粉粒体内での情報伝達・処理手法の開発

岡 本 廣 祐*

Solitonic Dynamics Applied to Information Processing in a Granular Medium

by

Hirosuke OKAMOTO[†]

The solitonic self-organization phenomena in a granular medium appear when an external force exceeds some threshold value so that the onset of the ordered solitonic states is regarded as energy transition similar to that observed in complex nonlinear cooperative systems. Experimental investigations were made on solitary wave propagation, on the energy transfer through nonlinearity, on the evolution of the ordering parameter and on the effect of external noise on the solitonic mechanism.

The phase plane of the ordered dynamic states is found to contain an attracting set on which the motion of the system is aperiodic, and which describes a complex dynamics. Information processing in the granular medium is characterized by parallel processing of the non-Von Neumann's type in selforganized systems (by cooperative actions).

Key Words : Non-linear Interaction, Solitary Wave, Self-organized System, Parallel Information Processing

1. はじめに

通信・情報伝達というとき、普通には各種衛星通信・中継など広い宇宙空間を介して伝える様々な手段を思い浮かべる。いま、もし地中を通じての情報交換を行うことが出来るならば、それは地下空間の開発などにとっても非常に有用なものとなるに違いない。論者は、これまでに粉粒体の動きに伴って生ずる圧力波の計測を試み¹⁾、それによって内部での状態変化を推測する手法の開発研究をすすめてきたが、現在はエネルギーを送り込んでの交信という技法についての検討をすすめている。

これまでも粒状体中での弾性波の伝播については多くの研究がなされてきた。その解析の多くは、等しい球状粒子の simple cubic, face-centred あるいは body-centred という規則状態についてであり、その粒子同士は Hertz 接触しながら球中心方向に圧力を伝えるという形に限られてきた²⁾。他方、ランダムに配列した場合については間げき比を含めて扱ったもの³⁾、また初期応力に加えて小振幅振動応力を重ねて、その固有振動について測定結果と比較研究しているもの⁴⁾などがある。また波の伝播にしたがって起きる波形のひずみの原因が、材料における応力・ひずみ関係が線形でないことによるとの指摘もされてきた⁵⁾。しかし時間要素を組み入れた詳しい研究はまだされていない。ここでは粉粒体中での情報伝達、検索を目的とした手法の開発にむけて、粒子系の構成要素としての粒子対の動的非線形相互作用に注目し、その調査を主とした実験をおこなった。その結果は、粉粒体中で情報の伝達を担う圧力波の挙動と、そのメカニズムについて新

平成2年2月5日受付

粉体工学会 平成元年度秋期研究発表会(平成元年11月、東京)にて発表

* 東京大学工学部総合試験所(〒113 文京区弥生2-11-16)

TEL 03-812-2111 内線 7697

† Engineering Research Institute, Faculty of Eng., Univ. of Tokyo, Bunkyo-ku, Tokyo 113

しい知見を与えてくれた。それは粉体の新しい活用面についての情報を提供している。

2. 粉粒体内での圧力波伝播の一般的検討

一般に粉粒体での応力 σ と、ひずみ ϵ の関係は場所 x によって変動を伴ってくる。したがって、ある時刻 t_0 における応力波形をあらわす関係 F は

$$\sigma = F(\epsilon, x, t_0) \quad (1)$$

と表わされる。線形の範囲で波動方程式は、密度 ρ 、変位 u としたとき、

$$\rho(x) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \quad (2)$$

となるから、Eqs.(1)および(2)より

$$-\rho(x) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial F}{\partial \epsilon} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

いま弾性率 E が場所に依存する場合、その応力ひずみ関係を

$$\sigma = E(x) \cdot \epsilon \quad (4)$$

とすると、Eqs.(1), (4)から、

$$\frac{\partial F}{\partial \epsilon} = \frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} = E(x), \quad \frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} E(x) \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \quad (5)$$

これより粉粒体内での波動を伝える表現として

$$\rho(x) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = E(x) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} E(x) \frac{\partial u}{\partial x} \quad (6)$$

