壁面に直立する平板が粒子運動に及ぼす影響*

上野 博之,** 狩野 祐紀***

The Effect of a Flat Plate Held Normal to the Wall on Solid Particle Motion

by

Hiroyuki UENO[†] and Yuuki KANO^{††}

This report is concerned with an method for the approximate calculation of the path of a solid particle which impacts an obstacle, such as an inertial dust collector, or a Pitot tube which is installed on the wall.

This obstacle is represented by a flat plate. A discrete-vortex method is used to simulate the flow around the flat plate.

It is important for approximate calculation to estimate the flow near the flat plate. The path of the solid particle is calculated near the wall, and is approximated from the path which is estimated from the potential flow.

Time-dependent flow which can be observed near the re-attachment point varies very little from the path of the solid particle.

1. 緒 論

気流中を運動する粒子は気流と比較すると大きな慣性力を持っている。たとえば送風機の羽根車とか輸送管のベンド部などのような流路が曲がっている部分では、粒子が壁面の限られた一部分に集中して衝突し、局所的な摩耗を生ずることがある。このような場合の摩耗対策の一つとして、壁面に障害物が置かれることがある¹⁾。このような障害物の一例として衝突式慣性集塵器とか、壁面に接して置かれたピトー管などもある。

壁面に障害物を置くと粒子が障害物に衝突すること

があるが、この衝突を調べることは摩耗などに関連した重要な問題である。そこで粒子の衝突を調べるために障害物まわりの流れを計算して、粒子の軌跡が求めているが、この計算は非常に複雑である。

本報告では障害物まわりの流れを計算時間が非常に短いポテンシャル流れとして計算し、この流れから障害物に衝突するような粒子の軌跡を推定する近似計算法について述べる。

本報告ではこのような障害物を、ダクト内に突出するパッキンなどのような壁面に直立する一枚の平板で置き換える。壁面に直立する一枚の平板まわりの流れは平板の上流側の平板の近くに圧力上昇があって境界層が剥離し、また平板の先端でも剥離する。そして再付着すると考えられる位置付近には、たとえばオリフィスを通る流れとか断面急縮小流れの場合で見ることができる²⁾ような不規則な流れの変動がある。この流れの変動は障害物の後流に Kármán うず列が形成される場合と比較すると非常に弱い非定常流である。

平板の先端で剥離する流れ³⁾とか、境界層が剥離する流れ⁴⁾は離散うず法を使って計算することができる。

昭和60年5月28日受付

* 粉体工学会昭和59年度春季発表会にて発表

** 日本大学生産工学部(〒275 習志野市泉町1-2-1)

TEL 0474-73-1211

*** 日立製作所(株)ソフトウェア工場

(〒244 横浜市戸塚区戸塚町5030)

TEL 045-881-7161

[†] Dept. of Mech. Eng., Faculty of Industrial Eng., Nihon University, Narashino 275

^{††} Hitachi Co., Ltd., Yokohama 244

Fig. 1 Flow around a flat plate

またくさび形をした物体を使って、上流側で導入されたうず点が下流側のうず点導入位置付近を通過する場合も計算されている⁵⁾。本報告では、離散うず法を使って壁面に直立する一枚の平板まわりの流れを計算する。

粒子に作用する流体力は大きいので相対速度で表わした粒子 Re 数が150位の初速を持つ密度が1000kg/m³の粒子を、壁面に平行に平板に直角に放出してある。

2. 流れ場の計算

ダクト壁面に直立して置かれた平板まわりの流れを、Fig. 1 (b)に示す直線翼列を使って表わす。なお Fig. 1 (b)に示した寸法は平板の高さ M を代表寸法にとり無次元表示してある。また流速 U_f と粒子速度 U_p はダクト入口の流速 U_∞ を代表流速にとって無次元表示してある。時間 t は無次元時間 T で表わすと $t = TM/U_\infty$ となる。Fig. 1 (b)の直線翼列を単位円に写像する関数は⁶⁾

$$Z = -\frac{ik}{2\pi} \left\{ \log \frac{\zeta - a_\infty}{\zeta + a_\infty} - \log \frac{\zeta - \frac{1}{a_\infty}}{\zeta + \frac{1}{a_\infty}} \right\} \quad (1)$$

