研究報告

不規則運動粒子群系の粒子拡散に関する統計力学的解析法*

Statistical Analysis of Particle Diffusivity in Randomly Walking Particles

油谷 暢悦**

Nobuetsu Yutani

乙竹 直*

Ntoshi Ototake

緒言

粉体プロセスにおいて不規則に運動する粒子群を扱うことはきわめて多く、その中心的課題は粒子拡散現象に関するものであろう。粒子間相互作用が顕著な濃厚粒子群の不規則運動は、具体的には回転ボールミル内の粒子混合、振動層内のパーコレーション現象を含む粒子混合や流動層内の粒子拡散などにみられる。

本報告はこれらの諸操作に共通している粒子群挙動の特徴として、粒子拡散現象について理論的扱い方を統計力学的考察に基づいて検討したものである。

すなわち、(1)粒子拡散を記述する基礎となる粒子挙動の局所構造の把握法、および(2)統計力学的分布関数による粒子拡散係数の導出について、固液流動層内粒子拡散の場合を検討した結果、従来の拡散モデルによる見掛け拡散係数ではなく、局所的粒子運動構造に基づく分布関数から導かれた拡散係数は粒子拡散の構造解析に有効であることが明らかになったので、ここに報告する。

1. 不規則運動粒子群の統計力学的把握

不規則運動粒子群の粒子拡散現象などのような巨視的性質は粒子群系の時間的に瞬間の局所状態の存在確率によって支配されると考えるのが、いわゆる統計力学的な系の把握法である。ここでは、統計力学的な系の把握のための前提条件について考察する。

1.1 運動粒子群の局所状態

昭和55年11月29日受付

* 粉体工学会第15回夏期シンポジウムにて発表
(1979.7函南)

**東京農工大学工学部化学工学科(〒184 小金井市
中町2-24-16)
TEL 0423-81-4221

系の巨視的性質を解析する手段の基礎は、運動粒子群系の局所状態の把握である。ここで局所状態を(i)空間的状态と(ii)時間的状态に分けて考察する。

(i)の場合は一般に時間に依存しない静止粒子層内の局所的な粒子配列や粒子存在分布などによって定量的検討がなされている。いま、運動粒子群の時間的に瞬間の空間における全粒子群の各粒子存在状態をFig.1(1)で示すように個々の粒子単位でセル分割する場合(1)と任意の粒子群の小グループ集団に分割する場合(2)に分ける。粒子群の局所における運動はこれらのセル単位で行なわれることを前提にするので、セルの性質として、各セル内の各粒子が有する速度(z 方向下向きを $+$ 方向と定義*する。)の分布関数がわかれば、確率的処理によってこれらの集団としての粒子群の巨視的性質が定められる。

(ii)の場合、後述する1.2節の内容に関係するが、セルの時間的变化を問題とする。 $x-y$ 平面におけるセル

* 本論文では、固液流動層中の粒子運動を対象とするので、粒子運動は軸方向($x-y$ 平面の z 方向)のみ扱う。

Fig. 1 セルの分割とアンサンブルとの関係

の瞬間的变化速度（セル変化の時定数）は観測時間に比べ十分小さい場合を対象とするので、瞬間瞬間変化する各セルの状態（セル速度で規定される。）を変数とすれば、各セル状態の数はセル集団を統計的に扱うに十分にあると考えてよい。

1.2 運動粒子群の巨視的性質

一般に粒子群系は分子系と異なり粒子それ自身で運動エネルギーを有する状態は極めて少なく、流体などの媒体や粒子間相互作用によって運動エネルギーを伝達されて始めて運動状態を呈する。したがって、粒子群系の外系からのエネルギーの作用の仕方により粒子群の運動状態は決定される。たとえば、流体によって系内の全粒子が運動状態を呈するためには粒子群はまず浮遊することを前提にして、浮遊のための必要エネルギー以上に与えられた過剰エネルギーによって不規則運動が生ずる。

また、この運動の不規則性の性質**は、系に加えられる運動エネルギーならびに系の内外へ流入、流出する粒子移動量の条件により左右される。この状態の巨視的性質について、Prigogine が分子系で考察した統計力学的な系の把握法⁹⁾を適用すると、Fig.2 のような分類が考えられる。

不規則運動粒子群系の挙動は各粒子に与えられる運動エネルギーの分配状態により個々の粒子が不規則運動を行ないかつ統計力学的平衡状態***にある場合から対流的粒子挙動の発生に伴い粒子群の小グループを形成し、定常的秩序構造****を生ずる。