なる式をうる。

圧力波が移っていく状態をみると、その進行にしたがって生ずるせん断変形がダイラタンシーを伴い、密度の周期的な変化を生み出し、それが内部摩擦角の周期的変化を生み、それはすべり面の傾きの周期的変化をつくり出していることが観測されている⁶⁾。すなわち粉粒体の力学的性質が、波の伝播する方向に周期的、連続的に変化している。いま周期的な外力によって、そのような変化が、くり返し引き起こされるときには、**Fig. 1** にみられるように、加振面と受波面との間に定常的な状態が観測される。

Fig. 1 The standing wave between vibrator A and receiving transducer B

このような周期的変化は次ぎのように表わせる。

$$F\{2\pi f(t-x/v)\} \quad (7)$$

ここに v は波の速度、 f は波の振動数である。

任意の時刻 t_0 を原点とした圧力の、場所による変化は

$$F(\epsilon, x, t_0) = F\{(2\pi f x/v)\} = F\{[2\pi/(v/f)]x\} \quad (8)$$

と表わせる。すなわち関数 F が場所 x の変化とともに周期的に変化することを示している。そして

$$t = k/f \quad (k=1, 2, \dots) \text{ のとき } F=0 \quad (9)$$

また、ある場所 x_0 での圧力の時間的变化をみると、

$$x_0 = kv/f \quad (k=1, 2, \dots) \text{ のとき } F=0 \quad (10)$$

$x_0=0$, $t_0=1/f$ のとき、圧力の時間的变化は、

$$F=\{2\pi f t_0\} \quad (11)$$

で表わされる。すなわち、 v/f は圧力が同じ値をとる空間的長さであり、 $1/f$ は、圧力が同じ値をとる時間的長さである。これは圧力の時間的变化の形と空間的变化の形が同じ周期関数となることを示しているの、周期関数としての F は次ぎのようにおける。

$$F(\omega t + k\pi) = F(\omega t), \quad (\omega = 2\pi f) \quad (12)$$

いま粉体材料の代表長さを a とし、平均位置からのずれを δu で表すとき、次のような量が考えられる。

$$\phi = 2\pi \delta u / a \quad (13)$$

このとき

$$\partial u / \partial x \doteq \tan \phi \quad (14)$$

ϕ が小さいときには、

$$\tan \phi \doteq \phi \quad (15)$$

したがって近似的に

$$\partial u / \partial x \doteq (2\pi/a) \delta u \quad (16)$$

ここに $2\pi/a$ は、波数に相当する量である。

Eq.(6)とEq.(16)とから、粉粒体中での圧力波の伝わりを近似的に表わす運動方程式として

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \alpha^2 u \quad (17)$$

が求まる。ここに

$$\alpha = \sqrt{\frac{\partial}{\partial x} v(x)^2}, \quad v(x) = \sqrt{\frac{E(x)}{\rho(x)}} \quad (18)$$

伝播速度 v は密度 ρ の変化で変わるから、 α は粉粒体の不均質さを表わす非線形パラメータとなる。

圧力波 $A \exp(i\omega t)$ は、このような周期的ポテンシャル $\phi(x)$ によって変調されていると考えられるから

$$u = \phi(x) \exp(i\omega t) \quad (19)$$

と表わし、また

$$t = \int (1/v) dx \quad (20)$$

によって座標を x から t に変換すると、Eq.(17)は

$$(d^2 \phi / dt^2) + (\omega^2 - \alpha^2) \phi = 0 \quad (21)$$

Fig. 2 Stability diagram of the Mathieu equation in the (r, ω) plane

となる⁷⁾。Eq.(18)より明らかなように、 α^2 は $[t^{-2}]$ なる次元を含むから、粉粒体の力学的性質が場所により、ある平均の性質を中心として周期的に変化していることから

$$\alpha^2 = -\omega^2 \cdot r \cdot F(\omega t) \quad (22)$$

とおく、いま周期関数としてたとえば余弦関数を用いると、Eq.(21)は

$$(d^2u/dt^2) + \omega^2 \{1 + r \cos(t)\} u = 0 \quad (23)$$

となる。ここに r は、ある平均値からの変動の程度を示す量である。この式はMathieuの式として、その解

$$u(t) \simeq \exp(\tau t) F(t) \quad (24)$$

の性質は、すでに良く研究されてきた⁸⁾。

Fig. 2 は、この解の安定な存在領域の様子を表わしたものである。斜線の部分が不安定な領域である。 r がごく小さいところまでも解は存在している。そして、それは周波数スペクトル上では離散的な孤立したピークを示すものとなる。