である。ここで k は無次元のダクト幅であり、 Z 平面における無限遠点は ξ 平面では $\pm a_\infty$ である。

単位円まわりの流れを ζ 軸に対して対称な流れにすると、 Z 平面では Y 軸に対して対称な流れとなり Y 軸を壁面とする流れを得る。ところで平板の先端で流れは剥離しているので、予備実験として回流水路を使って平板まわりの流れを可視化し、ガラス球を投入して粒子の軌跡を調べた。平板の先端にある剥離点付近の流れは平板上流側の剥離流の影響を受けて変動して

り、この付近を通過する粒子の軌跡はこの変動の影響を受けているようである。しかしこの変動は非常に僅かである。そこで、Fig. 1 (b)に示すうず点導入位置である A 点と B 点は、従来報告された例⁷⁾を参考にし、またGoodsらが求めた平板まわりの平均流のデータ⁸⁾を参考にし、平板の延長線上である座標 $(\pm 1.4, 0)$ の位置に置く。

またダクト入口に空気が滑らかに流入するものとし、そしてダクト入口から平板までの無次元距離を24とし、Kármán・Pohlhausenの方法⁹⁾で層流境界層の計算を行い平板の上流側にある剥離点を求める。そしてこの剥離点の位置における境界層の厚さ δ を計算し、その半分の高さにうず点導入位置 C 点と D 点を置く。ダクト入口から剥離点までの間で行う境界層の計算はうず点を導入するたびごとに行う。なお剥離点の近くの流速はうず点から誘起される速度の影響を強く受けるため、層流境界層の計算には境界層厚さの5倍の位置で計算した流速を主流の流速として使ってある。うず点導入の時間間隔を ΔT とし、うずの強さを $\Gamma = U_f^2 \Delta T / 2$ とした。これらのうず点導入位置をEq. (1)を使って ζ 平面に写像するとFig. 1 (a)に示す P 点と Q 点、 R 点と S 点になる。

導入されたうず点は時間が経過するにつれて流されて行くから、 $N \times \Delta T$ 時間経過した後の単位円まわりの複素ポテンシャルを書くと、

$$W = -\frac{ik}{2\pi} \left\{ \log \frac{\zeta - a_\infty}{\zeta + a_\infty} + \log \frac{\zeta - \frac{1}{a_\infty}}{\zeta + \frac{1}{a_\infty}} \right\} + \sum_{j=1}^N \frac{i\Gamma_{bj}}{2\pi} \log \frac{\zeta - \zeta_{bj}}{\zeta - \bar{\zeta}_{bj}^*} - \sum_{j=1}^N \frac{i\Gamma_{aj}}{2\pi} \log \frac{\zeta - \zeta_{aj}}{\zeta - \bar{\zeta}_{aj}^*}$$

$$+ \sum_{j=1}^N \frac{i\Gamma_{fj}}{2\pi} \log \frac{\zeta - \zeta_{fj}}{\zeta - \bar{\zeta}_{fj}^*} - \sum_{j=1}^N \frac{i\Gamma_{sj}}{2\pi} \log \frac{\zeta - \zeta_{sj}}{\zeta - \bar{\zeta}_{sj}^*} \quad (2)$$

となる。ここで $\Gamma_{bj} = \Gamma_{qj}$, $\Gamma_{rj} = \Gamma_{sj}$, $\bar{\zeta}_{bj}^* = 1 / \bar{\zeta}_{bj}$ であり, $\bar{\zeta}_{bj}$ は ζ_{bj} の共役複素数を表す。添字 p 等はそれぞれ p 点等で導入されたうず点を表わし, また j は j 番目に導入されたうず点を表わす。そして ζ_{bj} を Eq. (1) を使って Z 平面に写像すると Z_{bj} になる。

