参 考 資 料

部 分 回 収 率 曲 線 の 数 式 化

Mathematical Models of Fractional Grade Efficiency Curve

渡 辺 治 夫*

Haruo Watanabe

緒 言

粒子群の分級過程の解析に用いられる部分回収率曲線はトロンブ曲線とも呼ばれ、リンチの式やプリットの式などで表される曲線となることが知られている。部分回収率曲線の横軸となる粒子径を部分回収率50%対応径で割って標準化すると、部分回収率と無次元粒径との関係は原点を通るエス字形曲線となる。

ここではこの曲線を指数、三角、ベキ、双曲線などの種々の関数を用いて、係数1個型の式に表すことを試みる。これらの諸式は分級操作のシミュレーションなどに有用と思われる。

1. 部分回収率²⁾

Fig. 1 に示すように、原料粒子群 M_F [kg] を分級装置に供給し、粗粉側に M_P [kg]、細粉側に M_S [kg] の粒子群を得たとすれば、全質量収支は次式で表される。

$$M_F = M_P + M_S \quad \cdots(1)$$

粒子径を D とし、原料、粗粉側製品、細粉側粒子群の相対ひん度（質量基準）分布関数を $f(D)$, $p(D)$, $s(D)$ 、それぞれの積算ふるい上質量分率を R とし、原料に F 、粗粉側に P 、細粉側に S の添字をつけて表すと、つぎの

Fig. 1 分級装置の流れ

昭和54年6月18日受付

* 室蘭工業大学化学工学科 (〒050 室蘭市水元町27-1)

TEL 0143-44-4181

関係がある。

$$f(D) = -\frac{dR_F}{dD}, \quad p(D) = -\frac{dR_P}{dD},$$

$$s(D) = -\frac{dR_S}{dD} \quad \cdots(2)$$

粒径 D 以上の成分を着目成分とすれば、積算ふるい上（残留分）質量収支について次式が成立する。

$$M_F R_F = M_P R_P + M_S R_S \quad \cdots(3)$$

(1), (3)式から粗粉収率 y は次式で表される。

$$y = \frac{M_P}{M_F} = \frac{R_F - R_S}{R_P - R_S}$$

また粒径 D と $D+\Delta D$ 間の微分成分収支は

$$M_F f(D) \Delta D = M_P p(D) \Delta D + M_S s(D) \Delta D$$

であるから、(2)式より $R(D-\Delta D/2) - R(D+\Delta D/2) = \Delta R(D)$ として、次式が得られる。

$$M_F \Delta R_F = M_P \Delta R_P + M_S \Delta R_S$$

これらの関係を Fig. 2 に示す。

部分回収率 η は粗粉中の粒径 D の質量にたいする原料中の粒径 D の質量の比として、次式で定義される。

$$\eta(D) = \frac{M_P \Delta R_P}{M_F \Delta R_F} = y \frac{\Delta R_P}{\Delta R_F} \quad \cdots(4)$$

また $M_S/M_F = 1-y$ であるから(4)式をつぎのように表すこともできる。

Fig. 2 回収結果の表示

$$\eta(D) = 1 - \frac{M_S \Delta R_S}{M_F \Delta R_F} = 1 - (1-y) \frac{\Delta R_S}{\Delta R_F} \quad \dots\dots(5)$$

(4), (5)式を等置して η を消去すると

$$y \Delta R_P = \Delta R_F - (1-y) \Delta R_S$$

となり、上式と(5)式より ΔR_F を消去すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \eta(D) &= \frac{y \Delta R_P}{y \Delta R_P + (1-y) \Delta R_S} \\ &= \frac{\Delta R_P}{\Delta R_P + z \Delta R_S} \quad \dots\dots(6) \end{aligned}$$

ただし $z=(1-y)/y$

η を D にたいしプロットすると、Fig. 2 下のように S 字形の部分回収率曲線が得られる。これはトロンプ曲線 (Tromp curve) とも呼ばれる¹⁾。

Fig. 3 $\phi = R_P - zR_S$ 対 D 曲線と D_{50} との関係

部分回収率50%, すなわち $\eta=0.5$ に対応する粒径を50%分離径と名付け、 D_{50} として表すと、(6)式はつぎのようになる。

$$\eta_{50} = \frac{\Delta R_P}{\Delta R_P + z \Delta R_S} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \Delta R_P - z \Delta R_S = 0$$