このことは、ある周期の波は比較的に減衰しないで伝播するが、ある範囲内の周期の波は少しの距離で大きく減衰してしまうことを示している。粉粒体の場合は空隙も多く、波長が短く振幅の小さい波は、一層速く減衰する。しかし、上述の安定条件を満たすところのある卓越した周波数を用いるときには、情報を伝達しうる可能性を期待することができる。

3. 実験と結果

運動方程式の解の性格は、局所的秩序構造の様子を反映しているとみられる。実際に加振しているときの粉粒体のダイナミックスは、エネルギーの注入と消耗が同時に存在し、基準モードは、釣り合った統計的定常状態として局所構造を形成しているとみられる。

実験は砂中に埋設した加振器から圧力波を放射し、その伝播の状態を測定した。砂の深さは、最も深いところで350mmである。測定は、深さ100mmから150mmの深さでおこなった。

3.1 実験装置

砂の槽は、多穴スチール薄板で、長さ1250mm、幅800mmの半円筒形状の容器を作り、内側に厚さ50mmのガラスウールを張りめぐらしたもので、槽内にはけい砂(平均粒径:0.18mm)を入れ、加振器、受圧器を埋め込んだ状態にある。Fig. 3は加振器の全景である。電磁音さの先端に、粉粒体と接触する加振板が固定されている。槽内のガラスウール隔壁に穴をあけ挿入して用いる。用いた加振円板の直径は40mm、受圧器の受圧面の直径は、25, 40mmを用いた。Fig. 4は受圧器の検出部と容器(鋼製)である。Fig. 5に測定系全体の配置の状況を示した。Fig. 6は圧力波検出器(加速度計)の周波数応答検定曲線である。数Hzから10kHzまで平坦であることが分かる。

Fig. 3 View of the equipment of vibrating system

Fig. 4 View of the deector

(G:glass wool absorbers, P:audio - oscillator
R:receiving transducer, S:sand, T:vibrator)

Fig. 5 Diagrammatic sketch of testing method

Fig. 6 Frequency spectrum of detector

3.2 放射圧力波の伝播特性

3.2.1 圧力波の伝達指向特性

圧力波の強さは、一般に方向によって異なってくる。圧力波放射面に垂直な方向の値を基準にとって、加振点より半径 300 mm の位置について測定したデータから、その方向特性を表わしたものが Fig. 7 である。点線が実験値である。

半無限弾性体面上の半径 a の円板から、正弦波を放射したときの弾性体中のたて波の指向特性 DI は、半径 a が波長に比べて十分に小さく距離が大きい場合には、次のように求まる⁹⁾。

$$DI = \mu^2 (\mu^2 - 2 \sin^2 \theta) \cos \theta / J(\sin \theta) \quad (25)$$

$$\mu^2 = C_{11} / C_{44} = 2(1 - \nu) / (1 - 2\nu) \quad (26)$$

ここに C_{11} は材料でのたて波弾性率 ($= \rho \cdot c$, ρ は密度, c はたて波速度), C_{44} は剛性率, ν はポアソン比であり, θ は中心軸上からの角度である。関数 J は

$$J(\xi) = (2\xi^2 - \mu^2)^2 - 4\xi^2 \sqrt{(\xi^2 - 1)} \sqrt{(\xi^2 - \mu^2)} \quad (27)$$

Fig. 7 に Eq.(25) より求めた値を実線で示した。なお、このときのポアソン比は 1/10 である。また指向特性は

Fig. 7 Directivity pattern of radiated pressure wave (●: measured value). These results may be compared with the calculated values (solid line) assuming Poisson's ratio 0.1. The pressure for the angle 0° is arbitrarily chosen as unity. The direction corresponding to the angle 0° is the axis. The axis is the center line perpendicular to the plane of the vibrating plate

加振板の形状によっても変わる。

3.2.2 伝播距離減衰特性

材料が完全弾性体のときには、系内での反射、屈折による周波数成分の変化はないが、粉粒体中では、その非弾性・不均質要因により伝播中における周波数成分の変化は複雑になっている。