うず点を導入する時間間隔 ΔT とうず点を移動する時間間隔 δT は従来の報告例を参考⁴⁾ にして $\Delta T = 0.3$, $\delta T = 0.15$ とする。したがって平板の先端で剝離した流れが壁面に再付着すると考えられる位置付近で示す不規則な大きな流れの変動の周期などより短い時間間隔である。そしてうず点の移動は Z 平面におけるうず点の位置における流速で移動するものとする。なお Z 平面にあるうず点と ζ 平面にあるうず点をたとえば,

$$W_z(Z) + \frac{i\Gamma_{bj}}{2\pi} \log(Z - Z_{bj}) \\ = W_\zeta(\zeta) + \frac{i\Gamma_{bj}}{2\pi} \log(\zeta - \zeta_{bj}) \quad (3)$$

と表わと, Z 平面のうず点の位置における流速は Eq. (1) などを使って

$$\frac{dW_z}{dZ} = \frac{dW_\zeta}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dZ} + \frac{\Gamma_{bj}}{2k} \frac{\zeta_{bj}}{a_\infty - \frac{1}{a_\infty}} \left[1 - \left(\frac{a_\infty + \frac{1}{a_\infty}}{\zeta_{bj}^2 + 1} \right)^2 \right] \quad (4)$$

で表わされる。永野ら¹⁰⁾ は動粘性係数を ν [m²/s], うず点が導入されてから経過した時間を t [s], カットオフ半径を $r = 2.24\sqrt{\nu t}$ とし、この半径以内に互いに接近したうず点は合体するとしている。このカットオフ半径を使う。

3. 粒子の運動

粒子の運動方程式をダクト入口の流速 U_∞ を使って無次元表示し,

$$\frac{dU_{si}}{dT} = JC_D (U_{fi} - U_{si}) W_r \quad (5)$$

とする。重力の方向を Fig. 1 の紙面に直角な方向にとり粒子の軌跡が重力のために曲げられる重力方向の無次元長さを調べたところ、本計算の範囲内では約 0.06 であった。重力項は本計算の範囲内では粒子軌跡の考察に本質的な影響を及ぼさないから重力項は以後省略する。本報告の計算条件は、平板の高さを $M = 25$ mm, ダクト入口の流速を $U_\infty = 10$ m/s, 粒子直径を $d_s = 0.3$ mm, そして粒子の密度を $\rho_s = 1000$ kg/m³ としてあ

る。ここで添字 i は 1, 2 であるが、それぞれ X 軸, Y 軸方向速度を意味する。以後添字 f を流体, s を粒子の場合とし, U_{fs} などと書く。

ρ_f を流体の密度として $\bar{\rho} = \rho_f / \rho_s$ と書き、無次元相対速度を $W_r = ((U_{fx} - U_{sx})^2 + (U_{fy} - U_{sy})^2)^{0.5}$ と書く。そして $J = (3/4)(\bar{\rho} M / d_s) / (1 + \bar{\rho}/2)$ とする。ここで粒子 Re 数を $Re = (U_\infty d_s / \nu) W_r$ と書き、抗力係数 C_D を $Re < 1$ に対して $C_D = 24/Re$, $1 < Re < 400$ に対して $C_D = 24/Re^{0.647}$, $Re > 400$ に対して $C_D = 0.5$ としてある。

4. 計算結果

$Y = 0$ の位置に無次元高さ $X = 1.0$ の平板がある。以後、全て無次元化した数値で述べる。Eq. (2) を使って計算する流速を剝離を考慮した場合と呼び、Eq. (2) の右辺第 1 項だけを使って計算する場合を以後ポテンシャル流れと呼ぶことにする。平板より上流側の壁面からの高さは、Table 1 の記号を使って表わしてある。たとえば ∇ 印は壁面から $X = 0.33$ 離れた位置である。

横軸に平板より上流側の位置 Y をとり、縦軸に剝離を考慮した場合の平板より上流側の流速 U_{fy} の X 軸方向分速度と Y 軸方向分速度をとって Fig. 2 に示す。図中の各点は計算位置を示す。

