乱流輸送過程としてのマイクロプロセス (2)

野 中 道 郎*
Michio NONAKA

5. 乱流場の等方性および局所等方性

乱流場においては流体要素あるいはその中に存在する固体粒子などの成分は変動速度を持ち、時間的・空間的にランダムな挙動を示すことはすでに説明したが、一般の乱流場はそのランダムさがある性格を持っている場合がほとんどと考えてよい。その性格とは等方性 (isotropy) と呼ばれるもので、乱流場の (x, y, z) 方向の変動速度を (u_x', u_y', u_z') としたとき、

$$\overline{u_x'^2} = \overline{u_y'^2} = \overline{u_z'^2} \quad \dots\dots(13)$$

が成り立つことを意味する。それでは何故等方性乱流場が一般的であるか例をあげて説明してみよう。いま攪拌機によって流体を攪拌する操作を考えてみると、まず外部から供給されたエネルギーによってインペラの回転が始まり、インペラの近傍にそれと同じ大きさ程度の大きな渦が発生する。この大きな渦はその直後に同じようにして発生した大きな渦と衝突し合ってもう少し小さい数個の渦に分裂する。またこれらの渦も互いに衝突してさらに小さい渦を多数発生する。このようにして渦の大きさがある程度以上に小さくなると渦の保有していた運動エネルギーは攪拌流体の粘性の作用によって熱に変化してしまう。このようなプロセスは連続的に起きており、ある程度時間がたつと定常状態に達すると考えられる。このことは波数 (単位長さに含まれる渦の数に対応する) という概念を導入することによって次のように説明することができる。すなわちエネルギーは波数の小さい方から大きい方へ慣性力の作用によって伝達され、最大波数のところで粘性によってこのエネルギーを消費することになる。このようなエネルギーの伝達過程で外部条件 (すなわちインペラの大きさの逆数と同程度の波数近くの狭い範囲にのみエネルギーの供給があること) による偏りは消え、充分大きな波数成分についてはエネルギーの分布は等方的になると考えられる。したがってイ

ンペラの近傍を除いてこの乱流場は等方的とみなすことができる。

Kormogoroff^{17, 18)} はさらに Fig. 12 に示すように必ずしも等方性でない大きな渦Aの中に小さな渦Bが存在するとき、Bについては等方性が成り立つと考え、この状態を局所等方性と名づけた。そして局所等方性が成立しているような高波数領域では乱流場の統計的状态は、波数の小さい方から大きい方へ伝達されるエネルギー ε と粘性係数 μ および密度 ρ を用いて一義的に決定されるという仮説をたて、次元解析のみによって渦のスケール λ_0 と渦の速度 v_λ を求めることを試み次式を得た。

$$\lambda_0 = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \quad \dots\dots(14)$$

$$v_\lambda = (\nu \varepsilon)^{1/4} \quad \dots\dots(15)$$

ここで $\nu \equiv \mu/\rho$ を意味する。

Fig. 12 において渦Bに含まれる点P, P'を考え、それぞれの点でのPP'に平行な速度成分を u_d, u_d' 、垂

Fig. 12 局所等方性乱流場

昭和55年10月31日受付

*東京大学工学部資源開発工学科 (〒113 東京都文京区本郷 7-3-1)

TEL 03-812-2111

直な速度成分を u_n , u_n' とすると、局所等方性が成り立つとき、

$$\overline{(u_d - u_d')^2} = \overline{(u_n - u_n')^2} \quad \dots\dots(16)$$

であり、これを新たに v_d^2 と表わすと、 v_d^2 は距離 d だけ離れた二点間の速度差の2乗平均を意味する。いま v_d^2 が λ_0 , v_λ および d によって決まると考えると、

$$d \ll \lambda_0; v_d^2 \sim v_\lambda^2 \frac{d^2}{\lambda_0^2} = \frac{\varepsilon}{\nu} d^2 \quad \dots\dots(17)$$

$$d \gg \lambda_0; v_d^2 \sim v_\lambda^2 \left(\frac{d}{\lambda_0}\right)^{2/3} = (\varepsilon d)^{2/3} \quad \dots\dots(18)$$