いまエネルギー U をもつ波動が一波長の距離を進む間に失うエネルギーを ΔU とするとき

$$Q = 2\pi U / \Delta U \quad (28)$$

なる値は、粉体内での波動の距離減衰特性を表わすものとなる。圧力波の伝播過程における周波数応答 $A(f)$ は、伝播距離 d と Q 値を用いたとき、次のように表わされるものとする。

$$A(f) = \exp\{-(\pi f / v Q) d\} \quad (29)$$

Fig. 8 は距離 300 mm 隔てた二点での圧力波スペクトルの比を求めたもので、この結果から Q 値はほぼ 6~7 と求められる。圧力波速度 v はほぼ 100 m/s と求められたので、たとえば 400 Hz 成分が 300 mm 伝播するときは Eq.(29) より $\exp(-0.628)$ すなわち、およそ 0.53 つまり 1/2 程度に減衰することが分かる。これは実測値とよい一致をみる。また Fig. 11 のデータで $A(f)$ 値についてみると、360 Hz のピークについて Eq.(29) を用いると、1 m 隔てた所での値は $\exp(-1.9)$ およそ 0.15 となり実測値 0.10 とほぼ揃う。これらは減衰の要因を主に距離減衰によるものとした扱い (Eq.(29) の表現) がほぼ妥当なことを意味している。

3.3 ランダム加振実験と結果

Fig. 9 は電磁加振器を励振させるために用いたランダム信号発生器の出力パワーの周波数スペクトルであ

Fig. 8 Damping characteristic of the pressure wave in sand ($X(d_i)$: spectrum of the pressure wave at a distance d_i from vibrator)

Fig. 9 Output spectrum of signal generator

Fig. 10 Power spectrum of exciting force

Fig. 11 Solitonic pattern of the ordered dynamic state induced by the random force

る。ほぼ全域にわたって平坦であることが分かる。しかし実際の加振器では慣性的・摩擦的抵抗のために、その出力振幅の周波数依存性は、Fig. 10にみられるようなスペクトルを持った不規則振動となっている。この不規則振動波が砂に加えられたとき、受波器にはFig. 11にみられるような圧力波が現われる。周波数スペクトルには、Fig. 11のように特定の波長をもつ構造へのエネルギーの集中を示す孤立したピークがみられる。また低いなどかなピークが、鋭いピークの1/3周波数を中心とした領域に見受けられる。この抽出された“隠れた動力学の構造”が、非線形系としての砂のもつ基準モードの実態であると考えられる。

3.4 強振実験と結果

次に、加振状態としては前述のFig. 11にみた基準モードを選定し、その振幅を増幅させていくとき、いわゆる振幅増加に伴う不安定性や倍周期構造の発生など、内部での局所的動的構造の変化がみられた。

Fig. 12は、その一例である。Fig. 13は、基準モードの分数調波数での振動を加え、その伝播距離による変化の様子をみたものである。

ここで興味のあるのは、Fig. 13(3)にみられる伝播波形の様子である。それは中間位置での不規則波形(Fig. 13(2))を経て、元の加振点での波形(Fig. 13(1))に復帰しつつあることで、いわゆる再帰現象が現れている

(a) ; Small amplitude case

(b) : Large amplitude case

Fig. 12 Amplitude dependency of the solitonic ordered mechanism

とみられることである¹⁰⁾。また位相図は、それぞれの位置で形成されている局在秩序構造を反映しており、Fig. 13(3)の位相図からは、Fig. 14にみられるような、二つの安定した平衡状態をもつ井戸型ポテンシャルモデルで表せる構造が生成されていることが分かる¹¹⁾。

Fig. 13 Propagation characteristic of the solitonic wave induced by a nonlinear vibration

Fig. 14 Phase plane and potential model of solitonic states of the excited grain

3.5 パラメトリック励振

この方法は、二つの異なる周波数の波の非線形相互作用を利用して、それから鋭いビーム幅の差周波の波を発生させ、超指向発振を確保する方法である。これまで音響工学でよく用いられてきた方法であるが、今回、砂の中でも発生させうることを確認した。**Fig.15**は1900 Hzと1650 Hzを発振させて、差周波250 Hzを発生させた例である。これは粉粒体の中での情報の並