この剝離を考慮した場合の流速 U_{fy} を縦軸にとり、ポテンシャル流れの場合の流速 U_{fs} を横軸にとって計算値を比較すると Fig. 3 となる。壁面からの高さは

Table 1 の記号を使って表わしてあるが、平板より上流側の位置を記入すると図が見ずらくなるので平板の

Table 1. Symbol

$\star$	$X = 2.00$
$\times$	$X = 1.67$
$\boxtimes$	$X = 1.33$
$\blacktriangle$	$X = 1.00$
$\blacklozenge$	$X = 0.67$
∇	$X = 0.33$

Fig. 2 Velocity distribution of fluid

Fig. 3 Velocity distribution of fluid

近く的位置である $Y = -0.2$ の位置と、平板より平板の高さと同じ位上流側である $Y = -1.2$ の位置の2ヶ所だけを破線で示してある。平板の近くを除くとほぼ図中の一点鎖線のようになる。この一点鎖線を表わす式は、 X 軸方向分速度は

$$U_{fx}^v = 2.50 \times U_{fx}^p + 0.04 \quad (6)$$

また Y 軸方向分速度は

$$U_{fy}^v = 2.03 \times U_{fy}^p - 1.06 \quad (7)$$

を図より読み取ることができる。

平板の高さ位上流側から平板までの間付近では Fig. 3 の中に $\times$ 印で示す $X = 1.33$ 付近を除くと、ポテンシャル流れの流速 V_f を Eq. (6) と Eq. (7) に代入して計算した流速は大きな誤差を含むことになる。

Fig. 2 を見ると、平板より平板の高さの約3倍位上流側付近では壁面からの高さを変えても流速の変化が少なく、この付近の流速は平板の影響をほとんど受けていないと考えられる。そこで、粒子を投入する壁面からの位置を座標 $(X_N, -3.2)$ とする。壁面からの高さ X_N を変えて、粒子を壁面に平行に平板に直角に、剥離を考慮した流れの中とポテンシャル流れの中に放

Fig. 4 Path of the solid particle, $T = 30$

出して、それぞれの場合の粒子の軌跡を求めて互いの比較を行う。

剥離を考慮した流れの中に投入された粒子が、平板の延長線上である X 軸に達した時の座標を $(X_A, 0)$ と書き、 $X_A - X_N = L_1$ と書いて粒子移動量と呼ぶ。そして粒子が放出され、 X 軸に達するまでに要した時間を所要時間 T と呼ぶ。なおポテンシャル流れの中に放した場合の粒子移動量を L_0 、所要時間を T_0 と書く。

剥離を考慮した平板まわりの流れの中に初速 0.3 で、計算開始後 $T = 30$ の時に放出した粒子の軌跡を Fig. 4 に示す。なお、粒子を放出する位置を Table 1 の記号を使って表わしてある。図中の点は無次元時間で 0.6 ごとの粒子の位置を示す。なお、粒子がうず点のカットオフ半径以内に近づいた場合は、そのうず点が誘起する速度の影響を除いてある。

このような粒子移動量を Fig. 5 に示す。縦軸は粒子移動量で横軸は粒子を投入する壁面からの高さである。ここで図中の実線は剥離を考慮した場合であり、粒子の初速を 0.3 と 0.6 とし計算開始後無次元時間で $T = 30$ の時に放出した場合である。そして破線は $T = 30$ の時と比較して粒子移動量が大きく相違していた $T = 36$ の時に初速を 0.3 として放出した粒子の粒子移動量である。なお比較のためポテンシャル流れの中に初速 0.3 で粒子を放出した場合を図中に Potential flow と書き一点鎖線で示す。

平板下流の再付着点付近で観察できる流れの変動が平板より上流側を運動する粒子の軌跡に与える影響は、

Fig. 5 Transverse displacement of the solid particle

Fig. 6 Ratio of the transverse displacement of the solid particle

図からも読み取れるが粒子移動量の約3%である。平板を置くと粒子の軌跡が曲げられるから、粒子を放出する位置が $X_N > 0.8$ 付近になると平板に衝突しなくなる。