これは $\phi = R_P - zR_S$ とおき、 z を定数として $d\phi/dD=0$ としたものに等しいから、Fig. 3 のように ϕ と D をプロットした曲線の最大値に対応する粒径が D_{50} となることが知られる^{2), 3)}。

分級の鋭どさを表す指数として、 D_{50} における部分回収率曲線への接線の傾き $(d\eta/dD)_{D_{50}}$ や、 D_{75} と D_{25} にたいする曲線部を結ぶ直線の傾き $=0.5/(D_{75}-D_{25})$ などが用いられ、傾きが無限大なら理想分離、傾きがゼロなら単なる分割とする。その他に粒子のバラツキを表す D_{75}/D_{25} や

$$E = (D_{75} - D_{25}) / 2 \quad \text{テラ指数}$$

$$I = E / D_{50} \quad \text{不完全度}$$

なども用いられる。 D_{75} , D_{25} はそれぞれ $\eta=0.75$ および 0.25 に対応する粒径値である。 E , I とも値が小さいほど理想分離に近づくことを示す。

2. 部分回収率曲線

部分回収率曲線は Fig. 2 下のように横軸に粒径 D をとって表される。簡単のため、原料の粒径範囲をゼロから無限大とし、横軸を無次元化して $x=D/D_{50}$ とすると、部分回収率曲線は Fig. 4 に示すように、原点 ($x=0, \eta=$

Fig. 4 部分回収率曲線の標準化

0) から出発して $(x=1, \eta=0.5)$ の点を通り, $\eta=1$ に漸近する S 字型曲線となる。 η の最大値は 1 でなければならないから, その関数形をつぎのようにおく。

$$\eta(x) = 1 - G(x) \quad \cdots(7)$$

また, $\lim_{x \rightarrow \infty} G(x) = 0$ とするには

$$G(x) = 1 / Q(x) \quad \cdots(8)$$

として $\lim_{x \rightarrow 0} Q(x) = \infty$ となるようにすればよいから

$$\eta(x) = 1 - \frac{1}{Q(x)} \quad \cdots(9)$$

ともおくことができる。これらの境界条件は Table 1 のようになる。

Q と x は Fig. 5 のような関係にあるから

$$Q(x) = 1 + q(x) \quad \cdots(10)$$

とおくこともできる。 $q(x)$ の境界条件は Table 1 に併示した。(10)式を用いると, η はつぎのように表すこともできる。

$$\eta = 1 - \frac{1}{1 + q(x)} \quad \cdots(11)$$

Table 1 (7), (9), (11)式の境界条件

x	G	Q	q	η
0	1	1	0	0
1	0.5	2	1	0.5
∞	0	∞	∞	1

Fig. 5 Q と x との関係

(7), (9), (11)式の G , Q , q に種々の関数を入れて η を数式化できる。

3. 部分回収率曲線の数式化

$Q(x)$ や $q(x)$ の関数形として指数, 三角, ベキ, 双曲線, ベキ指数などの種々の関数を用いることが考えられる。つぎのその代表的なものをあげてみる。

3.1 指数関数

(9)式で $Q(x)$ に指数関数の次式を考えてみる。

$$Q = a e^{bx} + c \quad \cdots(12)$$

Table 1 の境界条件で $x=0$ で $Q=1$ より $1=a+c$, また $x=1$ で $Q=2$ より $2=ae^b+c$ であるから, 係数 a, c はつぎのようになる。

$$a = \frac{1}{e^b - 1} \quad c = \frac{e^b - 2}{e^b - 1}$$

したがって Q はつぎのように与えられる。

$$Q = \frac{e^{bx} + e^b - 2}{e^b - 1}$$

これを(9)式に代入すると, η は次式で表される。

$$\eta = \frac{e^{bx} - 1}{e^{bx} + e^b - 2} \quad \cdots(13)$$

これは Lynch の式として著名である⁴⁾。 $b>1$ で Fig. 6 のように S 字形曲線となる。

Lynch 式を導くのに用いた(12)式の他にも類似の形が考えられる。ここではつぎの例をあげておく。

$$Q = 1 + ax e^{b(x+c)}$$

Fig. 6 Lynch の式, (13)式

上式で $x=1$ で $Q=2$ であるから, $ae^{b(1+c)}=1$ となり, $c=-1-(\ln a)/b$ が得られる。したがって

$$e^{b(x+c)} = e^{b((x-1)-(\ln a)/b)} = (1/a) e^{b(x-1)}$$

となり, Q は次式のようになる。

$$Q = 1 + x e^{b(x-1)}$$

(13)式の関係を用いて η は次式で表される⁸⁾。

$$\eta = \frac{x e^{b(x-1)}}{1 + x e^{b(x-1)}} \quad \dots\dots(14)$$

(14)式は $x=0$ で $\eta=0$, $x=1$ で $\eta=0.5$, $x \rightarrow \infty$ で $\eta=1$ の条件を満足し, $b>1$ で Fig. 6 と類似する S 字形曲線となる。

