モデルビンの壁圧*

(第1報 充てん速度と静止壁圧)

八尋隆道**, 早野延男***
上滝具貞**** J. C. Williams

Model Bin Loads
(1) The Effect of Rates of Charge on Static Wall Pressure
by
Takamichi YAHIRO†, Nobuo HAYANO††
Tomosada JOTAKI††† and J. C. WILLIAMS††††

Abstract

The problems of predicting the bulk density and the principal stress direction in a high-rate charge from a high position, which is one of the latest methods, are investigated experimentally. The results obtained show that the effects of rate of charge on the static wall pressures in a vertically-sided silo are not very large, but that in the convergent hopper they are sufficiently large to be taken into account for design purposes.

Different stress states in the convergent hopper of previous works have been proposed in the theoretical prediction based on the measurements of wall pressure. That is the major principal stress direction with cohesionless bulk solids, 2ϵ , attains to be zero deg. in the high-rate charge, which is vertical to the hopper wall.

1. 緒言

粉粒体貯槽壁圧に関する実験および理論は多数報告されている¹⁻¹²⁾が、Janssen式が平行壁部（以下平行部と略記）静止壁圧記述式として有効であることは、大方の認めるところである。ホッパに関する既往の理

論は、理論と実験の一致が十分であるとはいえない。この不一致は、投入時の衝撃荷重に伴う主応力線方向およびカサ密度変動の効果が全く考慮されていないことに因ると考えられる。粉粒体取り扱いの難しさは、同じ充てん状態を再現することが困難なことであり、したがって、貯槽壁圧を予測する際にとりうる可能な充てん状態について、一つ一つ検証することが必要と考えられる。粗粒子では、貯槽壁圧におよぼす最大影響因子は充てん方法である。粗粒子の充てん速度とカサ密度の関係については2,3の報告がみられる^{13,14)}が、速度を広範囲に変えて壁圧を測定した報告は見あたらない。

本報は、粗粒子を容器中央から集中的に速度を変えて投入した際に生じる静壁圧について報告したものである。貯槽壁圧は、充てん速度により異なる分布を示した。投入時の衝撃荷重の影響は平行部では小さいが、ホッパ部では無視できないほど大きかった。平行部では主応力線方向変動の効果はホッパ部に比べて小さい

昭和60年6月10日受付

* 粉体工学会秋期研究発表会にて(1982.11 東京)

** 大分大学教育学部技術科(〒870-11 大分市旦野原700)
TEL 0975-69-3311 内 372

*** 山口大学工学部生産機械工学科(〒755 宇部市常盤台)

**** 九州共立大学工学部

(〒807 北九州市八幡西区折尾自由ヶ丘1-8)

† Technical Education School, Oita University, Oita 870-11

†† Department of Industrial Mechanical Engineering,
Yamaguchi University, Yamaguchi 755

††† Department of Mechanical Engineering, Kyushukyō-
ritsu University, Fukuoka 807

†††† School of Powder Technology, University of Brad-
ford

ので、とりうる最大かさ密度について検討し、ホッパ部ではかさ密度と主応力線方向の充てん速度依存性について検討した。また、既往の実験と比較して、高速度充てん時にとりうる最大壁圧について考察した。

2. 実験装置および方法

2.1 実験装置

Fig. 1 に装置の概要を示す。充てん状態および流動状態を直接観測可能なように、材料にアクリル樹脂を用い、ロードセルダイヤフラム面と壁面の一致を考慮して、二次元モデルとした。二次元貯槽への Janssen 型理論の適用は式の変形から可能であるので、モデルをできるだけ小型化するため幅、奥行比 (R) を 2 にとるとともに、流動状態を完全マスフローとするため、ホッパ半頂角を 10 deg. とした。貯槽壁平行度の影響が無視できないことから、平行度についても配慮し、平行部頂部と脚部の幅、奥行とも寸法差 0.25 mm 以内におさめてある。ロードセルはダイヤフラム径 20 mm の集中荷重型で、壁面への装着はねじ込み方式を採用し、内壁面とダイヤフラム面の一致には特別の配慮が加えられている。セル設置位置は **Fig. 1** のとおりである。壁圧測定系はセル出力を一たん直流アンプで増幅後、データログに記録し、オフラインで電算機処理し