本論文は運動粒子群の挙動が巨視的に定常状態にあり、かつ粒子の出入りのない閉鎖系の粒子群系を対象と

Fig. 2 粒子群の運動構造の分類

** 不規則に変動する速度分布や不規則変動する粒子の移動方向の確率を意味する。

*** 閉鎖系では系内の全エネルギー一定の場合エントロピー最大条件が統計力学的平衡状態を示す。

**** 分子系のベナードセルのような対流構造を示し、粒子群では振動層で同様の現象がみられる。(Appedex 参照。)

する。すなわち、Fig.2 (a), (c)の場合である。これは観測時間を十分に長くすれば、セル変化速度に無関係に統計的処理が可能なセルの母集団を形成できるためである。一方、Fig.2 (b)の場合は、流出入する粒子群の速度と系内のセル変化速度との相対的大きさ如何によっては、いつでも時間的に統計的処理が可能なだけの母集団がえられるとは限らないので、ここではFig.2 (b)の場合を除く。

2. 定常不規則運動粒子群系の粒子拡散

2.1 統計力学的記述による粒子速度分布関数

不規則粒子運動が定常状態にあるとき、時間的に微視的スケールで粒子に瞬間、瞬間に与えられる速度の分配関数はどう表現されるかについて定量的扱い方を考察する。

前述した空間構造と粒子速度分布関数とは一般に独立関係にはなく微視的な速度変動に伴い、空間構造も変化するが、第一段階として、空間構造を時間的平均の空間構造に固定し、速度変動分布（すなわち、速度分布関数）のみによって粒子群運動の不規則性を定量化する。速度分布関数の導出に当っては統計力学的手法を用いる。各単位セルに与えられる時間的速度分布がランダムであるとき、定常での速度分布状態はエントロピーが最大となるような状態をとる。

このとき、粒子の速度分布関数として次式を仮定する。

$$P(U_{si}) dU_{si} = \frac{1}{U_s} \exp\left(-\frac{U_{si}}{U_s}\right) dU_{si} \quad \dots\dots(1)$$

ただし、Eq.(1)の U_{si} の範囲は 0 から ∞ である。

ここで、前節で考察したように粒子群系が運動するためには一般に外系からエネルギーが与えられねばならないので、粒子群が運動状態を呈するための最小エネルギー状態が存在するはずである。最小エネルギー状態においてセルに与えられたセルの速度を $\bar{U}_{sc}$ としたとき、系の粒子群の不規則運動は外系に対し $\bar{U}_{sc}$ 以上の速度で行なわれるので、分布関数形としては $\bar{U}_{sc}$ だけ座標移動を行なはねばならない*。これは分布関数決定条件として、粒子群が運動しはじめる状態を基準にとる必要があるためである。

したがって、Eq.(1)は

* 具体的応用例として固液流動層の層膨張過程の解析¹¹⁾で用いられ、信頼性が確かめられている。

$$P(U_{si}) dU_{si} = \frac{1}{\bar{U}_s - \bar{U}_{sc}} \exp \left(-\frac{U_{si} - \bar{U}_{sc}}{\bar{U}_s - \bar{U}_{sc}} \right) dU_{si} \quad \dots\dots(2)$$

となる。

2.2 粒子群速度分布関数と粒子拡散

(1)粒子群速度分布関数 個々の粒子運動が独立で不規則であるとき、粒子群系の速度分布関数 $\varphi(U_{si})dU_{si}$ は正規型の次式で表わされる。

$$\varphi(U_{si}) dU_{si} = \frac{\gamma}{\sqrt{4\pi D_p/\tau}} \exp \left\{ -\frac{(U_{si} - \bar{U}_s)^2}{4 D_p/\tau} \right\} dU_{si} \quad \dots\dots(3)$$

ただし、

$$\frac{1}{\gamma} = \int_{U_{sc}}^{\infty} \varphi(U_{si}) dU_{si} \quad \dots\dots(4)$$