つぎに Lynch の式と並んでよく引用される Plitt の式を導いてみる。

$Q=e^{ax}$ とおくと $x=1$ で $Q=2$ であるから $2=e^a$, すなわち $a=\ln 2$ となり, $Q=\exp[(\ln 2)x]=2^x$ が得られる。ここで $Q=2x^b$ とおくと, (9)式より次式が得られる。

$$\begin{aligned} \eta &= 1 - \frac{1}{Q} = 1 - 2^{-x^b} \\ &= 1 - \exp[(-\ln 2)x^b] \quad \dots\dots(15) \end{aligned}$$

(15)式は Plitt の提出した式で⁵⁾, $b>1$ で Fig. 7 のように S 字形曲線となる。

(15)式の類推からつぎのような形も成立すると考えられるであろう。

Fig. 7 Plitt の式, (15)式

Fig. 8 (10)式の曲線

$$\eta = 2^{-x^{-c}} = 1 / 2^{(1/x)^c}$$

指数関数に属する例としてもうひとつあげてみる。

(10)式で $q=a \ln(bx^c+1)$ とすると⁸⁾

$$Q = 1 + a \ln(bx^c + 1)$$

となるが, $x=1$ で $Q=2$ より $\ln(b+1)=1/a$ で, $b=e^{1/a}-1$ となるから上式を書直すと

$$Q = 1 + a \ln[(e^{1/a} - 1)x^c + 1]$$

となる。係数を1個にするため, $a=2$ とすると(9)式より η がつぎのように得られる。

$$\eta = 1 - \frac{1}{1 + 2 \ln(1 + (\sqrt{e} - 1)x^c)} \quad \dots\dots(16)$$

(16)式は Fig. 8 のように c の値により $\eta=1$ に漸近する程度の異なる S 字形曲線となる。

3.2 逆正接関数

(8)式の $G(x)=1/Q(x)$ と x との関係は Fig. 9 のようになっていることが必要である。このような条件を満たす関数としてつぎの正接関数が挙げられる。

$$x = \tan \left[\frac{\pi}{2} (1 - G) \right]$$

Fig. 9 $G(x)=1/Q(x)$ と x の関係

Fig. 10 (7)式の曲線

これより G は逆正接関数としてつぎのように求められる。

$$G = 1 - \frac{2}{\pi} \tan^{-1} x$$

この式は Table 1 の $x=0$ で $G=1$, $x=1$ で $G=0.5$, $x \rightarrow \infty$ で $G \rightarrow 0$ の条件を満足するが, $\eta = 1 - G$ とした場合に S 字形曲線にならない。それで x の代りに $a(x-1)$ において

$$G = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \tan^{-1} [a(x-1)]$$

とし, さらに a の代りに $(x+a)/x$ とすると

$$G = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \tan^{-1} \left[(x+a) \left(\frac{x-1}{x} \right) \right]$$

が得られ, $x=0$ で $\tan^{-1}(-\infty) = -\pi/2$ より $G=1$, $x=0$ で $G=0.5$, $x \rightarrow \infty$ で $\tan^{-1}\infty = \pi/2$ より $G=0$ の条件を満足するようになる。したがって(7)式より η について次式が得られる²⁾。

$$\eta = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \tan^{-1} \left[(x+a) \left(\frac{x-1}{x} \right) \right] \quad \dots\dots(17)$$

(7)式は Fig. 10 のように $a > 1$ で S 字形曲線を表す。正接関数を用いた例として次式を加えておく²⁾。

$$\eta = 1 - \frac{1}{1 + \tan \left[\frac{\pi}{2} \left(\frac{x^a}{1+x^a} \right) \right]} \quad \dots\dots(18)$$

