一、光透過法とも、ほとんど近似した測定値を得ているが、前分級しない広い粒度分布の試料ではそれぞれの測定法によって若干の差違を生じている。特に $120\mu\text{m}$ 以上の粒子径を顕微鏡法で測定する場合は焦点深度の関係で見落す場合が多い。

5) 付着性の強い粉体食品、きわめて試料量が少なく、粒子径の小さい粉体食品の粒度測定法としてすぐれている。

6) 細孔の詰り、異物の付着、外部からの電気ノイズは操作を不安定にするので注意が必要である。

引用文献

- 1) 粉体工学研究会編：「粉体粒度測定法」(養賢堂) (1965)
- 2) 三輪茂雄：化学工学, 28 [9], 789 (1964)
- 3) Coulter Counter Industrial Model B Instruction Manual. (1965)
- 4) 北森信之：表面, 5 [1], 26 (1967)
- 5) 三輪茂雄, 矢野やよい：粉体工学研究会誌, 9

[2], 102 (1972)

6) 岩波洋造著：「花粉学大要」(風間書房) (1971)

7) 斎藤洋三：粉体工学研究会誌, 12 [6], 340 (1975)

8) 工藤武雄, 林弘通：粉乳の粒度分布測定に関する研究(第1報)フルイ分け法による測定, 雪印研究所時報 第95号(昭和45年)

研究速報

Alyavdin-中条式を前提とした粉碎関数の導出について*

Derivation of Breakege Function assuming Alyavdin-Chujyo Equation to apply

浅井信義** 小坂伸一*** 神保元二**
Nobuyoshi Asai Shin-ichi Kosaka Genji Jimbo

1. はじめに

最近、粉碎現象を表わすのに、粒度分布の時間的な変化に注目した速度論的なあつかいをする方法が多くなってきた。

その一つとして、物質収支式より導びかれたVolterra型微積分方程式を粉碎の基礎式として、粉碎現象を解析的に解く試みが活発に行なわれ、現在までに種々の知見が得られている¹⁾。

しかし、この基礎式を解くためには、選択関数と分布関数に何らかの仮定を導入する必要がある。そして、今までの解析では、この仮定の根拠が明確でなかったり、また、実際の現象との対応関係にも疑問がある場合が多

く、この基礎式の有効性については、なお、検討を加える必要があると思われる。この点について、報告者らは、ボールミル粉碎において、かなり広い粒度範囲にわたってAlyavdin-中条式が成立することを見出し²⁾、この式を手がかりに粉碎速度式を解明することを提案してきた。

本報告は、このAlyavdin-中条式が、広い粒度範囲にわたって成立するという仮定のもとで、基礎式と速度式および粉碎関数との関係を求め、若干の知見が得られたので報告する。

2. Alyavdin-中条式が成立する条件での粉碎関数の導出

粒度分布をもつ原料を、微小粒度区間に分割し、その区間内に存在する物質の量が、粉碎進行とともに、どのように変化するかを、物質収支の考えに基づき、理論的に導びくと、

昭和54年5月23日受理

*第12回夏期シンポジウムにて発表

**名古屋大学工学部化学工学教室(〒464 名古屋市千種区不老町)
TEL052-781-5111

***千代田化工建設(株)

$$\frac{\partial R(y, t)}{\partial t} = \int_y^{y_{\max}} S(x) B(x, y) \frac{\partial R(x, t)}{\partial x} dx \quad \dots\dots(1)$$

で表わされる Volterra 型微積分方程式が得られ、この方程式は、広く検討の対象となっている。ここで、 $R(y, t)$ は、時間 t における粒子 y 以上の累積重量割合、 $S(x)$ は選択関数、 $B(x, y)$ は粉砕分布関数である。この方程式の解法についての今日までの研究は $S(x)$ と $B(x, y)$ とを種々の条件のもとで仮定し、(1)式を解き粉砕生成物の粒度分布をもとめているのが現状である^{3,4)}。

著者らは、ボールミル粉砕において、実験的に次式で示される Alyavdin⁵⁾-中条式⁶⁾

$$R(y, t) = R_0 e^{-ay^b t^m} \quad \dots\dots(2)$$

が、粉砕過程全般にわたって成立することを確認しているので、これをもちいて(1)式を解く。なお、ここで、 a, b, m は定数である。まず、(2)式を微分すると

$$\frac{\partial R(y, t)}{\partial t} = -ay^b m t^{m-1} R(y, t) \quad \dots\dots(3)$$

$$\frac{\partial R(y, t)}{\partial y} = -ab y^{b-1} t^m R(y, t) \quad \dots\dots(4)$$

となる。次に、(1)式を解くためには、一応 $S(x) B(x, y)$ の関数形を仮定する必要がある。ここでは、次式

$$S(x) B(x, y) = h(y) x^n \quad \dots\dots(5)$$

を仮定する。ここで、 $S(x) B(x, y)$ が x^n の関数形であることが広く認められているので、(1)式を解くために、 y の関数形と x を分離した形を採用する。