を得ることができる。

等方性あるいは局所等方性が成り立っているような乱流場はその特性を記述するのにきわめて簡単なスカラー関数だけで充分で、波数の保有するエネルギーならびに消散するエネルギーまでを求めることができる。粉体工学や分離工学の領域で取り扱う乱流はほとんどこの性質を持っているとみなしてよい。

6. 等方性乱流理論を用いて求まる特性値

6.1 速度相関について

乱流場は変動速度を持つのでその時間的および空間的な特性が明らかになればよい。測定の手法は後に示すとして何らかの方法によって乱流場の一点での変動速度の時間変化が得られたとしよう (Fig. 8 参照)。このようなランダムな変動でまず目につく特性値はその統計的平均量と自己相関関数であろう。当然単なる時間平均値は0であるからその2乗平均値を問題にする必要がある。そこでこの値を $\overline{u'^2}$ と書くことにする。2乗平均値の平方根 $\sqrt{\overline{u'^2}}$ は変動速度の rms 値とも呼ばれる。またこれと時間平均流速との比 $\sqrt{\overline{u'^2}}/\bar{u}$ は乱流強度といわれ、乱れの程度の指標となる。相関関数としては正規化した

Fig. 13 Euler 速度相関関数

自己相関関数である

$$R_E(\tau) = \frac{\overline{u'(t) \cdot u'(t+\tau)}}{\overline{u'^2}} \quad \dots\dots(19)$$

が用いられる。ここで t , τ は時間を表わし、 $R_E(\tau)$ は時間に関する Euler 速度相関関数と呼ばれる。 $R_E(\tau)$ の関数形は乱流場の性質によって種々の形をとるが、Fig. 13 に示すような曲線で近似できる場合が多い。乱流場の時間的スケールを表示するため(19)式の積分

$$T_E = \int_0^\infty R_E(\tau) d\tau \quad \dots\dots(20)$$

を考えると、Fig. 13 の曲線 1, 2 はそれぞれ

$$R_E(\tau) = \exp\left(-\frac{\tau}{T_E}\right) \quad \dots\dots(21)$$

$$R_E(\tau) = \exp\left(-\frac{\pi \tau^2}{4 T_E^2}\right) \quad \dots\dots(22)$$

と書き表わされる。 T_E は時間に関する Euler 速度相関関数の integral time scale といわれ、乱れの時間的スケールを表示する一つの特性値となる。すなわち T_E が小さい程乱れが激しいことを意味する。

乱流場を記述する速度相関関数としてはさらに重要な二つの関数が存在する。これらは Fig. 14 に示すような乱流場の二点間の速度相関で、空間座標 x および $x+r$ を考え、この二点間を結ぶ方向に平行な変動速度成分をそれぞれ $u_d'(x)$ および $u_d'(x+r)$ とし、この方向に垂直な変動速度成分をそれぞれ $u_n'(x)$ および $u_n'(x+r)$ とすれば次に示す二つの相互速度相関関数が定義される。

$$f(r) = \frac{\overline{u_d'(x) \cdot u_d'(x+r)}}{\overline{u_d'^2}} \quad \dots\dots(23)$$

$$g(r) = \frac{\overline{u_n'(x) \cdot u_n'(x+r)}}{\overline{u_n'^2}} \quad \dots\dots(24)$$

(23)式は縦速度相関関数、(24)式は横速度相関関数と呼ばれる。等方性乱流場では当然 $\overline{u_d'^2} = \overline{u_n'^2}$ であり、 $f(r)$ と $g(r)$ の間に

$$g(r) = \frac{r}{2} \frac{\partial f(r)}{\partial r} + f(r) \quad \dots\dots(25)$$