D_p : 粒子群系の粒子拡散係数, $\bar{U}_s$: 粒子群の最大確率速度でかつ粒子の平均分布速度。

したがって、 $\bar{U}_s$ 以上の速度で存在する粒子群の平均速度 $\bar{U}_{sp}$, $\bar{U}_s$ 以下の速度で存在する粒子群の平均速度 $\bar{U}_{sq}$ はそれぞれ次式で表わされる。

$$\bar{U}_{sp} = \int_{\bar{U}_s}^{\infty} U_{si} \varphi(U_{si}) dU_{si} / \int_{\bar{U}_s}^{\infty} \varphi(U_{si}) dU_{si} \quad \dots\dots(5)$$

$$= \bar{U}_s + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{D_p/\tau}$$

$$\bar{U}_{sq} = \int_{U_{sc}}^{\bar{U}_s} U_{si} \varphi(U_{si}) dU_{si} / \int_{U_{sc}}^{\bar{U}_s} \varphi(U_{si}) dU_{si}$$

$$= \bar{U}_s - \sqrt{D_p/\tau} \left\{ 1 - \exp(-x_1^2) \right\} /$$

$$\int_0^{x_1} \exp(-x^2) dx \quad \dots\dots(6)$$

$$\text{ただし、} x_1 = (\bar{U}_s - \bar{U}_{sc}) / 2 \sqrt{D_p/\tau}$$

以上の諸関係を Fig.3 に示す。この諸関係を用いると次項で述べるように粒子拡散係数が導出できる。

(2)粒子群系の粒子拡散係数の導出 粒子群系の粒子拡散現象の特徴は局所での粒子運動の方向分布、粒子速度分布関数ならびにセルのスケールである。粒子群系挙動の不規則スケールを示すセルスケールに関する把握法の差により粒子拡散係数の導出モデルとして、(i)個々の粒子基準のセルの拡散を対象とする場合(ブラウン的粒子拡散モデル)と(ii)(i)の場合のみならず粒子群のグ

Fig. 3 粒子分配関数と粒子群速度分布関数との対応

ループ基準のセルの拡散を包括する場合(アイリング型粒拡散モデル)とについて検討した。

(i)ブラウン的粒子拡散モデル 系が粒子運動速度のうち平均分布速度 $\bar{U}_s$ で定常状態にあるとき、運動速度の分布状態が $\bar{U}_s$ 以上の場合の粒子流束 F_p と $\bar{U}_s$ 以下の場合の粒子流束 F_q は等しい。すなわち、

$$F_p = \bar{U}_{sp} S (1 - \varepsilon) \rho_p \int_{\bar{U}_s}^{\infty} P(U_{si}) dU_{si} \quad \dots\dots(7)$$

および

$$F_q = \bar{U}_{sq} S (1 - \varepsilon) \rho_p \int_{U_{sc}}^{\bar{U}_s} P(U_{si}) dU_{si} \quad \dots\dots(8)$$

ただし、 S : 系の断面積, ε : 系の空間率, ρ_p : 粒子密度。系が定常状態であれば、

$$F_p = F_q \quad \dots\dots(9)$$

であるから、Eq.(7)~Eq.(9)より、

$$\bar{U}_{sp} \int_{\bar{U}_s}^{\infty} P(U_{si}) dU_{si} = \bar{U}_{sq} \int_{U_{sc}}^{\bar{U}_s} P(U_{si}) dU_{si} \quad \dots\dots(10)$$

が成立する。

Eq.(5)およびEq.(6)をEq.(10)に代入し、整理すると、

$$\left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} + (e - 1) \left\{ 1 - \exp(-x_1^2) \right\} / \int_0^{x_1} \exp(-x^2) dx \right\} \cdot \sqrt{D_p/\tau} = (e - 2) \bar{U}_s \quad \dots\dots(11)$$

ただし, $x_1 = (\bar{U}_s - \bar{U}_{sc}) / 2 \sqrt{D_p / \tau}$

したがって, $\bar{U}_s$ および $\bar{U}_{sc}$ がわかれば D_p が推算できる。ここで, D_p の単位が $[\text{cm}^2/\text{sec}]$ であるので $\tau = 1 \text{ sec}$ とおいた。Eq.(11) によって求められる粒子拡散係数は, Eq.(3) を用いているので, 粒子群系において粒子は個々独立に不規則に運動していることを前提にした粒子拡散係数である。

(ii) アイリング型粒子拡散モデル 粒子群系の粒子拡散係数の導出には, 任意の局所での所定方向への粒子移動方向確率とその方向への粒子群平均移動速度が必要である¹⁰⁾。

本モデルによれば, 系内の粒子群のセルの大きさの如何を問わず, 粒子の移動方向確率と速度分配関数のみにより粒子拡散係数を記述できる。すなわち,

$$D_p = \frac{1}{2} (\text{粒子拡散スケール } a) \times \left(\begin{array}{c} \text{粒子群平均} \\ \text{拡散速度} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{c} \text{個々の粒子の所定} \\ \text{方向への移動確率} \end{array} \right) \quad \dots\dots(12)$$