Fig. 1 Schematic apparatus used in this experiment

Table 1 Characteristics of Silica Sand

Mean size, μm	Bulk density, kg/m^3	True density, kg/m^3	Effective angle of int. friction, deg.	Effective angle of wall friction, deg.
250	1460	2560	37	21

Fig. 2 Characteristic curve in compression of silica sand

た。

2.2 実験材料

実験材料には、非凝集性粉粒体で、物性値が安定している珪砂を用いた。主な物性値を **Table 1** に示す。ピストン・シリンダ型圧縮装置で測定した圧縮特性は **Fig. 2** のようになり、JIS の方法で求めたかさ密度 τ_0 で整理した特性式は **Fig. 2**, Eqs.(i), (ii) となる。

2.3 実験方法

実験装置が二次元のため、実験材料は供給用ホッパに静置後、矩形オリフィスを介して重力落下により供給される。充てん速度はオリフィス幅を調整すること

Table 2 List of rates of charge in the experiments

No.	CHR, mm/s	m ³ /h	No.	CHR, mm/s	m ³ /h
1S	10	0.72	10H	10	0.72
2S	20	1.44	11H	50	3.8
3S	40	3.0	12H	80	5.8
4S	50	3.8	13H	130	9.4
5S	80	5.8	14H	160	11.4
6S	130	9.4	15H	200	14.5
7S	160	11.5	16H	300	21.6
8S	200	14.5			
9S	300	21.6			

S: portion of silo H: hopper portion

によって変え、平行部粉面上昇速度mm/sで代表し、
 充てん速度CHR 300の要領で表わした。実験材料の
 落下距離はホッパ遷移面で約1.5mである。実験番号
 と条件をTable 2に示した。

3. 実験結果と考察

3.1 鎮静壁圧

充てん直後に測定した初期壁圧(以下初期圧と略記)
 は数分後に定常な鎮静壁圧(以下静壁圧と略記)に達す
 るが、概して低速度充てん(CHR 130 以下)では平行部
 部、ホッパ部とも初期圧は静壁圧より小さい値を示し、
 静壁圧まで増大する。高速度充てん(CHR 160 以上)
 では逆に、大きな初期圧を示し、静壁圧まで減少する。
Fig. 3は局部架橋現象が消滅したCHR 130 とCHR
 300の初期圧と静壁圧の関係を示したものである。

3.2 充てん速度と静壁圧

Fig. 4は実験結果を充てん速度別に整理したもので
 ある。低速度充てん(CHR 80 以下)では平行部に局
 所架橋点が発生し、一様な壁圧分布とはならない。局
 所架橋点上部では受働応力状態、下部では主働応力状
 態にあると考えられるので、低速度充てんによる平行

Fig. 3 Typical profiles of initial and settling wall pressures
 (1) CHR 130 (2) CHR 300

Fig. 4 Typical profiles of static wall pressures at various rates of charge that are changed from low to high speeds
 (1) CHR 10 (2) CHR 80 (3) CHR 130 (4) CHR 200 (5) CHR 300

部は、高さ方向に受働、主働応力状態が交互に混在した充てん構造とみられる。架橋点のピーク壁圧値が Janssen の受働理論値と、架橋点谷間の壁圧値が同じく主働理論値と夫々略々一致していることから理解できる。

高速度充てん (CHR 130 以上) では、CHR 80 以下でみられた局所架橋現象は完全に消滅し、一様な分布を示すことより、主・受働応力状態混在構造から主働単一応力状態に変化していると考えられ、移行する充てん速度が CHR 130 付近にあることがわかる。CHR 130 を境に、より高速充てんでは平行部、ホッパ部とも壁圧が増大する。これらの現象は投入時の衝撃荷重による圧縮の効果に因るものと考えられる。CHR 80 以下の混在構造では、ホッパ遷移部直下で確実に受働応力状態となり、L 字型すなわち不連続壁圧分布を示すのが特徴である。