の関係が成り立つ。 $f(r)$ や $g(r)$ の直接測定は可能で

Fig. 14 縦速度相関関数および横速度相関関数を決定する変動速度

あり(25)式は乱流場の等方性の検証として利用することができる。また時間平均流速 $\bar{u}$ が測定点近傍で一様であれば、

$$r = \bar{u} \cdot \tau \quad \dots\dots(26)$$

が成り立つので、 $R_E(\tau)$ から $f(r)$ および $g(r)$ を知る事ができる。それらは(21)式および(22)式に対応して、

$$f(r) = \exp\left(-\frac{r}{A_f}\right) \quad \dots\dots(27)$$

$$f(r) = \exp\left(-\frac{\pi r^2}{4A_f^2}\right) \quad \dots\dots(28)$$

といった関数となる。ここで A_f は

$$A_f = \int_0^\infty f(r) dr \quad \dots\dots(29)$$

で定義される縦速度相関関数の integral space scale であり、乱流場の一つの空間的スケールを表わす。すなわち A_f が小さい程乱れが激しいことを意味する。 $g(r)$ についても同様に空間的スケールを定義することができる。乱流場の空間的スケールにはもう一つの定義の仕方があり、たとえば Fig. 15 に示すように縦速度相関関数では

$$\lambda_f = \left[-\frac{1}{2} \frac{\partial^2 f(r)}{\partial r^2} \Big|_{r=0} \right]^{-1/2} \quad \dots\dots(30)$$

で与えられる。横速度相関関数についても同様に定義でき、これらは dissipation space scale と名付けられている。ちなみに(28)式が成り立つ場合には、

$$\lambda_f = \frac{2}{\sqrt{\pi}} A_f \quad \dots\dots(31)$$

の関係がある。空間座標を固定したこれらの Euler 的特性値の他に乱流中での粒子運動を決定する上で不可欠な Lagrange 的特性値を知る必要がある。Lagrange 的

Fig. 15 縦速度相関関数の dissipation scale

変動速度を v' で表わすと、

$$R_L(\tau) = \frac{v'(t) \cdot v'(t+\tau)}{v'^2} \quad \dots\dots(32)$$

によって Lagrange 速度相関関数が定義され、時間的スケールとして

$$T_L = \int_0^\infty R_L(\tau) d\tau \quad \dots\dots(33)$$

も決定される。時間的スケールについては、 $R_E(\tau)$ とともに $R_L(\tau)$ について(30)式と同様にして dissipation time scale を定義できる。また乱れの Lagrange 的な一つの空間的スケールとして

$$A_L = \sqrt{v'^2} \cdot T_L \quad \dots\dots(34)$$

を考えれば、

$$\frac{A_L}{A_f} = 0.4 \quad \dots\dots(35)$$

の関係が成り立つことが実験ならびに数値解析によって明らかにされている¹⁹⁻²²⁾。したがって乱流場の局所的な拡散係数 D_t は

$$D_t = \overline{v'^2} \cdot T_L \quad \dots\dots(36)$$

である²³⁾から、Euler 的変動速度 $\overline{u'^2}$ が $\overline{v'^2}$ と等しいと考えれば、(34)式、(35)式および(36)式から

$$D_t = 0.4 \sqrt{\overline{u'^2}} \cdot A_f \quad \dots\dots(37)$$

を導くことができる。

6.2 エネルギーの伝達について

等方性乱流場のエネルギー伝達過程は

$$\frac{\partial E(\kappa, t)}{\partial t} = T(\kappa, t) - 2\nu\kappa^2 E(\kappa, t) \quad \dots\dots(38)$$

で記述される。すなわち波数 κ の渦の持つエネルギーの時間変化(左辺)は、慣性力の作用によって単位時間に波数 κ の渦へ運ばれてくるエネルギー(右辺第一項)と粘性の作用によって熱となって消散してしまうエネルギー(右辺第二項)によって表示されることを意味する。この $E(\kappa, t)$ は三次元エネルギースペクトル関数、 $T(\kappa, t)$ はエネルギー伝達関数と呼ばれる。または動粘性係数である。さらに等方性乱流場においては、運動エネルギーの時間変化を決定する方程式は

$$\frac{d}{dt} \int_0^\infty E(\kappa, t) d\kappa + 2\nu \int_0^\infty \kappa^2 E(\kappa, t) d\kappa = 0 \quad \dots\dots(39)$$