と表わせる¹⁰⁾。

この式は物理的には分子系での Eyring の絶対反応速度論²⁾で示された拡散係数と同様の意味を有する。所定方向への粒子移動確率は媒体に対する速度を基準にとった粒子速度分布関数と外系の基準座標 (ここでは $\bar{U}_s$ とおく) とによって求められる。

Eq.(2) で求められる粒子速度分布関数は局所における粒子速度の瞬間的存在分布であるがエルゴード仮定より系全体の任意の瞬間における位置的な粒子速度分布を意味する。したがって, 所定速度 U_{si} 以上の速度を有する確率を p , U_{si} 以下の速度を有する確率を q とすれば, Eq.(2) より

$$p = \int_{U_{si}}^{\infty} P(U_{si}) dU_{si} = \exp\left(-\frac{U_{si} - \bar{U}_{sc}}{\bar{U}_s - \bar{U}_{sc}}\right) \quad \dots\dots(13)$$

$$q = \int_{\bar{U}_s}^{\bar{U}_{sc}} P(U_{si}) dU_{si} = 1 - \exp\left(-\frac{U_{si} - \bar{U}_{sc}}{\bar{U}_s - \bar{U}_{sc}}\right) \quad \dots\dots(14)$$

と表わせる。

一方, 系の平均分布速度は $\bar{U}_s$ であるから, $\bar{U}_s$ の座標を基準にして粒子拡散係数 D_{pi} を Eq.(12) より求める

と,

$$D_{pi} = \frac{a}{2} (\bar{U}_s - U_{si}) \cdot \int_{\bar{U}_s}^{\bar{U}_{sc}} P(U_{si}) dU_{si} / \int_{\bar{U}_s}^{\bar{U}_{sc}} P(U_{si}) dU_{si} \quad \dots\dots(15)$$

ここで, U_{si} は分布速度が $\bar{U}_s$ から $\bar{U}_{sc}$ の範囲にある粒子群の平均速度でかつ粒子群の拡散方向の基準を示す速度である。Eq.(15) において U_{si} を任意に変化させると D_{pi} に極大値が存在する。

系が閉鎖系で定常状態でかつ全系のエネルギーが一定のとき, 系内の各粒子はもっとも動き易い確率をとるであろう¹¹⁾。すなわち, 系内の粒子拡散係数が極大となるような状態をとる。 U_{si} が大きくなり $\bar{U}_s - U_{si}$ が小さくなる時所定方向への各粒子の平均移動速度は小さくなるが, その方向への粒子移動量は大きくなる。逆に, $\bar{U}_s - U_{si}$ が大きくなる時, 所定方向への粒子移動量は小さくなる。

したがって, Eq.(15) より D_{pi} が極大となるような U_{si} であれば, 系のエントロピーは最大となるであろう。

D_{pi} を U_{si} で微分すると,

$$\frac{\partial D_{pi}}{\partial U_{si}} = 0 \quad \dots\dots(16)$$

より

$$|(U_{si} - \bar{U}_{sc}) / (\bar{U}_s - \bar{U}_{sc})|_{\max} = 0.4428 \quad \dots\dots(17)$$

をえる。Eq.(16) が成立するとき,

$$\frac{\partial^2 D_{pi}}{\partial U_{si}^2} < 0 \quad \dots\dots(18)$$

が成り立つので, D_{pi} の極大性が確認できる。

3. 考察—固液流動層内の粒子拡散現象への応用—

固液流動層内の軸方向粒子拡散係数の解析に本法を適用し, 本モデルの妥当性を考察する。なお, 固液流動層内の粒子拡散係数値および分布関数における $\bar{U}_{sc}$ の値は主として著者らによって得られた実測結果を用いた。

3.1 アイリング型粒子拡散モデルの妥当性

流動層内の個々の粒子挙動の独立性と不規則性を仮定したとき, 粒子速度分布関数は Eq.(3) で表わせる¹¹⁾。分布速度が $\bar{U}_s$ から $\bar{U}_{sc}$ の間にある粒子群の平均速度は Eq.(12) で表わされるが, 定常状態においては系のエント

Fig. 4 U_{sl} と U_{sq} との比較

Fig. 5 ブラウン型理論粒子拡散係数と既往の諸実測値との比較

ロビー極大性から求まる U_{sl} の値、すなわ Eq.(7) より求まる U_{sl} の値と Eq.(9) の値と比較することにより、2.2 節のアイリング型拡散モデルの理論的妥当性を確かめることができる。