次にポテンシャル流れの中を運動する粒子と、剝離を考慮した場合の流れの中を運動する粒子の粒子移動量などを比較する。なお、計算時間は剝離を考慮した場合の方が数十倍長い。

Fig. 6 は粒子移動量の比を縦軸に、所要時間の比の2乗を横軸にとってある。粒子を投入する位置は **Table 1** の記号を使う。粒子を投入する位置が平板の高さ付近より高いと、初速が0.3の場合は $L_1/L_0 = 41.4 - 36. \times (T_1/T_0)^2$ となり、0.6の場合は $L_1/L_0 = 103. - 97.3 \times (T_1/T_0)^2$ となる。

粒子を投入する位置が平板の高さ付近より壁面に近いと、剝離を考慮した場合の流れの中を運動する粒子が剝離流の影響を大きく受ける。そこで粒子を投入する位置を変えても所要時間の比がほぼ1.0付近になり、粒子移動量の比が2.0付近になる。

粒子のY軸方向運動方程式から概略値を計算できる所要時間 T_1 と T_0 はほぼ等しい。そこでポテンシャル流れの場合の流体のY軸方向分速度から、Eq. (7) を使ってY軸方向分速度を求め、そして所要時間を計算しても、剝離の場合の流れの中を運動する粒子の所要時間と大きな相違はない。なお T_1 と T_0 のこの程度の相違は、粒子のX軸方向への移動である粒子移動量に大きな影響を及ぼさない。上述のように L_1/L_0 が2.0付近になるのは、主に流体のX軸方向分速度の相違による。

$1.0 < X_N < 2.0$ 付近では、**Fig. 5** に示した剝離の場合の粒子移動量は、粒子を投入する位置が平板の高さ

付近より高いとほぼ一定値をとる。そこで粒子移動量に及ぼす影響が少ないと言う意味で言うと、この領域付近の剝離の場合の流体のX軸方向分速度はX軸方向にはほぼ一定である。

Fig. 6 に示した粒子移動量の比は壁面から離れるにつれて2.0から4.0程度に大きくなる。これはポテンシャル流れの場合の流体のX軸方向分速度が小さくなって、たとえば平板の高さの2倍位壁面から離れると粒子はほぼ壁面に並行に運動するようになるなど、ポテンシャル流れの中を運動する粒子の粒子移動量が小さくなるためである。本報告では、壁面から平板の高さの2倍位までの範囲を調べてある。

ポテンシャル流れの場合の流速をEq.(6)とEq.(7)に代入して流速を計算し、そしてEq.(5)を使って粒子移動量を求めると**Fig. 5**の中にEq.(6)と書いた2点鎖線で示すようになる。

ところで平板の高さ位上流側から平板までの間付近では、前述のように、Eq.(6)にポテンシャル流れの場合のX軸方向分速度を代入して流速を計算すると、 $X = 1.33$ 付近を除いて大きな誤差を含む。**Fig. 5**の中の $1.5 < X_N < 2.0$ 付近の領域はこの誤差の影響を示している。なお、この領域付近は剝離の場合の流体のX軸方向分速度を、前述のようにほぼ一定とみなせるから、近似の程度が良い平板の先端付近の計算値でこの領域の流速を近似できる。

粒子移動量は前述のように平板の高さ位上流側から平板までの間で、流速のX軸方向分速度の影響を大きく受ける。ところでこの平板に近い領域を**Fig. 5**では、近似的に円 $X^2 + Y^2 = 1.4^2$ の範囲内に入った粒子のX軸方向分速度はそれ以上変化しないとしてある。 $X_N < 1.0$ 付近の領域では剝離を考慮した場合の粒子移動量と良く一致している。

5. まとめ

ダクト壁面に置かれた障害物に衝突する粒子の軌跡、そして障害物の近くを運動する粒子の軌跡を、障害物まわりの流れをポテンシャル流れであるとして計算し、この流れから障害物の上流側の流速を推定して粒子軌跡の近似計算を行った。要約すると次のようになる。