3.3 ベキ関数²⁾

ベキ関数のもっとも簡単な形として, (10)式で $q=x^a$ とすると, Q として次式が得られる。

$$Q = 1 + x^a \quad \dots\dots(19)$$

したがって η は次式で表される。

$$\eta = 1 - \frac{1}{1+x^a} = \frac{x^a}{1+x^a} \quad \dots\dots(20)$$

(20)式は $a \geq 1.5$ で S 字形曲線となる。

ベキ関数の一般形として

$$Q = [1 + (2^n - 1)x^{na}]^{1/n} \quad \dots\dots(21)$$

とすると, (19)式は(21)式における $n=1$ のときの形であることが知られる。

(21)式は $n > 0$ のとき Table 1 の境界条件を満足し, $n > 1$, もしくは $n < 1$ で η は S 字形曲線になる。

さらに(21)式で $n=1/a$ とすると次式が得られる。

$$Q = [1 + (2^{1/a} - 1)x]^a$$

x の代りに x^b としてもよいが, 係数が 1 個増加するので, $b=a$ とすると, 上式はつぎのようになる。

$$Q = [1 + (2^{1/a} - 1)x^a]^a \quad \dots\dots(22)$$

したがって η は次式となる。

$$\eta = 1 - [1 + (2^{1/a} - 1)x^a]^{-a}$$

上式は $a \geq 2$ で S 字形曲線となる。

3.4 双曲線関数²⁾

双曲線関数の基本形として次式を考えてみる。

$$(Q/a)^2 - (x/b)^2 = 1$$

これより Q はつぎのように求められる。

$$Q = (a/b) \sqrt{b^2 + x^2}$$

上式において $x=0$ で $Q=1$ より $a=1$, また $x=1$ で $Q=2$ より $\sqrt{b^2+1}=2b$ が得られるから, b についてとくと, $b = \pm \sqrt{1/3}$ となるが, 正号のみをとって $b = +\sqrt{1/3}$ とすれば, Q は次式のようにになる。

$$Q = \sqrt{1 + 3x^2}$$

これを一般化した関数形としてつぎのようにおいてみることにする。

$$Q = \sqrt{a + b x^{2c}} - d$$

上式において $x=0$ で $Q=1$ より $a=(1+d)^2$, また $x=1$ で $Q=2$ より $a+b=(2+d)^2$ であるから,

$$b=(2+d)^2-(1+d)^2=3+2d$$

を得る。ここで $1+d=n$ とおくと $d=n-1$, $a=n^2$, $b=2n+1$ となるから, Q として次式が得られる。

$$Q = \sqrt{n^2 + (2n+1) x^{2c}} - (n-1) \quad \cdots(23)$$

(23)式で $n=0$ とすると (19)式となり, また $n=1$ とすると, (21)式の $n=2$ の場合に一致する。

(23)式による η は, $n \geq 1$ で $c \geq 1$, あるいは $n < 1$ で $c \geq 2$ のとき S 字曲線となる。

3.5 べき指数関数²⁾

変数 x の x 乗の形のべき指数関数を用いることを検討してみることにする。

予想される関数形として

$$Q = 1 + x^{x+k} \quad \cdots(24)$$

もしくは

$$Q = 1 + x^{a(x+1)} \quad \cdots(25)$$

が考えられるが, これは (21)式で $n=2$ とした次式と似ている。

$$Q = (1 + 3 x^{2a})^{1/2}$$

これから (24), (25)式をつぎのように表すことが類推できる。

$$Q = [1 + 3 x^{x+k}]^{1/2}$$

$$Q = [1 + 3 x^{a(x+1)}]^{1/2}$$

さらにこの形の一般式として, (21)式と類似する次式も考えられるであろう。

$$Q = [1 + (2^n - 1) x^{x+k}]^{1/n}$$

$$Q = [1 + (2^n - 1) x^{a(x+1)}]^{1/n}$$

以上の式は係数 2 個型となるので, n を整数としてあらかじめ与えておき, ついで a もしくは k を決定してやらなければならない, やや不便である。

4. 部分回収率曲線の補正

標準化された部分回収率曲線 $\eta(x)$ の境界条件は, Table 1 に示すように, $x=0$ で $\eta=0$, $x=1$ で $\eta=0.5$, $x \rightarrow \infty$ で $\eta=1$ であるが, 実際的な分級操作では原点から始まらなかったり, また最大粒径のところで $\eta=1$ に達しないとか, あるいは 1 をこえたりする場合がある。

これは分級装置に供給される原料の一部が分級装置をバイパスして排出されたりするような場合, あるいは排泥粗粒部間隙内液中に, 溢流として排出されるべき微粒部が含まれているような場合, また装置内に流れの分布や乱れがあるような場合にみられるものである。このような場合に曲線の式の補正を必要とすることが多い。