となることが知られている^{18, 19, 24)}。したがってエネルギー伝達関数は

$$\int_0^\infty T(\kappa, t) d\kappa = 0 \quad \dots\dots(40)$$

を満足しなければならない。すなわち $T(\kappa, t)$ は種々の波数間のエネルギーのやりとりによって、 $E(\kappa, t)$ を変化させるものの、全エネルギー

$$\int_0^\infty E(\kappa, t) d\kappa = \frac{3}{2} \overline{u'^2} \quad \dots\dots(41)$$

の時間変化には直接寄与しないことがわかる。また(39)式の右辺第二項は粘性消散エネルギーに相当する。

三次元エネルギースペクトル関数は縦速度相関関数から、

$$E(\kappa, t) = -\frac{\overline{u'^2}}{\pi} \int_0^\infty f(r, t) \kappa r \times (\sin \kappa r - \kappa r \cos \kappa r) dr \quad \dots\dots(42)$$

を用いて求めることができる。なお $f(r, t)$ は乱流場に定常なエネルギーの供給がない、減衰過程としてみたときの縦速度相関関数を意味する。通常は外部からエネルギーが供給されて、乱れの時間的・空間的スケールが着目した点において一定となるわけで、そのような乱流場については、 $E(\kappa, t)$ の代りに $E(\kappa)$ と書くことにする。ここで具体的にどの波数領域にエネルギーが保有され、また消散されているかを調べてみよう。いま縦速度相関関数として(28)式が成り立つことにすると、(42)式から

$$E(\kappa) = \frac{4\overline{u'^2}}{\pi^3} A_f^5 \kappa^4 \exp\left(-\frac{A_f^2 \kappa^2}{\pi}\right) \quad \dots\dots(43)$$

が得られる。 A_f をパラメタとして **Fig. 16** に三次元エネルギースペクトル関数を図示した。縦軸は $E(\kappa)$ を全エネルギー (41式) で除した値で示してあるが、 A_f が小さくなるにしたがって、すなわち乱れが強くなるにしたがってエネルギーは高波数領域に分布してゆく様子がわかる。また消散エネルギー密度を同様に図示すると **Fig. 17** のごとくなり、乱れの強さの増大とともにエネルギーを消散する波数域は、やはり高波数側へ広がってゆくことがわかる。消散エネルギー密度関数を全波数に

ついて積分すると、その乱流場の消散エネルギーが求まる。(28)式が成り立つ場合には消散エネルギー ε は、

$$\varepsilon = 2\nu \int_0^\infty \kappa^2 E(\kappa) d\kappa = \frac{15\pi\nu\overline{u'^2}}{2A_f^2} \quad \dots\dots(44)$$

で与えられる。

Fig. 16 三次元エネルギースペクトル関数

Fig. 17 消散エネルギー密度関数

以上述べたような乱流特性値の測定は、乱れの局所的統計的性質を解明する上で不可欠であり、従来からよく使用されている熱線あるいは熱フィルムを用いる方法^{19, 25~29)}、電解水素気泡^{30~33)}あるいは密度の小さい固体微粒子^{34, 35)}をトレーサとして、その挙動を高速カメラなどにより追跡する方法の他に最近では電極反応の結果発生する拡散電流を利用する方法^{36~39)}、レーザー光線のドップラー効果を利用する方法^{40, 41)}や、フォトダイオードアレイ（イメージセンサー）^{42, 43)}の活用などが試みられている。特にイメージセンサーはリニア型センサーとエリア型センサーがあり、エリア型センサーを2個用いることによって従来きわめて困難とされてきた乱れ速度の Lagrange 的測定が可能となったことは注目すべきである。しかしこれらの測定方法は乱流場の性質に応じて適当なものを選ぶべきであり、一つ一つの詳細な解説は参考文献を見ていただくことにし、ここでは立ち入らないことにする。

