計測用ビデオ装置による粒子径の測定誤差*

鈴木 啓之,** 篠原 邦夫***

Measuring the Error of Particle Size in a Video System

by

Hiroyuki SUZUKI[†] and Kunio SHINOHARA^{††}

The causes of error in measuring particle size with video systems originate from the computational approximation due to limited number of particle divisions and the experimental uncertainty in processing the image plane. Here, some problems are discussed for spheres to obtain accurate coordinates of particle outline from the assembly of the intensity data. The uneven shade of the plane is corrected, and then the boundary points are detected along the sampling line of the intensity at the intermediate level. Connecting the neighboring points with straight lines gives the approximate particle profile, the magnification of which is modified by the optical system. Thus, the approximate particle diameters and their errors are calculated and correlated with the true diameters. As a result, the experimental data for the particle size lays satisfactorily between the calculated limits of error.

Key Words: Measuring Error, Particle Size, Video System, Image Analysis.

1. 緒 言

計測用ビデオ装置を検出器とする画像処理装置は、研究や、作業では検査や選別にと、幅広い分野で利用されている。画像処理による粒子径測定の精度は、装置の基本的な要件であるにも係わらず、これに関する報告は少ない¹⁾。市販の画像処理装置でも、テレビカメラの分解能程度の表現にとどまっている。

これは、処理装置を用いて抽出すべき画像の特徴が、幅や高さ、周長や面積といったように、使用目的によ

って千差万別であるためだろう。しかし精度は、処理速度と共に、計測装置の価値を決める重要な基準であるから、緻密な検討が必要である。

本報では、計測用テレビ装置による粒子径測定の際、避けられない誤差の原因について定量的に考察し、得られた画像データを処理する上の問題点とその対応策を検討する。画像処理上の問題点は、主に輝度値の集合である画像データから粒子像の輪郭点座標を検出する精度にある。これに問題が無ければ、光学系の倍率補正と、画像の有限走査により離散した輪郭点からの折線輪郭を解析的に結びつけて、粒子像の近似径に生ずる誤差の予測が可能になる。そこで、球を被測定物として近似径とその誤差を予測し、ボールベアリングによる測定値との適合度から、輪郭点検出法や、これに付随する画像処理過程および誤差の予測方法について考察する。

2. 基礎的考察

被測定物を載物台上に設置し、その二次元像の近似直径を得る過程は、以下の三段階からなる。

i) 被測定物の像が、テレビカメラの撮像管の光導

昭和61年7月14日受付

* 化学工学協会室蘭大会にて一部発表(1983.7)

** 新日本製鉄(株)第3技術研究所
(〒805 北九州市八幡東区枝光1)

*** 北海道大学工学部合成化学工学科
(〒060 札幌市北13条西8丁目)
TEL 011-716-2111 内線 6592

† Heat Technology Laboratory, Nippon Steel Corporation, 1-Chome, Edamitsu, Yawata-Higashi-ku, Kitakyushu 805

†† Department of Chemical Process Engineering, Hokkaido University, West 8, North 13, Kita-ku, Sapporo 060

電面に結像する。

ii) この投影像から輝度値をサンプルし、デジタル化し、さらに像の輪郭点の X, Y 座標を検出する。

iii) 輪郭点の離散座標から粒子径を近似計算する。

これらの各過程を理論的に考察し、近似直径および誤差を誘導する。

2.1 光学系の倍率補正

被測定物が光導電面上に結像する過程は、被測定物の立体的形状と光学系の構造によって異なる。したがって、著者らの測定装置にそった特性値や解析を以下に示す。しかし、内容は簡単な幾何学的関係であるから、どのような被測定物や光学系でも同様の解析が行なえるはずである。

測定光学系は **Fig. 1** に示すような幾何学的関係にあるとし、単一の球が、カメラの正方形の視野に正円の像を結ぶ。一枚レンズに単純化し、透過光照明の光線が全てレンズ中心を通ると仮定する。倍率 M は、像距離 b と物体距離 a との比の値であり、光導電面およびピントの合っている位置での視野幅、 W_A と W_f の比、またはそれぞれの像の直径 D_A と D_f の比に等しい。

$$M = \frac{b}{a} = \frac{W_A}{W_f} = \frac{D_A}{D_f} \quad (1)$$

一般には多層レンズのため、 a, b は未知数であるが、縮小光学系 ($M < 1$) では $L = a + b$ と $1/a + 1/b = 1/f$ の関係から、撮像距離 L によって次式で表わされる。