4.1 細粉側, 粗粉側に分割のある場合⁶⁾

部分回収率の実測曲線 η^* が Fig. 11 の点線のように, $D=\infty$ で 1 に漸近せず, $1-\alpha$ に漸近する場合, この曲線を 1 に漸近する曲線として Fig. 11 の実線 η に補正して表すことができる。 α は細粉側への分割率と呼ばれるもので, 供給原料中分級装置を通らずに細粉側にバイパスしたものの質量分率である。

実測曲線を $\eta^*(x^*)$, 補正曲線を $\eta(x)$ とする。ここで $x^*=D/D_{50}^*$, $x=D/D_{50}$ で, D_{50}^* は実測値, D_{50} は補正後の値である。 η^* と η との間につぎの関係が成立する。

$$(1 - \eta)/(1 - \eta^*) = 1/(1 - \alpha)$$

これより得られるつぎの 2 式の関係を用いて η と η^* を相互に変換できることが知られる。

$$\eta = (\eta^* - \alpha)/(1 - \alpha)$$

$$\eta^* = \alpha + \eta(1 - \alpha)$$

Fig. 11 細粉側および粗粉側に分割のある場合

さらに $\eta^*=0.5$ にたいする粒径を D_{50}^* , $\eta=0.5$ にたいする粒径を D_{50} としたから、横軸を $x^*=D/D_{50}^*$ から Fig. 11 のように $4D$ だけ移動し、 $x=D/D_{50}$ に置換える必要がある。

さきに導いた式に α を考慮すると次式が得られる³⁾。

$$\eta^* = \frac{\alpha + (1-2\alpha)x^{*a}}{1 + (1-2\alpha)x^{*a}} \quad \dots\dots(26)$$

この式は $\alpha > 0.5$ では部分回収率曲線としての意味をもたないことは明らかである。

つぎに粗粉側への分割率が β で、曲線が $D=0$ で原点より上の β で交わる場合には

$$\eta = (\eta^* - \beta) / (1 - \beta)$$

として補正すればよいであろう。

また粗粉側への分割率が β , 細粉側への分割率 α の両者を同時に考慮する場合には⁶⁾

$$\eta = \frac{\eta^* - \beta}{1 - (\alpha + \beta)}$$

として同様に扱うことができる。(Appendix)

4.2 最小粒径のある場合

Fig. 12 に示すように、部分回収率の実測曲線が原点を通らずに縦軸と $-\gamma$, 横軸と m で交わるなら、最小粒径 $D_{\min}^* = mD_{50}^*$ の存在が考えられる。このような場合の曲線を表す式の一例として次式が成立するであろう³⁾。

$$\eta^* = \frac{x^{*a} - m^a}{(1 - m^a) + (x^{*a} - m^a)} \quad \dots\dots(27)$$

Fig. 12 で $x^*=0$ で $\eta^*=-\gamma$ であるから、上式から γ

Fig. 12 最小粒径で $\eta^*=0$ の場合

と m との関係はつぎのように求められる。

$$m^a = \frac{\gamma}{1 + 2\gamma}$$

4.3 最大粒径のある場合³⁾

Fig. 13 のように部分回収率の実測曲線が $x^*=h$ で $\eta^*=1$ となり、 $x^* \rightarrow \infty$ で η_{∞}^* に漸近するならば、 $D_{\max}^* = hD_{50}^*$ の存在が考えられる。このような場合の曲線を表す式として式(26)から出発した次式が成立するであろう。

$$\eta^* = \frac{x^{*a}}{b(x^{*a} - 1) + 2} \quad \dots\dots(28)$$

ただし $b = (h^a - 2) / (h^a - 1)$

また $x^* \rightarrow \infty$ で $\eta^* = \eta_{\infty}^*$ になるとして η_{∞}^* と b の関係がつぎのように求められる。

$$\eta^* = 1 / b$$

したがって、 η^* の漸近線 η_{∞}^* が与えられれば、それを用い、式(28)をつぎのように補正すればよいことが知られる³⁾。

$$\eta^* = \frac{x^{*a}}{[(x^{*a} - 1) / \eta_{\infty}^*] + 2} \quad \dots\dots(29)$$

4.4 総括補正式

4.2 および 4.3 節に述べたすべての場合を含む一般式として次式があげられる³⁾。

$$\eta^* = \frac{\frac{\alpha}{1-2\alpha} + x^{*a} - m^a}{1 + \frac{b}{\eta_{\infty}^*}(x^{*a} - 1) + \frac{1}{1-2\alpha} - 2m^a} \quad \dots\dots(30)$$