3.3 主応力線方向および平均カサ密度の算定

主、受働応力状態混在構造から主働単一応力状態へ移行後の初期圧、静壁圧の関係は Fig. 3 に示すとおり、低速度と高速度では全く逆の関係を示す。この現象は低速度充てん (CHR 130 以下) の押詰り、高速度充てん (CHR 160 以上) の押固め過程の主応力線方向およびカサ密度の変動に起因するものと考えられる。本報に用いた珪砂の圧縮特性は、Fig. 2, Eqs. (i), (ii) で近似が可能であり、R. E. Clower らの報告¹⁵⁾と傾向が一致している。A. W. Jenike¹⁶⁾は放物線を、S. C. Cowin¹⁷⁾は直線を圧縮特性式として採用している。どちらを使用するかは圧縮の程度によるが、低圧縮状態では Eq. (i) で示すことができる。Eq. (i) を、圧縮に有効な外圧の大きさを表わす係数 ξ を用いて書き変えたものが Eq. (1) である。ここで r は無圧縮時カサ密度 (本報では 1.016 γ_0)、 ζ は粉体固有の物性値 (本報珪砂では $\zeta = 0.00285$)、 ξ は $\xi = (1 + P_{ext}/P)^\zeta$ と示される係数である。 P_{ext} は有効な圧縮外圧を示し、 P_{ext} が無視できるときは、 $\xi = 1.0$ となり Eq. (i) となる。

粉粒体圧縮時のカサ密度と貯槽壁面主応力線方向の関係は圧縮性の大小により異なる。すなわち、圧縮性が小さい粉粒体では主応力線方向変動の大きさに比し、カサ密度変動は小さく、主応力線方向変動の効果だけを考慮すればよく、逆に圧縮性が大きい粉粒体では、カサ密度変動の効果のみを考慮すればよいと考えられる。

Janssen 型既往の理論は平行部、ホッパ部とも、統一した一つの形に整理が可能である。 ξ は P の関数であり、圧縮性を考慮した微分方程式は厳密には非線形

となり、式の取り扱いが面倒となる。 ξ を充てん速度に依存した定数として取り扱うことにより、圧縮性を考慮した Janssen 型統一式は、ベルヌイ型微分方程式となり、Eqs. (2), (3) のように解ける。壁圧 P_0 と平均、あるいは壁近傍垂直圧 P の比はモール円の幾何学的関係から、Eqs. (4), (5) となる。

$$\tau_c = r \xi P^\zeta \quad (1)$$

$$P = \left[\frac{r \xi}{C_1} (1 - e^{-c_1(1-\zeta)y}) + P_0^{(1-\zeta)} e^{-c_1(1-\zeta)y} \right]^{\frac{1}{1-\zeta}} \quad (2)$$

$$P = \left[\tau H \xi (1 - \zeta) y^{i(1-\zeta)c_2} e^{(1-\zeta)c_3 y} \int_1^y y^{-i(1-\zeta)c_2} e^{-(1-\zeta)c_3 y} dy + P_0^{(1-\zeta)} y^{i(1-\zeta)c_2} e^{(1-\zeta)c_3(1-y)} \right]^{\frac{1}{1-\zeta}} \quad (3)$$

$$P_{ws} = \frac{1 + \sin \delta \cos 2\epsilon}{1 - \sin \delta \cos 2\epsilon} \cdot D_s P \quad (4)$$

$$P_{wh} = \frac{1 + \sin \delta \cos 2\epsilon}{1 - \sin \delta \cos 2(\alpha + \epsilon)} \cdot D_H P \quad (5)$$

$$c_1 = \frac{1 + \sin \delta \cos 2\epsilon}{1 - \sin \delta \cos 2\epsilon} \cdot \frac{(\tan \phi) D_s}{m}$$

$$c_2 = \frac{\sin \delta \sin 2(\alpha + \epsilon)}{1 - \sin \delta \cos 2(\alpha + \epsilon)} \cdot \frac{D_H}{\tan \alpha}$$

$$c_3 = \frac{1 + \sin \delta \cos 2\epsilon}{1 - \sin \delta \cos 2\epsilon} \cdot \frac{D_s}{R \tan \alpha}$$