$$a = \frac{L + \sqrt{L^2 - 4fL}}{2} \quad (2)$$

$$b = \frac{L - \sqrt{L^2 - 4fL}}{2} \quad (3)$$

Fig. 1 Schematic diagram of optical system

ここで、 f は焦点距離である。

独立なパラメータには L の他に、球の直径 D_t と、載物台からのピント位置のずれ S がある。後者は、ピント位置を固定するとき粒子が被写界深度内であれば、載物台の位置は自由に決められるという意味がある。 S は、載物台からレンズ側(上方)へ正とする。 L と S を固定して、いろいろな D_t について撮影を行なう。

Fig. 1 における、三角形 qro, pqo, prq の相似による D_t と D_f の関係を用いると、 D_A は Eq. (1) により次のように表わされる。

$$D_A = \frac{W_A}{W_f} \cdot D_t \cdot \frac{a}{\sqrt{(a+S)(a+S-D_t)}} \quad (4)$$

実視野幅 W_f は、Eqs. (1)~(3) より次式のように表わせ、 L の関数である。

$$W_f = \frac{L + \sqrt{L^2 - 4fL}}{L - \sqrt{L^2 - 4fL}} \cdot W_A \quad (5)$$

そこで、装置の仕様にある f と W_A の数値を用いて Eq. (5) より L と W_f の関係を計算すると、**Fig. 2** の実線

Fig. 2 Comparison of experimental width of real sight with calculated one

Fig. 3 Approximate relation between focal and focused distance

のようになり、丸印の実測値と一致しない。そこで W_A は一定と考え、Eq. (5)を変形したEq. (6)に W_f と L の実測値を代入すると、Fig. 3に示すように、 f 値は L によって不連続に変化した。これは、使用した一般撮影用標準レンズ(ニコンのマイクロニッコール)を単一レンズ扱いした時の特性と考えられる。

$$f = \frac{W_A W_f L}{(W_f + W_A)^2} \quad (6)$$

この関係を実線と破線で示す6本の直線で近似し、各 L の範囲でのEq. (7)の係数値をTable 1に示す。

$$f = j \cdot L + k \quad (7)$$

したがって、Eq. (7)をEqs. (2), (5)に代入し、それらをEq. (4)に代入することにより、 L 、 S および D_i に対応して D_A がより精度良く得られる。

顕微鏡を用いる拡大光学系($M > 1$)では、対物レンズごとに M および f 、したがって a が既知であり、実験条件として S を与えれば、 D_A はEq. (4)のみにより得られる。

2.2 輪郭点検出

光導電面上の投影像からは、有限個の点について輝度値がサンプルされる。Fig. 4に模式的に示すように、

Table 1 Experimental values of coefficient in Eq. (7)

Focused distance L [mm]	Slope j [-]	Intercept k [mm]
257 - 280	0.0596	39.5
287 - 292	0.1126	23.3
301 - 309	0.1125	21.4
351 - 367	0.0546	35.9
395 - 403	0.0730	26.1
Other region	-0.0032	57.1

Fig. 4 Schematic diagram of intensity-sampling process

Fig. 5 Intensity distribution of particle image along a sampling line

光導電面に相当する外枠に粒子像の円輪郭が映っている画面の各部の輝度は、水平方向に走る N 本の走査線と、これに垂直な測定線との交点である画素でサンプルされ、画面と同じ配置の(N , N)正方形行列として得られる。ここで N を視野分割数と呼ぶ。

透過照明の場合、不透明な粒子では粒子部の画素の輝度は一様に暗く、背景部は明るい。そして輪郭付近で輝度が急変するはずである。Fig. 5に示すように、粒子部を通過する測定線上では、一般にこのような輝度分布が現れるが、輝度傾斜がさほど急でないため、輪郭位置が明確には判らない。この傾斜の緩慢さは、照明の影響や、画素が有限の大きさを持ち、像輪郭が走査線方向に直角でないためとも考えられる。画面全体の輝度分布は、水平面上に X 、 Y 座標、垂直方向に輝度 I をとると、背景輝度の平面に、角のまらなくなった逆円錐台状の穴があいたような三次元像になっている。Fig. 4はこれの横断面、Fig. 5は縦断面を表わしている。光透過性物質の粒子であっても、背景とのコントラストを充分につければ同様の輝度分布が得られる。ただし、粒子部中央に、透過光が集光することにより、明るいスポットが現われる場合もある。