いま、20~24mesh の範囲にあるガラス球粒子群の水系流動層における $\bar{U}_s$ と $\bar{U}_{sc}$ との関係¹¹⁾ を用いて、Eq. (11) より粒子拡散係数 D_p を求める。 $\bar{U}_{sc}$ とこの D_p を Eq.(6) に代入すれば $\bar{U}_{sq}$ をえる。ただし、 $\tau=1$ sec とし

た。

$\bar{U}_{sq}$ と Eq.(9) より求めた U_{sl} とを比較すると、Fig. 4 のように +3% 以内で両者は一致する。この事実は粒子拡散係数の算出法としてアイリング型粒子拡散モデルの妥当性を示しているといえよう。

3.2 統計力学的粒子拡散モデルと既往の実測値との比較

本報で提出した統計力学的考察に基づく粒子拡散モデル既往の実測値との比較を行ない、粒子拡散モデルの妥当性を検討する。

Eq. (11) より求まるブラウン型粒子拡散モデルによる粒子拡散係数の理論値と著者らの実測値を含め既往の諸実測値との比較検討を行なうと Fig. 5 のようになる。著者らの実測値を含め既往の諸実測値の一部が理論値とずれているが、これは層空間率が大きい場合で、一般に空塔速度が大きくなるので、層内の個々の粒子が独立に運動するのではなく粒子群グループを形成し、グループ単位で不規則運動を行なうためであると考えられる。

そこで、20~24メッシュのガラス球-水系流動層の場合について、粒子群グループ拡散の場合にも適用できるアイリング型拡散モデルを用いた理論値と実測値との比較を行なう。

Eq.(19) において拡散スケール a が不明であるが、 a の物理的意味は、いわゆるプラントルの混合距離のような内容を有する。本報では分布速度が静止液に対する流体速度を基準にしているので、 a も同様の基準で考えると、次式をえる。

Fig. 6 粒子拡散係数実測値と諸モデルとの対応

$$a/\tau = \bar{U}_s/\varepsilon + U_{st} \quad \cdots \cdots (19)$$

$\tau = 1 \text{ sec}$ とすれば速度の単位を $[\text{cm/sec}]$ として、 a の単位は $[\text{cm}]$ となる。

したがって、Eq.(17)で求めた U_{st} および Eq.(19)を Eq.(15)に代入すれば、アイリング型粒子拡散係数の理論値が求まる。実測値との比較を行なうと Fig.6 をえる。

本図より、空塔速度が大きい場合、理論値と実測値とは一致しないが、傾向性はよく一致している。理論値と実測値との不一致は粒子群グループの単位での粒子運動の存在を示す。Eq.(19)による粒子拡散スケールは粒子挙動の独立性を前提にしているの、粒子群のグループ化による拡散スケールの補正を必要とする。

本報では粒子拡散の統計力学的解析手法の妥当性を示すことに主眼があるので、固液流動層内の粒子拡散係数全般に渡る解析については削除する。

結 言

不規則運動粒子群系の粒子挙動を統計力学的考察に基づく分配関数を用いて解析する手法について、固液流動層内の粒子拡散を例にしてその妥当性を検討した結果、ブラウン型粒子拡散モデルおよびアイリング型粒子拡散モデルは実測結果をよく説明しうることが明らかになっ

Fig. A 振動粒子層の対流構造

た。

Appendix 振動層における対流構造⁸⁾

円筒内の振動板上に粒子を充てんし振動を加えると、粒子群は不規則に振動する（振動粒子層）が、所定の充てん粒子量に対し振動強度を増加すると、Fig.Aに示すように振動層内の粒子運動は変化し、所定の振動強度ではFig.Aの(c)のような粒子運動の対流構造が形成され、あたかも分子系のベナードセルのような状態を呈することが確かめられている。