7. 乱流場での固体粒子の運動

7.1 単一粒子の乱流運動

乱流中の単一球状粒子の運動方程式は一般に次式で与えられる^{44, 45)}。

$$\begin{aligned} & \frac{\pi}{6} \rho_p d_p^3 \frac{du_p}{dt} \\ &= C_D \cdot \frac{\pi}{4} d_p^2 \cdot \frac{1}{2} \rho_l (u_l - u_p) |u_l - u_p| \\ & - \frac{\pi}{6} d_p^3 \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\pi}{12} \rho_l d_p^3 \left(\frac{du_l}{dt} - \frac{du_p}{dt} \right) \\ & + \frac{3}{2} d_p^2 \sqrt{\pi \rho_l \mu_l} \int_{t_0}^t \frac{(du_l/dt' - du_p/dt')}{\sqrt{t-t'}} dt' \\ & + F_e \end{aligned} \quad \dots\dots(45)$$

ここで u_p , u_l は粒子および流体の速度, d_p は粒子径, C_D は抵抗係数, p は粒子まわりの圧力, x は距離, ρ_p , ρ_l は粒子密度および流体密度, μ_l は流体の粘性係数, t_0 は粒子運動の出発時間そして F_e は外力を表わす。

45式の右辺第一項は流体抗力, 第二項は圧力, 第三項は見かけ質量の加速に要する力, 第四項は粒子を流体の流れに引き戻すための力で Basset 項と呼ばれる。充分時間が経った後の粒子運動を考慮するときには $t_0 = -\infty$ としてよい。また最終項は重力, 浮力あるいは遠心力などの外力を表わす。

いままとも簡単な場合として, 流体抗力には Stokes の式すなわち抗力 F_D について,

$$F_D = 3\pi \mu_l d_p (u_l - u_p) \quad \dots\dots(46)$$

が当てはまり, 圧力項については,

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_l \frac{du_l}{dt} \quad \dots\dots(47)$$

が成り立つとする^{46, 47)}。また Basset 項は無視できるとする。これらの条件は乱れが弱く, 乱れの空間的スケールに比して粒子径が充分小さい場合に成り立つと考えてよい。外力項は重力と浮力から成り立っているような流速の関数でない場合をまずとりあげる。45式を46式と47式を考慮して, 粒子および流体の変動速度 u_p' および u_l' (これらは Lagrange 的量である) のみについて書くと,

$$\frac{du_p'}{dt} + Au_p' = Au_l' + B \frac{du_l'}{dt} \quad \dots\dots(48)$$

が得られる。ここで

$$A = \frac{36\mu_l}{(2\rho_p + \rho_l)d_p^2}, \quad B = \frac{3\rho_l}{2\rho_p + \rho_l} \quad \dots\dots(49)$$

である。48式は不規則関数のスペクトル理論を用いると簡単に解ける。48式の右辺を,

$$Au_l' + B \frac{du_l'}{dt} = X(t) \quad \dots\dots(50)$$

とおけば, $X(t)$ のスペクトル密度 $S_X(\omega)$ は,

$$S_X(\omega) = \{A^2 + (B\omega)^2\} \cdot S_{u_l'}(\omega) \quad \dots\dots(51)$$

で与えられる。ここで $S_{u_l'}(\omega)$ は u_l' のスペクトル密度を表わす。同様に u_p' のスペクトル密度 $S_{u_p'}(\omega)$ は

$$\begin{aligned} S_{u_p'}(\omega) &= \frac{S_X(\omega)}{A^2 + \omega^2} \\ &= \frac{\{A^2 + (B\omega)^2\}}{A^2 + \omega^2} \cdot S_{u_l'}(\omega) \end{aligned} \quad \dots\dots(52)$$

から求まる。いま等方性乱流場の Lagrange 速度相関関数が縦速度相関関数と同じ関数形である¹⁹⁾と仮定し, 52式に対応して

$$R_{L,l}(\tau) = \exp\left(-\frac{\pi \tau^2}{4T_{L,l}^2}\right) \quad \dots\dots(53)$$

を考える。ここで $R_{L,l}(\tau)$ は流体の Lagrange 速度相関関数, $T_{L,l}$ はその integral time scale を表わす。そうすると,

$$\begin{aligned} S_{u_l'}(\omega) &= \frac{\overline{u_l'^2}}{\pi} \int_0^\infty R_{L,l}(\tau) \cos \omega \tau d\tau \\ &= \frac{\overline{u_l'^2} T_{L,l}}{\pi} \exp\left(-\frac{T_{L,l}^2 \omega^2}{\pi}\right) \end{aligned} \quad \dots\dots(54)$$