D_s , D_H は平行部、ホッパ部の応力分布関数を表わし、最終的に ϵ と δ の関数に整理される。

Eqs. (2), (3) において、 $\zeta = 0$ (圧縮性を無視) とおくことにより、既往の Janssen 型一般式となる。Eq. (3) において指数 $c_3 = 0$, $i = 2$ とおけば逆円錐およびピラミッド型ホッパに、 $c_3 = 0$, $i = 1$ とおけば長いくさび型ホッパに、 $c_3 \neq 0$, $i = 1$ とおけば二次元ホッパに各々使用される。既往の Janssen 型理論式は、提案者により、一般式における主応力線方向のとり方が異なる。青木²⁾は $2(\alpha + \epsilon) = 180 \text{ deg.}$, Walker¹⁸⁾, Walters¹⁷⁾は $2\epsilon = 90 + \phi + \arccos [\sin \phi / \sin \delta]$ [deg.] を提案している。

次いで Eqs. (2), (3), (4), (5) と壁圧測定値から最小二乗法で主応力線方向およびカサ密度を算定し、充てん速度が静壁圧におよぼす効果について検討を加えた。

(a) 平行部 平行部最大主応力線方向はモール円上 0 から 180 deg. の間に存在し、CHR 80 以下では受・主働混在構造であるため、そのばらつきが大きいと考えられる。平行部主応力線方向が壁圧におよぼす効果はホッパに比し小さいので、基準応力状態 (圧縮、

膨張後)を Janssen の主動状態($2\varepsilon = 180 \text{ deg.}$)にとり、実験結果と Eqs. (2), (4)から最小二乗法で ξ を計算し、Eq. (1)からカサ密度を算定した結果を Table 3, Fig. 5 に示す。CHR 80 以下では混在応力状態であるため、カサ密度の算定精度が CHR 130 以上に比し劣ると考えられるが、 ξ を算出する際に壁圧の変動部分は平均化されるので、それほど大きな誤差とはならない。

(b) ホッパ部 主応力線方向が壁圧におよぼす効果は、ホッパ部では平行部に比しはるかに大きいので、充てん速度が主応力線方向の変動におよぼす効果を検討した。また壁面に対する主応力線方向の減少は同時にカサ密度の増加をもたらすので、カサ密度についても検討した。

本実験に用いた硅砂は圧縮性が小さい。 $\zeta = 0$ (カサ密度の増加を無視)とおいた Eqs. (3), (5)と実験値から最小二乗法で主応力線方向 2ε を求めた結果が、

Table 3 Bulk densities predicted from wall pressures and compressibility in vertically-sided silo

No.	CHR	ξ	τ_{cal}	τ_{cal}/τ_o
1S	10	1.17	1.75	1.198
2S	20	1.16	1.74	1.189
3S	40	1.13	1.70	1.164
4S	50	1.09	1.60	1.095
5S	80	1.20	1.79	1.226
6S	130	0.79	1.18	0.811
7S	160	0.88	1.32	0.904
8S	200	0.96	1.44	0.986
9S	300	1.07	1.61	1.099

Fig. 5 Relations between rates of charge and ξ in silo, and 2ε , viz. the principal stress directions at $\tau = 1460 \text{ kg/m}^3$ or ξ at $2(\alpha + \varepsilon) = 90 \text{ deg.}$ in hopper

Table 4 と Fig. 5 である。これらの結果が示す如く、ビンーホッパ系では、ビン頂部から粉粒体を投入する際の衝撃的荷重のためホッパ部では圧縮応力状態であり、ホッパ壁面最大主応力線方向は充てん速度の増大とともに、壁面に垂直な方向に回転し、本実験では同方向から略々 $40 - 24 \text{ deg.}$ にある。これは若林²⁰⁾の光弾性実験の結果ともよく一致する。