輪郭点検出は、横断面すなわち一定輝度レベルで行なえばよいが、Fig. 5で $I \neq I'$ であるように、検出レベルの上下により近似輪郭の直径が変化するという問題がある。粒子像の真の円輪郭は、ただひとつ存在するはずであるから、検出レベルの誤った選択は、近似直径に直接、誤差をもたらす。Fig. 6に示すように、背景部平均輝度を0%, 粒子部を100%とする相対輝度で表わした等輝度の近似輪郭(実線)は、大きさのみならず形も異なっている。ここで折れ線輪郭は、測定線上で輝度を3点ずつ直線近似して、画素間にある輪郭点位置を求めて結んだもので、点線は3.3で後述する最小二乗法により得た円周である。6%や94%で輪郭点の円周からのずれが大きいのは、背景部や粒子

Fig. 6 Contour at each level of relative intensity of particle image

部の輝度のゆらぎや照明のむらなどのノイズの影響によると考えられる。

近似径の誤差の予測計算ではこのような輪郭点検出の諸問題を考慮せず、Fig. 4に点線で示すように、検出された輪郭点が真の輪郭上に位置するとして行なう。そしてベアリングの測定では、Fig. 6で比較的輪郭点の円周からのずれの小さい50%(中間輝度)を検出レベルとして求めた輪郭点から近似径の誤差を算出し、予測値を比較する。

2.3 近似直径と誤差

Fig. 4に示すように画面の座標(X , Y)は、測定線間隔を1として、左上端に原点、右上端を(N , 0)、左下端を(0, N)と表わす。粒子像の中心を(X_0 , Y_0)とすると、輪郭点の Y 座標は次式で与えられる。

$$Y = Y_0 \pm \sqrt{\left(\frac{D_{id}}{2}\right)^2 - (X - X_0)^2} \quad (8)$$

ここで D_{id} は粒子像の理想径で、測定線間隔により、 D_A を無次元化した値であり、次式で表わされる。

$$D_{id} = \frac{N}{W_A} \cdot D_A \quad (9)$$

D_{id} を用いると、光学系や視野分割数の変更と無関係に、粒子像の円輪郭を折れ線近似する際の誤差について議論できる。なお、 X_0 , Y_0 , D_{id} はいずれも撮影面上の真の粒子像に対応するため、無次元値だが整数値とは限らず、通常は端数をもつ。

粒子像を通過する測定線が n_p 本あるとき、像左端から n 番目の測定線のアドレスを X_n とすると、輪郭点は X_n をEq. (8)に代入することにより(X_n , $Y_{s,n}$)と(X_n , $Y_{t,n}$)の2点が得られる。 $n_p - 1$ を粒子分割数と呼ぶ。

得られた輪郭点は直線で結び、輪郭を多角形に近似する。測定線間にできる台形の面積の総和から投影面

Fig. 7 Distribution range of error against ideal diameter

積円相当径 D_a ²⁾は、次式により得られる。

$$D_a = \left\{ 2 \sum_{n=2}^{n_p} (Y_{t,n} - Y_{s,n} + Y_{t,n-1} - Y_{s,n-1}) / \pi \right\}^{1/2} \quad (10)$$

Y_0 はEq. (10)により D_a に無関係であり、 X 方向では測定線間隔だけ粒子移動するたびに同一の D_a が得られるから X_0 の小数点以下の端数すなわち測定線間における粒子像の中心位置が D_a を算出するのに重要となる。実験ではこの端数が各粒子ごとにランダムな値をとるため、 D_{id} が一定でも、 D_a に分布を生じる³⁾。そこで、次の誤差 E_d を定義する。

$$E_d = D_a - D_{id} \quad (11)$$

よって、 E_d も D_a と同様に分布をもつ。Eq. (8)の D_{id} に任意の値を用い、 X_0 の端数にランダムな値を与えてEqs. (10), (11)により E_d を計算したところ、分布幅が無次元粒子直径 D_{id} に対してFig. 7の上、下の誤差の絶対値の間に得られた。 D_{id} の増加に従い誤差 E_d の分布範囲の下限の絶対値 $|E_d|_{mx}$ は小さくなっていき D_{id} が50を超えると0.10~0.25の間ではほぼ一定になる。一般に E_d の D_{id} に対する百分率を相対誤差 E_r と呼ぶが、

$$E_r = \frac{D_a - D_{id}}{D_{id}} \times 100 \quad (12)$$

D_{id} が20程度で、分布範囲下限の相対誤差は-2%、 D_{id} が100程度で-0.2%になる。

輪郭点検出法に問題が無ければ、Eqs. (4), (9)などで表わされる $D_t - D_{id}$ 関係により、ボールベアリングに関する実測の D_a の誤差 E_d は、Fig. 7の範囲内に分布するはずである。