使 用 記 号

a : 粒子拡散スケール	$[\text{cm}]$	$\bar{U}_{sc}$: セルが有する分配速度の最小値	$[\text{cm/sec}]$
D_p : 粒子群系の粒子拡散係数	$[\text{cm}^2/\text{sec}]$	U_{st} : 任意のセルの瞬間速度または分配速度	$[\text{cm/sec}]$
D_{pl} : 粒子群の平均速度 U_s を座標基準にした 粒子拡散係数	$[\text{cm}^2/\text{sec}]$	U_{sl} : 所定方向へ移動しようとする粒子群の平均 速度	$[\text{cm/sec}]$
F_p : 分配速度が U_s 以上の場合の粒子流束	$[\text{g/sec}]$	$\bar{U}_{sp}$: 分配速度 $\bar{U}_s$ 以上の速度で存在する粒子群の 平均速度	$[\text{cm/sec}]$
F_q : 分配速度が U_s 以下の場合の粒子流束	$[\text{g/sec}]$	$\bar{U}_{sq}$: 分配速度 $\bar{U}_s$ 以下の速度で存在する粒子群の 平均速度	$[\text{cm/sec}]$
p : 粒子群が U_{st} 以上の分配速度を有する確率	$[-]$	ε : 系の空間率	$[-]$
$P(U_{st})dU_{st}$: U_{st} の速度を有するセルの分配関数	$[-]$	ρ_p : 粒子密度	$[\text{g/cm}^3]$
q : 粒子群が U_{st} 以下の分配速度を有する確率	$[-]$	$\varphi(U_{st})dU_{st}$: 粒子群の速度分布関数	$[-]$
S : 系の断面積	$[\text{cm}^2]$	τ : 時間	$[\text{sec}]$
t : 時間	$[\text{sec}]$		
$\bar{U}_s$: 系内粒子群の個々のセルが有する平均速度			

引 用 文 献

- 1) Fast, J.D. : "The significance of the concept of entropy and its applications in science and technology", Philips, (1968)
- 2) Glasstone, S. and K.L. Laidler, H. Eyring ; "The Theory of Rate Process", Princeton Univ. Press (1941)
- 3) Glansdorff, P. and I. Prigogine : "Thermodynamic Theory of Structure, Stability and Fluctuations", Wiley-Interscience (1971)
- 4) Handly, D., A.Doraisamy, K.L. Dutchfer and N.

- L. Franklin : *Trans. Instrn. Chem. Engrs.*, **44**, T260 (1966)
- 5) Kennedy, S. C. and R.H. Bretton : *A. I. Ch. E. Journal*, **12**, (1), 24 (1966)
- 6) 久村富持訳 : “状態関数と線型制御系” 学献社 (1970)
- 7) 鞭巖ら : 化学工学, **25**, (10), 757 (1961)
- 8) 乙竹直, 菊地修, 福沢秀夫 : 化工協会第8回秋季大会講演要旨集, p. 94 (1974)
- 9) Prigogine, I. : “Non-Equilibrium Statistical Mechanics”, Interscience (1962)
- 10) 油谷暢悦, 乙竹直 : 化工論文集, **3**, (4), 364 (1977)
- 11) 油谷暢悦, 乙竹直 : 化工協会第42年会講演要旨集, p. 97 (1977)。

Authors' Abstract

Statistical Analysis of Particle Diffusivity in Pandomly Working Particles

by

Nobuetsu YUTANI and Naoshi OTOTAKE

(Tokyo Univ. of Agri. & Tech., Dep. of Chem. Eng., Koganei 184)

In this study, for an example of the phenomena controlled by fluctuating motions of particles in the technology with powder processes, the diffusional phenomena of particles have been theoretically discussed about from microscopical structural motions of particles. Attentions have been focussed on the following terms;

- (1) The statistical-dynamical understanding of the behavior of particles as basic considerations on theoretical particle diffusivity.
- (2) The derivation of theoretical particle diffusivity using statition function of particle velocity.

Concretely, the “cell model” based upon statistical distribution function have been proposed to explain several types of the behavior of randomly moving particles. That is, “Brown’s Model” and “Eyring’s Model” can be developed on the baees of the motion of individual particle and of groups of particles, respectively. Comparsons have been made between values estimated using these model and experimental data with particle diffusivity in solids-liquid fluidized beds.

As a result, it is indicated that theoretical particle diffusivity based upon structural considerations of particle-motions can be explain the diffusional behavior of particles in the bed.

List of Figures

- Fig. 1** Relationship between method for division of cell and statistical ensumble.
- Fig. 2** Structural classification of motions of particles.
- Fig. 3** Correlations of velocity partition function of single particle with particles velocity distribution function.
- Fig. 4** Comparison of U_{si} and U_{sq} .

Fig. 5 Comparisons of Brown’s type-theoretical diffusivity of particles and experimental values of particles-diffusivity in the literature.

Fig. 6 Correlation of experimental diffusivities of particles with theoretical diffusivities based upon some model.

Fig. A Convective structure of vibrated-particles beds.