Fig. 13 最大粒径で $\eta^*=1$, 漸近線 $\eta_{\infty}^* > 1$

Table 2 (30)式の諸因子

		α	m	b	η_{∞}^*
標準曲線	(20) 式	0	0	1	1
細粉側分割	(26) 式	α	0	1	1
最小粒径	(27) 式	0	m	1	1
最大粒径	(28) 式	0	0	b	1
$\eta_{\infty}^* > 1$	(29) 式	0	0	1	∞

(30)式において細粉側への分割, 最小最大粒径, あるいは η_{∞}^* が存在するときのおおのの場合には, それぞれ関係する項だけを考慮すればよいことになる。その関係を Table 2 に示す。

4. 1 節の α および β は分級装置による補正であり, 4. 2 節以下の $m, b(h)$, あるいは η_{∞}^* は粒子の粒径分布による補正であることに注意されたい。

結 言

標準化した部分回収率曲線を係数 1 個型の数式により

使 用 記 号

M	: 質量	[kg]
R	: 積算フルイ上質量分率	[—]
D	: 粒子径	[m]
D_{50}	: 部分回収率50対応径	[m]
D_{25}, D_{75}	: 部分回収率25%, 75%対応径	[m]
$f(D)$	: 供給原料質量基準密度分布関数	[m ⁻¹]
$p(D)$	: 粗粉質量基準密度分布関数	[m ⁻¹]
$s(D)$	: 細粉質量基準密度分布関数	[m ⁻¹]
x	: D/D_{50} , 無次元粒径	
y	: 粗粉収率	[—]
z	: $(1-y)/y$	[—]
E	: テラ指数	[m]
I	: 不完全度	[—]

表すことを試み, そのいくつかの例をあげてみた。これらの式を用いれば, 分離の鋭さなどを示す指数などが数式から求められるので, 分級成績の評価, あるいは操作の最適化などに役立てられるであろう。

またこの係数は供給原料の濃度, 粒子形状, けん濁粒子と分散媒との密度差, 分散媒の粘度などと密接の関係があるのではないかと予想されるので, これらの因子に関する分級操作の検討などにも役立つ面があると思われる。

Appendix

分級装置供給原料 M_F のうち細粉側へ αM_F , 粗粉側へ βM_F が分級装置を通らずにバイパスしたとすると

$$M_F(1-\alpha-\beta)\Delta R_F$$

$$= M_P(1-\alpha-\beta)\Delta R_P + M_S(1-\alpha-\beta)\Delta R_S$$

$$\therefore M_F\Delta R_F = [M_P(1-\alpha-\beta)\Delta R_P + \beta M_F\Delta R_F]$$

$$+ [M_S(1-\alpha-\beta)\Delta R_S + \alpha M_F\Delta R_F]$$

$$\eta^* = [M_P(1-\alpha-\beta)\Delta R_P + \beta M_F\Delta R_F] / M_F\Delta R_F$$

$$(4) \text{式より } \eta^* = \eta(1-\alpha-\beta) + \beta$$

$G(x)$	: (7)式	
$Q(x)$	: (8)式	
$q(x)$	: (10)式	
η	: 部分回収率 (標準化)	[—]
η^*	: 実測部分回収率	[—]
α	: 細粉側への分割率	[—]
β	: 粗粉側への分割率	[—]
γ	: 仮定値	
η_{∞}^*	: 漸近値	
a, b, c, d, k, n, m, h	: 定数	
下付添字:	F (供給原料), P (粗粉), S (細粉)	
上付記号:	* 実測	

参 考 文 献

- 1) Tromp, K. F. : *Glückauf*, **73**, 125-131, 151-156 (1937).
- 2) Trawinski, H. F. : *Aufbereitungs-Technik*, **17**, 248-254, 449-459 (1976).
- 3) Trawinski, H. F. : *Interceram.*, **27**, 21 (1978).
- 4) Lynch, A. J. : *Mineral Crushing and Grinding*

- Circuits, p. 125, Elsevier Scientific Pub. Co., 1977.
- 5) Plitt, L. R. : *Can. Mining and Metallurgical Bulletin*, **42** (April, 1971)
- 6) 金子祐正 : 粉体と工業, **9** (2), 53 (1977)
- 7) 渡辺治夫 : 粉体工学研究会誌, **13**, 480 (1976)