となり, 52式から $S_{u_p'}(\omega)$ が求まり逆フーリエ変換すると粒子の Lagrange 速度相関関数が得られる。

Fig. 18 に一例として, $T_{L,l} = 10$ m sec の場合の粒子運動を $\mu_l = 0.01$ g/cm sec, $\rho_l = 1$ g/cm³, $\rho_p = 2.5$ g/cm³, $d_p = 100\mu$ について, スペクトル密度の形で流体の運動と比較した結果を示した。この程度の条件では流体と粒子の運動がきわめて類似していることがわかる。

次にサイクロンを例にとり流体の変動によって粒子に

作用する外力が変動する場合の粒子運動を考えてみる。
 その場合には(48式)の代りに

$$\frac{du_p'}{dt} + Au_p' = Cu_i' + Du_i'^2 + B \frac{du_i'}{dt} \quad \dots\dots(55)$$

が得られる。ここで

$$C = \frac{4 \left\{ 9\mu + (\rho_p - \rho_i) d_p^2 \left(\frac{\bar{u}}{r} \right) \right\}}{(2\rho_p + \rho_i) d_p^2} \quad \dots\dots(56)$$

$$D = \frac{2(\rho_p - \rho_i) \left(\frac{1}{r} \right)}{2\rho_p + \rho_i}$$

Fig. 18 単一粒子と流体の乱流運動のスペクトル密度

Fig. 19 単一粒子の粒子径と粒子の変動速度の関係
 ($\rho_p = 2.5 \text{ g/cm}^3$, $\mu_i = 0.01 \text{ g/cm} \cdot \text{sec}$)

である。また r はサイクロン中心からの距離、 $\bar{u}$ はその点での平均の切線方向速度を表わす。(55式)は(48式)のように簡単には解けないが、各項のオーダーを考慮することによって解を得ることができる。この具体例については後に‘分級過程のマイクロプロセス’の章で述べることにする。

なお(45式)において(46式)、(47式)および Basset 項の存在を認め、外力が流速の影響を受けない場合の解^{19, 48)}も得られており、数値計算の結果だけを図示しておく。

Fig. 19 は(53式)が成り立つときの粒子運動の変動速度の二乗平均と流体のそれとの比を粒子径の関数として示したもので、 $T_{L,i}$ をパラメタにとってある。粒径が増大するにつれ、また乱れが強くなる($T_{L,i}$ が小さくなる)につれて粒子は流体より遅れて運動する様子が読みとれる。なお破線は Basset 項を無視した結果を示す。

Fig. 20 はやはり(53式)を仮定したときの粒子の Lagrange 速度相関関数を示したもので、 d_p および $T_{L,i}$ をパラメタにとってある。関数形は流体と粒子とも類似しているが、流体に比して粒子は粒径が増大するにつれて乱れの時間的スケールが大きくなってゆくことがわかる。

7.2 粒子群の乱流運動

	$d_p(\mu)$	$T_{L,i}(\text{msec})$
1	200	20
	100	20
	0	20
2	200	10
	100	10
	0	10
3	200	5
	100	5
	0	5

Fig. 20 単一粒子の Lagrange の速度相関関数
 ($\rho_p = 2.5 \text{ g/cm}^3$, $\mu_i = 0.01 \text{ g/cm} \cdot \text{sec}$)

	$\rho_p(\text{g/cm}^3)$	$d_p(\mu)$	$T_{L,i}(\text{msec})$
1	2.5	100	10
2	2.5	100	5
3	2.5	200	10
4	2.5	200	5
5	3.5	100	10
6	3.5	100	5
7	3.5	200	10
8	3.5	200	5

Fig. 21 粒子濃度と粒子の変動速度の関係

単一粒子の乱流運動を粒子群の乱流運動に拡張することを考えてみる⁴⁹⁾。ただし粒子群は単分散系で外力は流速の影響を受けないものとする。そこでまず流体抗力に、Steinourの実験式⁵⁰⁾を導入すると抗力 $F_{D,m}$ は、

$$F_{D,m} = 3\pi d_p \mu_l (u_l - u_p) / \exp(-4.19\Omega_v) \quad \dots\dots(57)$$

