微粒子に働く最大静電気力の検討

増 田 弘 昭*, 松 坂 修 二*

Maximum Electrostatic Force acting on a Particle

by

Hiroaki MASUDA[†] and Shuji MATSUSAKA[†]

Key Words : Electrostatic Force, Fine Particle, Air Breakdown, Saturation Charge, Surface Charge Density

1. はじめに

粉体プロセスでは、個々の粒子が壁面あるいは周囲の粒子と接触や衝突を繰り返しており、静電気によって帯電量が著しく増加すると、操作性に影響がみられる。一方、電気集塵、静電粉体塗装、電子写真などのように、粒子の帯電性を積極的に利用する技術も進められているが、理論的に十分解明されているとは言えない。一般に、粒子が小さくなると帯電に基づく静電気力の影響が強くなるようになるため、特に微粒子の静電気現象が重要といえるが、粗粒子に対する説明をそのまま微粒子に適用している場合が多いようである。

本報では、微粒子の気中放電限界に基づく飽和帯電を考慮したときの静電気力を推算し、ファン・デル・ワールス力をはじめとする他の付着力と比較検討する。

2. 気中放電限界と最大表面電荷密度

粗粒子の気中放電限界は電界強度を用いて説明されているが、放電限界には二つの異なる基準すなわち電界と電圧があり、両方の限界値を超えるとときに放電し始めることが指摘されている¹⁾。電界および電圧に関する気中放電限界として、それぞれ次の値が用いられる。

$$E_{bk} \cong 3MV \cdot m^{-1} \quad (1)$$

$$V_{bk} \cong 300V \quad (2)$$

ここで、 V_{bk} はパッシェンの法則²⁾における絶縁破壊電圧の最小値に相当する。これらの値は、平行平板間の測定結果に基づくものであるが、飽和帯電量の説明には十分であると考えられている¹⁾。

基本的な電気理論に基づいて放電限界に対応する最大表面電荷密度について以下に検討する。電荷 q 、電位 V の粒子が外部電界の働かない空間で孤立していると、静電容量 C との間に次式が成立する。

$$q = CV \quad (3)$$

粒子を直径 D_p の球形と考えると静電容量は次式で与えられる。

$$C = 2\pi \epsilon_0 D_p \quad (4)$$

ここで、 ϵ_0 は周囲の媒体(空気)の誘電率である。このときの帯電量 q はEqs.(3), (4)から次式となる。

$$q = 2\pi \epsilon_0 D_p V \quad (5)$$

また、粒子表面における電界強度を E とすると q は次のようにも表わされる。

$$q = \pi \epsilon_0 D_p^2 E \quad (6)$$

最大表面電荷密度 σ_{max} は、電界と電圧に関する気中放電限界値を用い、Eqs.(5), (6)を粒子の表面積 πD_p^2 で割ることによって求めることができる。すなわち、

1993年 4月 2日 受付

• 京都大学工学部化学工学教室
(〒606-01 京都市左京区吉田本町) TEL. 075-753-5565

[†] Dept. of Chem. Eng., Kyoto Univ.,
(Yoshida-Honmachi, Sakyo-ku, Kyoto 606-01)

Fig. 1 Relationship between surface charge density and particle diameter

$$\sigma_{\max} = 2\epsilon_0 V_{bk} / D_p \quad (D_p \leq 2 \times 10^{-4} \text{ m}) \quad (7)$$

$$\sigma_{\max} = \epsilon_0 E_{bk} \quad (D_p \geq 2 \times 10^{-4} \text{ m}) \quad (8)$$

粒子径 $D_p = 2 \times 10^{-4} \text{ m}$ のとき, Eq. (7) と Eq. (8) の $\sigma_{\max}$ は等しい。すなわち, 粒子径が $200 \mu\text{m}$ 以上では Eq. (8) で, $200 \mu\text{m}$ 以下では Eq. (7) で最大表面電荷密度が決まる。

一方, Harper³⁾ は, 線電極の放電限界値を微小粒子に適用した Schumann の報告をもとにして, 微小粒子の最大表面電荷密度 $\sigma_{\max}$ を次のように表わした。

$$\sigma_{\max} = a_1 D_p^{-0.3} \quad (a_1 \cong 1.03 \times 10^{-5}) \quad (9)$$