(1)式に(3)、(4)、(5)式を代入すると

$$-ay^b m t^{m-1} R(y, t) = h(y) \int_y^{y_{\max}} x^n [-ab x^{b-1} \times t^m R(x, t)] dx \quad \dots\dots(6)$$

となる。ここで

$$ax^b t^m = X \quad \dots\dots(7)$$

とおき変数変換法をもちいると、

$$-ay^b m t^{m-1} R(y, t) = -h(y) R_0 \left[\frac{1}{at^m} \right]^{\frac{n}{b}} \int_{ay^b t^m}^{ay_{\max}^b t^m} X^{\frac{n}{b}} e^{-X} dX \quad \dots\dots(8)$$

となり、 $h(y)$ をもとめると

$$h(y) = \frac{ay^b m t^{m-1} \cdot R_0 e^{-ay^b t^m}}{R_0 [at^m]^{-\frac{n}{b}} \int_{ay^b t^m}^{ay_{\max}^b t^m} x^{\frac{n}{b}} e^{-x} dx} \quad \dots\dots(9)$$

となる。よって、(5)式より $S(x) B(x, y)$ は

$$S(x) B(x, y) = h(y) x^n \frac{ay^b m t^{m-1} e^{-ay^b t^m}}{[at^m]^{-\frac{n}{b}} \int_{ay^b t^m}^{ay_{\max}^b t^m} x^{\frac{n}{b}} e^{-x} dx} x^n \quad \dots\dots(10)$$

となる。この関数形について、粉砕の後期と初期とにわけて考えてみる。

〔I〕粉砕後期

初期粒径が関係しない時点、すなわち

$$y_{\max} \gg y \quad \dots\dots(11)$$

の条件下では、 $a^b y^m$ に対して $ay_{\max}^b t^m \doteq \infty$ とおけるので、積分項が、第2種の不完全ガンマ関数とおける。すなわち

$$\int_{ay^b t^m}^{\infty} x^{\frac{n}{b}} e^{-x} dx = \Gamma\left(\frac{n}{b} + 1, ay^b t^m\right) \quad \dots\dots(12)$$

よって、(10)式は

$$S(x) B(x, y) = \frac{ay^b m t^{m-1} e^{-ay^b t^m}}{[at^m]^{-\frac{n}{b}} \Gamma\left(\frac{n}{b} + 1, ay^b t^m\right)} x^n \quad \dots\dots(13)$$

となる。次にガンマ関数を近似し、(13)式の近似解をもとめると、

$$S(x) B(x, y) \doteq amy^b \left(\frac{x}{y}\right)^n t^{m-1} \quad \dots\dots(14)$$

となり、粉砕関数 $S(x) B(x, y)$ は粉砕時間の関数となる。

〔II〕粉砕初期

すなわち、 $ay_{\max}^b t^m$ を有限な値とした場合である。(10)式の積分項をテーラー展開し整理すると

$$S(x) B(x, y) \doteq \frac{m(n+b)y^b e^{-ay^b t^m}}{bt(y_{\max}^{n+b} - y^{n+b})} x^n \quad \dots\dots(15)$$

となり、粉砕関数 $S(x) B(x, y)$ に分布の型が残っている。よって、粉砕初期あるいはフィード近傍では、粉砕関数 $S(x) B(x, y)$ は粉砕時間と粒度分布の両方の関数形となる。

3. 考 察

以上からわかるように、粉碎関数 $S(x)B(x,y)$ には、いずれの場合も時間の項が入ってくる。このことは、すでに[Harris²⁾]によって指摘されている。すなわちHarrisは、次のような式を提案した。

$$S(x) = -Kt^a \ln \varphi(x) \quad \dots\dots(16)$$

$$B(x,y) = \frac{\ln \varphi(y)}{\ln \varphi(x)} \quad \dots\dots(17)$$

これらより、粉碎関数 $S(x)B(x,y)$ をもとめると

$$S(x)B(x,y) = -Kt^a \ln \varphi(y) \quad \dots\dots(18)$$

となり、粉碎関数 $S(x)B(x,y)$ に時間の項が入ってくるが、Harrisは、このことに関して何ら説明していない。これについては、すでに中島ら⁴⁾の指摘があり、粉碎が進行するにつれ碎料の粒度分布が変化するので、同じ粒子径の $S(x)$ の値が、その影響をうけて変化してもおかしくないが、それならば粒度分布の関数として表現すべきで、時間の関数と考えることは不適当であるとしている。