O. Molerus²¹⁾は圧縮限界応力状態をモール円上 90 deg としており、ホッパ部カサ密度の増大が考えられる。圧縮完了後、最大主応力線方向が圧縮限界応力状態($2\alpha + 2\varepsilon = 90 \text{ deg.}$)に戻ると仮定して、実験値と Eq. (3)から ξ を求め、Eq. (1)からカサ密度を算出した

Table 4 Principal stress directions and bulk densities predicted from wall pressures and compressibility in convergent hopper

No.	CHR	$2(\alpha + \varepsilon)$	ξ	τ_{cal}	τ_{cal}/τ_o
11H	50	100.5	0.89	1.33	0.911
12H	80	90.0	0.99	1.48	1.014
13H	130	88.5	1.01	1.51	1.034
14H	160	86.6	1.03	1.54	1.055
15H	200	80.7	1.11	1.66	1.137
16H	300	66.7	1.22	1.99	1.363

Fig. 6 Theoretical predictions of wall pressures in vertically-sided silo and experimental results at CHR 300

Fig. 7 Theoretical predictions of wall pressures in hopper and experimental results at rate of charge CHR 300

結果を同じく、Table 4 と Fig. 5 に示した。

Fig. 6, 7 は本実験中最大充てん速度である CHR 300 の平行部、ホッパ部壁圧計算結果と実験結果を、代表的既往の理論とともに示した。Fig. 7 には、 D_H の効果を示すため、圧縮限界応力状態 ($2\alpha + 2\epsilon = 90 \text{ deg.}$) の D_H を考慮した壁圧の計算結果と、 $D_H = 1.0$ といった壁圧の計算結果も同時に示した。

主応力線方向の変動のみを考慮した壁圧の計算結果と、主応力線方向を限界応力状態にとりかさ密度の増加を考慮した壁圧の計算結果は、実験値とホッパ深部において差が大きくなる。これは圧縮完了後、すなわち、かさ密度増加後、最大主応力線方向が限界応力状態に戻るとした仮定が不十分であり、実際には圧縮完了後、最大主応力線方向はモール円上 $0 < 2\epsilon < 90 \text{ deg.}$ にあることを示すと考えられる。

3.4 既往の実験との比較

フルサイズとモデルの実験結果を比較するため、砂と PVC-Y を用いた D. V. Zanten¹⁰⁾ らおよび石炭を用いた村田ら²²⁾ の実験について検討した。ホッパ壁圧の最大実験値のみを用いて、本実験と同様の手法で 2ϵ を求め、Eqs.(3), (5) から算出したホッパ壁圧と用いた最大壁圧実験値を、本実験と比較するため無次元化して Fig. 8 に示した。Zanten らの実験結果は、最大主応力線方向が壁面に略々垂直 ($2\epsilon \approx 0$) であることを示し

Fig. 8 Comparison between theoretical predictions and experimental results in full-size bin-hopper system and the model as nondimensional pressures

ている。村田らのそれは、計算結果と全く一致しない。この不一致は、石炭が他の材料に比し圧縮性が大きく、充てん時のかさ密度が大幅に増大することに起因すると考えられる。

4. 結 言

二次元モデルの容器中央から、充てん速度を変えて硅砂を充てんしたときの貯槽壁圧の測定結果から、非凝集性粉粒体貯蔵時の静壁圧について、既往の報告ではみられない以下の結論をえた。

(1) 局所架橋現象が消滅する高速度充てんでは、応力状態は既往の理論とは異なって圧縮応力状態にあり、最大主応力線方向はホッパ壁面と垂直 ($2\epsilon = 0 \text{ deg.}$) な方向から 45 deg. ($2\epsilon = 90 \text{ deg.}$) の範囲に存在する。フルサイズのホッパでは、壁面と垂直に達する。

(2) 主・受働応力状態混在構造から主働単一構造に移行後の平行部衝撃荷重によるかさ密度の増加は、1.2 倍以下である。(Fig. 6, Table 3)

(3) 主・受働混在構造から主働単一構造への移行時に、かさ密度が減少する粗な充てん構造が生じる。この構造では、かさ密度は非圧縮時の約 0.8 倍となる。(Table 3)