で与えることができる。ここで Ω_v は粒子の体積濃度を表わす。粒子まわりの圧力勾配はその記述がきわめて困難であるが便宜的に、流体の見かけ密度を用いて(47)式と同形が成り立つことを仮定する。すなわち圧力 p_m 、見かけ密度 ρ_m として

$$\frac{\partial p_m}{\partial r} = -\rho_m \frac{du_l}{dt} \quad \dots\dots(58)$$

であるとする。ここで

$$\rho_m = \rho_l(1 - \Omega_v) + \rho_p \Omega_v \quad \dots\dots(59)$$

が成り立つ。また流体の粘性係数 μ_m についてはBrinkmanの式

$$\mu_m = \mu_l(1 - \Omega_v)^{-2.5} \quad \dots\dots(60)$$

を適用することにする。そうすると単一粒子の場合と同様に粒子濃度の関数として粒子運動方程式を解くことができる。その結果の一例をFig. 21に示す。図は粒子の体積濃度が粒子群の変動速度に与える影響を示したもので、粒子密度、粒子径および $T_{L,i}$ をパラメタにとってある。粒子密度や粒子径あるいは $T_{L,i}$ が変化しても粒子濃度の増大とともに粒子の運動は流体の運動に近づいてゆく様子がわかる。また粒子群のLagrange速度相関関数は、 $T_{L,i}$ が一定のとき粒子濃度の増大とともに流体の関数に近似してくることも導くことができる⁴⁹⁾。

しかし粒子群の運動方程式はここでとりあげた単分散系についても十分な解が得られているとは必ずしもいえず、まして多分散系の乱流運動については今後の研究課題として残されるところであろう。(7号につづく)

参 考 文 献

- Batchelor, G.K.: Kolmogoroff's theory of locally isotropic turbulence, *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 43, 533 (1947)
- Monin, A.S. and A.M. Yagrom: Statistical fluid mechanics: *Mechanics of turbulence*, 2, MIT Press, Cambridge, 1, 337
- Hinze, J.O.: Turbulence, 2nd ed., McGRAW-HILL, New York, 175, 358, 83 (1975)
- Saffman, P.G.: An approximate calculation of the Lagragian auto-correlation coefficient for stationary homogeneous turbulence, *Appl. Sci. Res. A*, 11, 245 (1963)
- Snyder, W.H. and J.L. Lumley: Some measurements of particle velocity autocorrelation functions in turbulent flow, *J. Fluid Mech.*, 48, 41 (1971)
- 岡本幸道; 西川正史, 松田一秀, 橋本健治: 攪拌槽における乱流拡散係数の測定, 化学工学論文集, 4, 355 (1978)
- Taylor, G.I.: Statistical theory of turbulence, *Proc. Roy. Soc. London, A*, 151, 421 (1935)
- 巽友正: 乱流, 槇書店, 79 (1964)
- Laufer, J.: The structure of turbulence in fully developed pipe flow, NACA Report 1174, 1954
- Resch, F.J.: Hot-film measurements in water flow, Journal of the Hydraulics Division, *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, 96, 787 (1970)
- Maier, P.: Turbulenzmessungen an isothermen Drallfreistrahlen, *Forsch. Ing. Wes.*, Bd. 35, 101 (1967)
- Stegen, G.R. and C.W. Van Atta: A technique for phase speed measurements in turbulent flow, *J. Fluid Mech.* 42, 689 (1970)
- 喜多義範, 日景伸夫, 広瀬幸治: X形熱線流速計による流れの計測法についての一考察, 日本機械学会論文集(B編), 45, 437 (1979)
- 岡本芳三, 花輪寿一, 亀岡利行: 水素気泡法による管内流の観測について, 日本機械学会論文集, 37, 305 (1971)
- Rollin, A. and F.A. Seyer: Velocity measurements in turbulent flow of viscoelastic solution, *Can. J.*