3. 実験

3.1 実験装置および測定条件

実験装置は、Fig. 8に示すように照明系、計測用ビデオ装置(浜松ホトニクス社製、ビジコンカメラC1000)

Fig. 8 Schematic diagram of experimental apparatus

およびマイクロコンピュータ(アイ電子測器社製, ABC-26)からなる。まず載物台上の粒子に下方から透過照明を与え, 上方からテレビカメラで撮影し, カメラコントローラを通して各画素の輝度を A/D 変換した後, コンピュータのディスクに記録する。これに要する時間は, 視野分割数と共に増大し, 256, 512, 1024 でそれぞれ 8.6, 34.0, 137.0 s であり比較的高速である。

試料は直径 1 ~ 25 mm の玉軸受用ボールベアリングで, 寸法の精度は $\pm 15 \mu\text{m}$ 以内である。

測定時に設定するパラメータは, 撮像距離 L , 載物台からのピント位置のずれ S および視野分割数 N である。まず L は 280.0, 346.6, 400.0 mm と 3 種類に変えた。 S はそれぞれの L の被写界深度内で適当に 6.6, 1.4, 4.0 mm とした。 N については, $L = 400.0 \text{ mm}$ において 1 ~ 3 mm の小粒子についてのみ, 前記の 3 種類の分割数でそれぞれ測定を行なった。

測定ではピント合わせの精度が問題であり, 撮像距離 L に実験誤差を与える。

3.2 シェーディング補正

背景部では照明ムラのため輝度の広い分布がある。これにテレビカメラの感度ムラが加わると, 計測輝度範囲(本装置では 0 から 255)の 30 % にもおよぶ分布になる¹⁾。このシェーディングにより, 中間輝度レベル検出に問題を生ずるばかりか, コントラストの小さな画像では背景の一部を輪郭点として検出しかねない。そこで輪郭点検出に先だて, 以下に述べる簡単な方法でシェーディング補正を行なった。

Fig. 9 に補正前後の輝度分布を示す。比較的一定値に集中した鋭いピークの粒子部輝度分布 P_m を損なわないで, 160 ~ 224 の輝度範囲に広くばらついた背景部輝度分布 B_m をできるだけ鋭いピークになるようにする。シェーディングはあまり経時変化しないので,

Fig. 9 Intensity distribution before and after shading correction

まず標準背景の輝度分布を記憶しておき, 粒子の映された画像から各画素毎に差し引いて 255 を足すと, 背景部のシェーディングは相殺されて Fig. 9 の B_s のようになるが, 粒子部は標準背景のシェーディングの影響で P_s のように分布が広がってしまう。そこで, その影響をおさえるため, 標準背景と粒子画像との輝度差に, 画素ごとに次式の係数 C_c をかける。

$$C_c(X, Y) = \frac{I_b}{I(X, Y)} \quad (13)$$

ここで I_b は, 標準背景のうちのある 1 点の輝度で標準輝度とする。この方法だと, Fig. 9 の P_c , B_c のような鋭いピークが得られ, B_c の分布幅は全輝度範囲の 6 % 内におさめられた。この補正後の分布曲線 P_c , B_c からそれぞれの平均輝度を求め, その中間輝度を輪郭点検出レベルとする。

3.3 近似輪郭の円形度

検出された粒子の輪郭点座標には, ラベカメラの図形歪や, 三点直線近似による輪郭点検出法の誤差が含まれている。理想的には, 輪郭点は円周上に位置するはずであるから, これからのずれの程度の指標として以下の円形度を定義する。

Fig. 4 に示したような円輪郭の粒子像から総数 m の輪郭点が検出され, それぞれに番号 i をつけると, 検出された輪郭点が円輪郭上に位置するならば, その座標 (X_i, Y_i) は Eq. (8) を満足するが, 円輪郭からずれると次式に示す面積の次元の誤差 e_i を生ずる。

$$(X_i - X_0)^2 + (Y_i - Y_0)^2 = \left(\frac{D_{id}}{2}\right)^2 + e_i \quad (14)$$