Nomenclature

c_1	: constant to be adopted in Eq.(2)	$[m^{-1}]$		of hopper	$[m]$
c_2, c_3	: constants to be adopted in Eq.(3)	$[-]$	y	: nondimensional height from apex in hopper(=Y/H)	$[-]$
D_s, D_H	: distribution factors proposed by Walker, Aoki and Walters	$[-]$	α	: half of apex angle	$[deg.]$
H	: full height of hopper	$[m]$	r, r_o, r_c	: bulk density in general expression, bulk densities with no compression and compression	$[kN \cdot m^{-3}]$
i	: index to be selected when hopper shapes are decided		δ	: effective angle of internal friction	$[deg.]$
	$i = 1$ wedge and two dimensional hoppers		ϵ	: angle between the major principal stress and the normal to the wall	$[deg.]$
	$i = 2$ conical and pyramidal hoppers	$[-]$	ζ	: characteristic constant of bulk solid in Eq.(1)	$[-]$
m	: hydraulic mean depth	$[m]$	ξ	: effective external coefficient for impactive compression in Eq.(1)	$[-]$
P, P_o, P_w	: vertical, surcharge and normal wall pressures	$[kN \cdot m^{-2}]$	ϕ	: effective angle of wall friction	$[deg.]$
R	: ratio of width to depth in two dimensional hopper	$[-]$			
Y	: any depth from top of silo and any height				

References

- 1) Jenike, A. W. : "Bul. No. 108, Utah Engng. Exp. Station", University of Utah(1961)
- 2) Aoki, R. and H. Tsunakawa : *J. Chem. Engng., Japan*, **2**, 126(1969)
- 3) Deutsch, G. P. and L. C. Schmid : *Trans. ASME.*, May, 450(1969)
- 4) Sugita, M. : *J. Res. Powder Technol., Japan*, **7**, 513 (1970)
- 5) Sugita, M. : *J. Res. Powder Technol., Japan*, **7**, 521 (1970)
- 6) Jenike, A. W., J. R. Johanson and J. W. Carson : *Trans. ASME. Ser. B*, **95**, 1(1973)
- 7) Jenike, A. W., J. R. Johanson and J. W. Carson : *Trans. ASME. Ser. B*, **95**, 6(1973)
- 8) Tsunakawa, H. and R. Aoki : *J. Chem. Engng., Japan*, **7**, 131(1974)
- 9) Tsunakawa, H. and R. Aoki : *J. Res. Powder Technol., Japan*, **14**, 3(1977)
- 10) Zanten, D. V. and A. Mooij : *Trans. ASME.*, Nov., 814(1977)
- 11) Zanten, D. V., P. C. Richard and A. Mooij : *Trans. ASME.*, Nov., 819(1977)
- 12) Utsumi, R., K. Shoji, K. Shinohara and T. Tanaka : *J. Soc. Powder Technol., Japan*, **19**, 666 (1982)
- 13) Tsunakawa, H., Y. Asano and R. Aoki : *J. Res. Powder Technol., Japan*, **14**, 497 (1977)
- 14) Takagi, M. and M. Sugita : *J. Soc. Powder Technol., Japan*, **16**, 24(1979)
- 15) Clower, R. E., I. J. Ross and G. M. White : *Trans. ASAE.*, 478(1973)
- 16) Jenike, A. W. and J. R. Johanson : *J. Stru. Div.*, Apr., 1011(1968)
- 17) Cowin, S. C. : *Trans. ASME.*, Sep., 409(1977)
- 18) Walker, D. M. : *Chem. Engng. Sci.*, **21**, 975 (1966)
- 19) Walters, J. K. : *Chem. Engng. Sci.*, **28**, 13, 779(1972)
- 20) Wakabayashi, T. : *J. Res. Powder Technol., Japan*, **4**, 27(1967)
- 21) Molerus, O. : *Powder Technol.*, **12**, 259(1975)
- 22) Murata, H. and M. Wakabayashi : Preprint of Conference on Powder Technol. Soc. Powder Technol., Japan, May, 92 (1983)