- Chem. Eng.*, 50, 714 (1982)
- 32) 熊谷輝雄：電解発生気泡の追跡による流速測定法について，日本機械学会講演論文集 No.216, 45 (1969)
 - 33) Weinberg, S. L. and W.H. Heiser: Use of hydrogen bubble technique in observing unsteady boundary layers, Preprints, Symposium on unsteady flow at the fluids engineering conf., Philadelphia (1968)
 - 34) 久保井亮一，駒沢勲，大竹伝雄：乱流中における微小粒子の挙動，化学工学協会第5回秋季大会研究発表講演要旨集，399 (1971)
 - 35) Komazawa, I., R. Kuboi and T. Otake: Fluid and particle motion in turbulent dispersion-I, *Chem. Eng. Sci.*, 29, 641 (1974)
 - 36) 水科篤郎，伊藤龍象，平岡節郎，田中稔，藤本浩波：攪拌槽内の流動状態，化学工学，35, 471 (1971)
 - 37) 伊藤四郎，漆山祥司：三次元液流の測定，化学工学，32, 267 (1968)
 - 38) Mizushima, T.: The electrochemical method in transport phenomena, *Advance Heat Transfer*, 7, 87 (1971)
 - 39) 伊藤四郎，小川浩平，湯原利夫：液流速測定用円柱電極プローブの特性，化学工学，37, 698 (1973)
 - 40) 小橋安次郎：レーザによる流速の測定，日本機械学会誌，77, 297 (1974)
 - 41) 中谷登，山田朝次：レーザ・ドップラ流速計とその応用，日本機械学会誌，81, 650 (1978)
 - 42) 上野満雄，斉藤良一，大島伸夫：イメージセンサを用いた液流速測定法，化学工学論文集，4, 588 (1978)
 - 43) 上野満雄，本吉孝正，白坂富美夫，若林俊克：イメージセンサを用いた液流速のラグランジュ測定法，化学工学論文集，6, 105 (1980)
 - 44) Soo, S. L.: Fluid dynamics of multiphase systems, Blaisdell, Waltham, 15 (1967)
 - 45) Chao, B.T.: Turbulent transport behavior of small particles in dilute suspension, *Osterreichisches Ingenieur-Archiv.*, 18, 7 (1964)
 - 46) Corrsin, S. and J. Lumley: On the equation of motion for a particle in turbulent fluid, *Appl. Sci. Res.*, A, 6, 114 (1956)
 - 47) Hinze, J.O.: Turbulence, McGRAW-HILL, New York, 275 (1959)
 - 48) Levins, D.M. and J.R. Glastonbury: Particle-liquid hydrodynamics and mass transfer in a stirred vessel Part I- Particle-liquid motion, *Trans. Inst. Chem. Engrs*, 50, 32 (1972)
 - 49) 野中道郎，井上外志雄，今泉常正：浮選セル中の乱流変動速度および速度相関について，日本鉱業会誌，92, 549(1976)
 - 50) Steinour, H.H.: Rate of sedimentation, *Ind. Eng. Chem.*, 36, 618 (1944)

京の四季シリーズ 5

小町寺（京都市左京区静海市原1140）

山寺の境内で，老女が一人庭を掃く。
 隅めるほどの文をもらい，深草の少将に百夜通い^{ももよがよ}をさせんとした古之の絶世の美女もしゃれこうべにすすきを生やして土に帰っていった。（ふと粉の学問が進歩すれば再び美女に会えるかも知れないなどと夢想してみた。）夢よりもはかなきものは…。小野小町を供養して，小町寺は今日もぼつねん人の住む世を眺めている。小野小町ほど後世の人々の想像を逞しくさせ，日本各地に伝説をうんだ女性は少なからう。小町寺の伝説も，真偽のほどはと思いつつ，心はいつしか宙を舞う。それにしても，若かりし頃の艶っぽいあで姿より，末期のあわればかり浮んでくるのは，あたりの静けさ故であらうか。小暗き境内に白い沈頂花は香ることを忘れ，山の彼方に思いを馳せる。

(F. O)