全輪郭点について誤差の平方和をとり, それが最小になるように $X_0, Y_0, (D_{id}/2)$ に相当する最適値 X'_0, Y'_0, R を求めると, 例えば, 半径 R は次式のようになる。

Fig. 10 Computational relationship between circularity and random noise

$$R = \left\{ \frac{1}{m} \left\{ \sum_{i=1}^m X_i^2 + \sum_{i=1}^m Y_i^2 + (mX_0' - 2 \sum_{i=1}^m X_i) X_0' + (mY_0' - 2 \sum_{i=1}^m Y_i) Y_0' \right\} \right\}^{1/2} \quad (15)$$

誤差平方和を m で割った平方根をこの R の二乗で割ると、円形度として無次元のパラメータ C_e を定義できる。

$$C_e = \left(\sum_{i=1}^m e_i^2 / m \right)^{1/2} / R^2 \quad (16)$$

この C_e は輪郭点を通る円の面積の変動係数に相当し、 X_0' 、 Y_0' 、 R で決定される円周からの輪郭点のずれを表わしている。Fig. 10に、三種の大きさの円について、輪郭点の Y 座標がランダムなずれをもつときの C_e の変化を示す。横軸は、ノイズに相当し Y 座標の真の座標からの最大のずれ幅を、円の直径で割った相対値である。 C_e は円の大きさに依存せずに、ずれの大きさにはほぼ比例することがわかる。

4. 結果および考察

直径の異なるボールベアリング400個のうち、円形度 C_e がほぼ零となったのは約80%で、直径 D_{id} に対して約2%の歪に相当する $C_e = 0.04$ 以下となったのは約90%に達した。このことから、図形歪はほとんど無く、輝度を3点直線近似して一定輝度で輪郭点を検出する方法が合理的で精度も良いと言える。歪の大きい残り10%は、粒子分割数 $n_p - 1$ が20未満の小粒子像がほとんどであった。

測定近似径 D_e の誤差 E_d は、撮像距離ごとにFig. 11に、視野分割数によりFig. 12に示す。これらは真径 D_t をもとにEqs. (4), (9)により D_{id} を計算し、その画像から検出された輪郭点座標からEq. (10)で D_e を

Fig. 11 Comparison of experimental error with calculated one at each focused distance.

Fig. 12 Comparison of experimental error with calculated one for each division number of sight

求め、Eq. (11)による E_d をプロットしたものである。点線はFig. 7に示した予測誤差範囲に相当するが、ベアリングの直径の精度($\pm 15 \mu\text{m}$)を考慮したため範囲が広がっている。Fig. 11の△印を除いて、撮像距離、ピント位置の載物台からのずれ、視野分割数の差異にも係わらず、予測と実測値とが良好に一致し、中間輝度による輪郭点検出や倍率補正の妥当性を示していると言える。総撮像数400のうち79%が予測範囲内であった。Fig. 11の△印は撮影距離が280mmの近接撮影での測定誤差であるが、Eq. (7)およびTable 1による f 値を、実測値と明らかに異なるある値に変えてやると、予測範囲にほぼ一致することから、 f 値に問題があると考えられる。

以上に基づき、測定径 D_e から真径 D_t を推定する方法を考察する。Fig. 7に示した予測誤差範囲を、Fig. 13のように横軸を測定近似径 D_e にとったものに変え、縦軸の誤差 E_d 値を D_e から減算すべき値と考える。

Fig. 13 Distribution range of error against measured diameter

縦方向の範囲は直径の推定値の範囲に対応するものであるから、その上・下限の値をそれぞれ D_a から減ずる。この減算値のひとつを D_e とすると、これから直径の推定値 D_e が次式で求められる。

$$D_e = \frac{1}{2a^2} \left(\frac{W_f D_c}{N} \right) (a - S) \left\{ \sqrt{\left(\frac{W_f D_c}{N} \right)^2 + 4a^2} - \left(\frac{W_f D_c}{N} \right) \right\} \quad (17)$$

