抗係数をそのまま用い、 $\phi=0$ 、 $\phi=1/2$ の両者について試算したものである。

測定点と計算値とのひらきのうち、加速度についてみれば、時間初期には $[\phi=\phi, C=C(\text{定常})]$ の条件における解と一致し、時間の経過とともに $[\phi=0, C=C(\text{定常})]$ の条件における解に近づく傾向が現われている。すなわち、落下時間初期以降、上述の τ 程度の時間以降では、付加質量による抗力をのぞいた運動の式によって径路を推定する方が実在の運動に関しては近似した値を与えることになる。また、Odar ら²⁾の方法にしたがって計算値と実験値との比較を試みたが、良好な一致は認められなかった。すなわち、落下時間初期における運動状況は、実用の精度、簡便さの上からは、むしろ定常抵抗係数を用いうる時定数というべき $Ac=1$ における時間 τ の前後における異なる解を、上述のごとき方法によって接続することによって、十分近似的に表わしうるものと考えられる。

III 結 論

静止流体中で沈降を始める球の初期沈下距離が、球径と同等の程度に至る過程では、むしろ付加質量による流体抗力が支配的であることを実験的にみいだした。この過程は、 $d\dot{v} \geq v^2$ に対応し、 $v^2/d\dot{v}$ がほぼ1に至る期間内では、付加質量による抗力を全抗力とし、以後これを無視して定常状態における抗力を全抗力とすれば、落下初期の運動過程が十分近似的に表わしうる事が推定された。

記 号

Ac : アクセレーション・ナンバー	[—]	$\dot{v}$: 加速度	[cm/sec ²]
C : 抵抗係数	[—]	μ : 粘度	[g/cm·sec]
C^* : 抵抗係数	[—]	ξ : 落下距離	[cm]
d : 球径	[cm]	ρ_P : 球密度	[g/cm ³]
g : 重力の加速度	[cm/sec ²]	ρ : 液密度	[g/cm ³]
t : 時間	[sec]	τ : 落下時間	[sec]
v : 速度	[cm]	ϕ : 仮想質量係数	[—]

引 用 文 献

- 1) 中田二男: 実用新案 No. 893374 『ストロボ発光装置』 & Engineering Laboratory.
- 2) Odar, F.: Research Report, 190, Cold Regions Research

Abstract

Some Experimental Notes on the Initial Velocity of Sphere Falling in Liquid

Kazuo Endoh*, Harumochi Hirano*,
Tuguo Nakada**, Heima Yamazaki***

* Hokkaido University

** The Government Industrial Development Laboratory, Hokkaido

*** Koa Sekiyu Co.

Experimental studies were made to evaluate the drag forces on an accelerated sphere falling in liquid in gravitational field.

From the data we obtained:

- 1) With increase of Acceleration modulus $Ac (= v^2/d_P \dot{v})$, drag force due to acceleration $\dot{v}$, that is due to virtual mass, tends to be neglected.
- 2) In the region, that is in a distance from start

point having a length same order of magnitude as that of diameter d_P , drag force on a sphere due to acceleration markedly effects the movement of sphere.

3) With the assumption that, drag force could be estimated with the usual drag coefficient defined by stational relative velocity, trajectory of falling sphere may be evaluated when $Ac > 1$.