しかし、次式

$$W(t) = W(o) \exp(-St) \quad \dots\dots(19)$$

が成立するのは微粉域であり、われわれが支持している二成分説の Persistent Component の考え方、および粉碎時間が大きくなるとフィード粒径によらず分布が一つに重なり、以後は同じ変化を示すことなどを考え合わせると粒度分布の変化を粉碎時間が代行して表わしていると考えてもおかしくないと思われる。

次に、Alyavdin-中条式が成立するという条件のもとで、有名な3つの粒度分布式(Rosin-Rammler, Gaudin-Meloy, Gaudin-Schumann) の t 時間粉碎後の粒度分布²⁾より、上述の方法で $S(x)B(x,y)$ をもとめてみると次のようになった。

○Rosin-Rammler 分布の場合

$$S(x)B(x,y) = kt^{m-1} \left(\frac{y}{y_{max}} \right)^b \quad \dots\dots(20)$$

○Gaudin-Meloy 分布の場合

$$S(x)B(x,y) = kt^{m-1} \ln \left[1 - \left(\frac{y}{y_{max}} \right) \right] \quad \dots\dots(21)$$

Table 1

I. Assumptions and solutions by the authors.

III. Assumptions and solutions by Nakajima and Tanaka (2).

ABBREVIATIONS: $S \cdot B \rightarrow S(x)B(y,x)$.

R-R-S $\rightarrow$ Rosin-Rammler's equation.

G-S $\rightarrow$ Gaudin-Schumann's equation.

$\Rightarrow$ Solution, integral.

$\Leftarrow$ Assumption.

$\longleftrightarrow$ Corresponding.

II. Assumptions and solutions by Harris (1).

V.I.D. Eq. $\rightarrow$ Volterra type integro differential equation.

G-M $\rightarrow$ Gaudin-Meloy's equation.

$\Leftarrow$ Solution, differential.

$\dashrightarrow$ Approximation and simplification.

○Gaudin-Schumann 分布の場合

$$S(x) B(x, y) = k t^{n-1} \ln \left[1 - \left(\frac{y}{y_{max}} \right)^n \right] \dots \dots (22)$$

上でもとめた式や、他の研究者によってもとめられた式の相関関係を表にすると Table 1 のようになった。

4. おわりに

Alyavdin-中条式が成立するという前提で粉砕関数

$S(x) B(x, y)$ を誘導し、その結果、(10)式が得られ近似解として(14)、(15)式が得られた。(14)、(15)式からわかるように、粉砕関数 $S(x) B(x, y)$ に粉砕時間の項が入ることがわかった。このことは、Harrisが以前に報告していることの裏付けとなる。しかし(10)式より(14)、(15)式をもとめる時、大胆な仮定をしているし、漠然と粉砕初期、粉砕後期とわけている点などは今後の課題となろう。

引用文献

- 1) 中島耀二, 田中達夫: Micromeritics, 19, 2~11 (1974)
- 2) 神保元二, 小坂伸一, 浅井信義, 上野伸二, 樋口隆: 粉体工学研究会誌, 14 (6), 334~341 (1977)
- 3) Tanaka, T., Y. Nakajima and M. Furuya: Zerkleinern 35 Vorträge Symposium in Cannes 515~526 (1972)
- 4) Nakajima, Y. and T. Tanaka: Ind. Eng. Chem. Process Des. Develop., 12 [1], 23~25 (1973)
- 5) Андреев, С. Е., В. В. Товаров, В. А. Перов: ЗАКОНОМЕРНОСТИ ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ И ИСЧИСЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ГРАНУЛОМЕТРИЧЕСКОГО СОСТАВА に紹介されている。
- 6) 中条金兵衛: 化学工学と化学機械(年報), 7, 1~83 (1964)
- 7) Harris, C.C.: Trans. AIME, 241, 359~364 (1968)

Authors' Abstract

Derivation of Breakege Function assuming Alyavdin-Chujiyo Equation to apply.

Nobuyoshi ASAI, Shin-ichi KOSAKA* and Genji JIMBO

(Department of Chemical Engineering, Nagoya University)
(*Chiyoda Chemical Engineering & Construction Co., Ltd.)

Alyavdin-Chujiyo equation in ball milling is experimentally recognized over the wide range of grinding time. It is the purpose of this paper to derive the selection and breakage function from the size distributions, on the assumption that Alyavdin-Chujiyo equation is recognized. It was observed that the selection and the breakage function is the equation including the term of time.

粉体工学会における

国際単位系 (S I) 移行のスケジュール

移行

予備段階: 1981年~1983年

実施段階: 1984年より完全実施を一応の目途とする。

日本工業規格 (J I S) における国際単位系 (S I =Système International d' Unités) 移行完了目標年次 (1983年) に準拠して、本会はS Iへの移行を上 の2段階にしたがって実施することが昭和55年1月の常

任委員会で決定されました。完全実施の時期は多少流動的に考慮するとして、今後本誌上に、移行に対する準備資料を逐次掲載してまいる予定ですのでご参照下さい。