この式は、Eq. (9) を Eq. (4) に代入して、 D_{id} を D_e に、 D_i を D_e に変換して整理したもので、 W_f や a は Eqs. (5), (2), (7) により得られる。Fig. 13 で示された誤差 E_d の範囲を Fig. 14 のような真径 D_i と真径推定値 D_e との差のように表示することも、Eq. (17) を用いれば可能であるが、Fig. 13 が L, S, N などの実験条件に無関係に成り立つのに対し、Fig. 14 はこの三条件のどれかが変わると、あらたに作図する必要がある。よって、Fig. 13 を用いて推定範囲を読み取り、Eq. (17) で真径推定値 D_e に換算するほうが一般的と言える。本実験のように、真径の値に誤差 ($\pm 15 \mu\text{m}$) がある場合、Fig. 14 では点線で示すように真径推定範囲をその分だけ図の上下方向に平行移動させるだけでよい。これに対し Fig. 13 では、 D_i を $D_i \pm 15 \mu\text{m}$ のように変えて Eqs. (4), (9) に代入しなければ、真径誤差を考慮に入れた範囲を作図することができなく、実験条件 L, S, N が必要になるという短所がある。

Fig. 14 Distribution range of difference between estimated and true diameter against measured one

Figs. 11, 12 の点線で示した誤差範囲は、このような計算法による。

本実験の光学系は精密計測用の特殊なものではないが、Eq. (4) のような簡単な倍率補正式によって、十分に精度良く測定できることがわかった。

5. 結 言

計測用ビデオ装置で粒子径を測定する過程について、解析と実験の両面から、その内容の検討を行なった。まず倍率補正と近似直径の解析から粒子径の誤差を予測し、実測値との良好な一致を得たことから、粒子像の輪郭点を、シェーディング補正や画素間の輝度変化の直線近似と中間輝度によって高精度で検出できることが明らかになった。しかし近接撮影でのレンズの f 値の変動や、真径に対する測定値の分布など、直接、精度に影響しかつ取扱いの面倒な点が指摘された。

総合的にみて、粒子径の測定誤差の主要原因は、有限な画像走査法による輪郭点の離散であり、これはいかなる画像処理装置でも避けられない問題である。処理速度をあまり低下させないで、輪郭点数の増加や直径近似法の精度向上を計れるアルゴリズムが、今後期待される。

Nomenclature

a, b	: distances from focused position and image tube to lens, respectively	D_a	: projected area diameter by linear approximation	[m]	[—]
B	: intensity distribution of background	D_c	: corrected ideal diameter	[—]	[—]
C_e	: coefficient for shading correction by Eq.(13)	D_e	: estimated true diameter	[m]	[—]
C_o	: circularity defined by Eq.(16)	D_f	: diameter of particle image at focused position	[—]	[—]
D_A	: real diameter of particle image on the tube	D_{id}	: dimensionless diameter of D_A divided by distance between next sampling lines	[m]	[—]

D_t	: true diameter of particle	[m]	n_p	: division number of particle image plus one	[-]
E_d	: error in particle size defined as $D_a - D_{id}$	[-]			
E_R	: relative error in size defined as $100E_d/D_{id}$	[-]	P	: intensity distribution of particle part	[-]
e_i	: area error of i -th boundary point defined by Eq.(14)	[-]	R	: radius by least squares method	[-]
f	: focal distance	[m]	S	: distance from stage to focused position	[m]
I	: intensity at each point of image plane	[-]	W_A	: width of photo-conductive face	[m]
I_b	: standard intensity of background	[-]	W_f	: width of real sight at focused position	[m]
j	: slope in Eq.(7)	[-]	X_i, Y_i	: coordinates of i -th boundary point	[-]
k	: intercept in Eq.(7)	[m]	X_0, Y_0	: coordinates of center of particle image	[-]
L	: focused distance	[m]	X_0', Y_0'	: average center coordinates of particle image by least squares method	[-]
l, l'	: distance between two boundary points on a sampling line	[-]	X_n	: X -coordinate of n -th sampling line through particle image	[-]
M	: magnification of particle image	[-]	$Y_{1,n}, Y_{s,n}$	: large and small Y -coordinates of boundary points on a sampling line	[-]
m	: total number of boundary points of particle image	[-]	<Subscripts>		
N	: division number of sight	[-]	c	: coefficient method for shading correction	
n	: number of a sampling line through particle image	[-]	m	: measured value	
			s	: subtraction method for shading correction	

References

- 1) Niwa, T., T. Miyake and K. Takeuchi: *Shimazu Hyoron*, **38**, 55 (1981)
- 2) Miwa, S.: "Funryutai Kogaku", p. 49, Asakura Shoten (1972)
- 3) Shinohara, K. and K. Suzuki: submitted