列的処理方式の可能性を示すものである。

4. 考 察

粉粒体に振動を加えた場合、その振幅を大きくしていくと粒子同士の非線形相互作用から、多重周期構造や分数(1/3)調波を生ずる構造が発生することが分かった。いま仮に加振項を $\cos(\omega t)$ とおくと、波 $x \sim \cos(1/3 \cdot \omega t)$ の発生からは x^3 項($\cos(\omega t)$ を含む)の設定が考えられる。これとEq.(17)より粉粒体内での圧力波の伝播の基礎式として

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \alpha^2 u + \kappa u^3 \quad (30)$$

なる関係が近似的に考えられる。この関係は**Fig. 16**にみられるような孤立波の解を持っている¹²⁾。

$$u(x, t) = \sqrt{\frac{2\alpha}{|\kappa|}} \operatorname{sech}\left(\sqrt{\alpha} \frac{x-vt}{\sqrt{1-v^2}}\right) \quad (31)$$

観測された基準モード波は、この孤立波の連なりと考えられ、Eq.(30)は動秩序状態の力学的モデル表現と

Fig. 15 An example of measuring results on nonlinear parametric array ; (B_0) : primary wave (1.9 kHz and 1.65 kHz), (C) : difference frequency component (250 kHz) generated by parametric array

なる。

5. ま と め

粉粒体に刺激を与えたとき、粒子間の非線形相互作用によって生ずる動力学の構造が、並列的情報処理機能をもつことが分かった。このことは粉粒体の力学的機能の運用において新しい局面の展開を示唆する。

Fig. 16 Transverse profile of the solitary wave (solution of Eq. (12))

Nomenclature

DI : directivity index	[dB]	α^2 : parameter	[m/s ²]
E : Young's modulus	[Pa]	τ : parameter	[m/Pa·s]
F : stress function	[Pa]	ϵ : strain	[-]
f : frequency	[Hz]	κ : coefficient	[m ⁻¹ ·s ⁻²]
t : time	[s]	ν : Poisson's ratio	[-]
u : displacement	[m]	ρ : density of granular material	[kg/m ³]
v : velocity of propagation of pressure wave	[m/s]	σ : stress	[Pa]
x : coordinates	[m]	ω : angular frequency	[Hz]

References

- 1) Okamoto, H. : *J. Fac. Eng., Univ. Tokyo*, **36**, 37 (1981), *J. Soc. Powder Technol., Japan*, **23**, 857 (1986)
- 2) Iida, K. : *Bull. Earthquake Res. Inst.*, **16**, 131 (1938) **17**, 783 (1939)
Takahashi, T. and Sato, Y. : *ibid*, **27**, 11 (1949), **28**, 37 (1950)
Deresiewicz, H. : *Advances in Applied Mechanics*, Vol. V, Academic press (1958)
- 3) Brandt, H. : *J. Appl. Mech.*, **22**, 479 (1955)
- 4) Deresiewicz, H. : *J. Appl. Mech.*, **21**, 52 (1954), **25**, 402 (1958)
Thurston, C. W. and Deresiewicz, H. : *J. Appl. Mech.*, **26**, 251 (1959)
- 5) Selig, E. T. and Eben, E. Vey : *J. Soil Mech. and Found. Div., Proc. ASCE*, May, 19 (1965)
- 6) Jenkin, C. F. : *Proc. Roy. Soc. London, Ser. A*, **131** 53 (1931)
- 7) Whitham G. B. : "Linear and Nonlinear Waves", Part II, p. 363, John Wiley & Sons (1974)
- 8) Toda, M. : "Shindo-ron", p. 38, Baifu-kan (1968)
- 9) Miller G. F. and H. Pursey : *Proc. Roy. Soc. London Ser. A*, **223**, 521 (1954)
- 10) Toda, M. : "Hisenkei-koushi-rikigaku", p. 4, Iwanami (1987)
- 11) Earl H. Dowell and Christophe Pierre : "Chaos in Nonlinear Dynamical Systems" (ed. Jagdish Chandra) p. 176, Siam (1984)
- 12) Yukawa, H., *et al* (ed.) : "Koten-buturi-gaku-II", p. 206, Iwanami (1973), H. Shimizu, Y. Yamaguchi and K. Satoh : "Dynamic Patterns in Complex Systems" (ed. J. A. S. Kelso, A. J. Mandell and M. F. Shlesinger), p. 42, World Scientific (1988)