(1) 流速を推定した時に含まれる誤差が粒子軌跡の計算値に及ぼす影響は、主流方向の流速成分より主流に直角方向の流速成分の方が非常に大きい。

(2) 障害物の上流側には、主流に直角方向の速度成分が非常に遅くなる領域がある。この領域を通過する粒子の主流に直角方向の速度成分はそれ以上変化しな

いとする、壁面から障害物の高さ位までの間を運動する粒子の軌跡を近似計算できる。

(3) 障害物の高さ付近より少し高い領域には、粒子軌跡の計算に大きな誤差を生じないと言う意味で言うと、流速の主流に直角方向の速度成分を一定とみなせる領域がある。そこでこの領域内を運動する粒子の軌

跡は、障害物の高さ付近の主流に直角方向の流速の速度成分を使って近似計算できる。

(4) 障害物の後流の再付着点付近で観察できる剝離流の変動が、障害物より上流側を運動する粒子の軌跡に及ぼす影響は非常に少ない。

Nomenclature

d_s	: diameter of the solid particle	[mm]	T	: time	[-]
M	: half width of flat plate	[mm]	T_0	: time required in case of potential flow	[-]
r	: cut-off length	[m]	T_1	: time required in case of separated flow	[-]
t	: time	[s]	U_f	: fluid velocity	[-]
U_∞	: fluid velocity at duct entrance	[m/s]	U_s	: velocity of the solid particle	[-]
ν	: kinematic viscosity	[m ² /s]	U_{syo}	: initial velocity of the solid particle	[-]
ρ_f	: density of fluid	[kg/m ³]	W	: complex potential function	[-]
ρ_s	: density of the solid particle	[kg/m ³]	W_r	: relative velocity	[-]
a_∞	: point of infinity in Z plane	[-]	Z	: $Z = X + iY$	[-]
C_D	: drag coefficient	[-]	Z_{aj}, Z_{bj}	: coordinates of an real vortex	[-]
k	: boundary layer thickness	[-]	Γ_{bj}, Γ_{aj}	: circulation of the vortex	[-]
j	: an index	[-]	δT	: time interval of introduction of vortex	[-]
J	: $J = (3/4)(M\bar{\rho}/d_s)/(1 + \bar{\rho}/2)$	[-]	ζ	: $\zeta = \xi + i\eta$	[-]
k	: duct width	[-]	ζ_{bj}, ζ_{aj}	: coordinates of an imaginary vortex	[-]
L_0	: transverse displacement of the solid particle in potential flow	[-]	ΔT	: time step of the movement of vortices	[-]
L_1	: transverse displacement of the solid particle in separated flow	[-]	$\bar{\rho}$	: $\bar{\rho} = \rho_f / \rho_s$	[-]
N	: number of vortices	[-]	$(X_N, -2.0)$	: point where the solid particle is thrown in	[-]
			x, y	: direction of X axis, Y axis	[-]

References

- 1) Hasimoto, K: "Mamou", p.273, Sangyougizyus-enta (1977)
- 2) Nihon Kikai Gakkai: "Shashinshuu Nagare", p.64, Maruzen (1984)
- 3) Kamemoto, K and P. W. Bearman: *Trans. Japan Soc. Mech. Engrs.*, **46**, 407 (1980)
- 4) Tokisue, H and H. Takata: *Trans. Japan Soc. Mech. Engrs.*, **50**, 460 (1984)
- 5) Saitou, T, K. Watanbe, T. Tanahasi, and T. Andou: Preprint of Japan Soc. Mech. Engrs., No. 830-12 (1983)
- 6) Sasaki, T: "Toukakushazou no Ouyou", p.102, Gendaikougakusha (1964)
- 7) Kiya, M, and M. Arie: *Bull. JSME*, **23-183**, 1451 (1980 - 9)
- 8) M. C. Goods and P. N. Joubert: *J. Fluid Mech.*, **31**, [3], 547 (1968)
- 9) Ikui, T and M. Inoue: "Nenseiryuutai no Rikigaku" p.99, Rikougakusha (1978)
- 10) Nagano, S and H. Takata: *Trans. Japan Soc. Mech. Engrs.*, **47**, 413 (1981)