また, 濱本ら⁴⁾ は微小液滴の表面電荷密度を実験的に求めており, 各条件において得られた結果の分布を考慮して, 最大頻度における表面電荷密度を評価した。このときの関係は次の実験式で表わされる。

$$\sigma = a_2 D_p^{-0.5} \quad (a_2 \cong 1.2 \times 10^{-6}) \quad (10)$$

Eqs. (7), (8), (9), (10) の計算結果および実験結果を Fig. 1 に示す。乾燥空気誘電率は $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ とした。微粒子では, いずれの関係式においても粒径が小さくなるほど表面電荷密度が大きくなることわかる。実験値は, ほぼ Eq. (7) と Eq. (9) の間に分布しているが, 濱本らは実験値に非持続性の放電効果が含まれていると考察しており, 最大表面電荷密度は実験値より多少大きくなるものと予想される。したがって, 最大表面電荷密度の推算として Eqs. (9), (10) は過小評価となり, Eq. (7) の方が近似式として妥当であると考えられる。

3. 粒子間相互作用力

2 粒子の中心間距離を r , 粒子の電荷をそれぞれ q_1 , q_2 とすると, 粒子間に作用する静電気力は次式で与え

られる。

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (11)$$

二つの球形粒子(誘電体)が接触しており, 粒子表面間距離 z が $z \ll D_p$ とすると, Eq. (11) は次のように表わされる。

$$F_e = \frac{\pi \sigma_1 \sigma_2}{\epsilon_0} \left(\frac{D_{p1} D_{p2}}{D_{p1} + D_{p2}} \right)^2 \quad (12)$$

ここで, σ_1 と σ_2 は各粒子の表面電荷密度である。静電気力の最大値 F_{emax} は, 電荷が互いに反対符号で, 最大表面電荷密度に達しているとき*であり, Eq. (12) に Eq. (7) あるいは (8) を代入することにより, それぞれ次のように得られる。

$$F_{\text{emax}} = -4\pi\epsilon_0 V_{bk}^2 \frac{D_{p1} D_{p2}}{(D_{p1} + D_{p2})^2} \quad (D_{p1}, D_{p2} \leq 2 \times 10^{-4} \text{ m}) \quad (13)$$

$$F_{\text{emax}} = -\pi\epsilon_0 E_{bk}^2 \left(\frac{D_{p1} D_{p2}}{D_{p1} + D_{p2}} \right)^2 \quad (D_{p1}, D_{p2} \geq 2 \times 10^{-4} \text{ m}) \quad (14)$$

粒子径が等しいとき ($D_p = D_{p1} = D_{p2}$), Eqs. (13), (14) はそれぞれ次のようになる。

$$F_{\text{emax}} = -\pi\epsilon_0 V_{bk}^2 \quad (D_p \leq 2 \times 10^{-4} \text{ m}) \quad (15)$$

$$F_{\text{emax}} = -\frac{\pi\epsilon_0 E_{bk}^2}{4} D_p^2 \quad (D_p \geq 2 \times 10^{-4} \text{ m}) \quad (16)$$

一方, ファン・デル・ワールス力 F_v は, Hamaker 定数を A とすると次式で与えられる。

$$F_v = -\frac{AD_p}{24z^2} \quad (17)$$

式中の負記号は引力を表わしている。粒子の接触部において弾性変形が生じることを考慮すると次のようになる⁵⁾。

$$F_v = -\frac{AD_p}{24z^2} \left(1 + \frac{A^2 k^2 D_p}{216z^7} \right) \quad (18)$$

ただし, k は次式で定義される弾性特性定数である。

$$k = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (19)$$

*たとえば, ある粉体に仕事関数が大きく異なる少量の粉体を撚拌によって混合する場合や, 飽和帯電粒子が金属壁面近くで電気影像効果を受ける場合などが考えられる。

ここで、 v_1, v_2 は各粒子のポアソン比、 E_1, E_2 はヤング率である。

また、液架橋力 F_c は、液と粒子の接触角をゼロとし、液架橋の大きさが粒子径に比べて十分小さいとすると次式で表わされる。

$$F_c = -\pi\gamma D_p \quad (20)$$

静電気力、ファン・デル・ワールス力、液架橋力の大きさを比較検討するためにEqs.(15), (16), (17), (18), (20)の計算結果をFig. 2に示す。粒子径によって付着力の支配要因は変化するが、放電限界に達するまで十分に帯電したミクロンオーダー以下の微粒子では、静電気力が支配的であることがわかる。ただし、これは乾燥雰囲気等を想定したものであり、高湿度になると放電限界値が低下するため飽和帯電量が減少し、したがって液架橋力が支配的となる。また、高分子材料のように比較的弾性変形を起しやすい粒子では、10 μ m以上においてファン・デル・ワールス力が支配的となることがわかる。なお、弾性変形による粒子の中心間距離の変化を考慮すると、静電気力(クーロン力)は粒子径の減少とともに少しずつ大きくなる傾向にあるが、ミクロンオーダー以上ではこの影響はほとんど無視できる。

ところで、粒子の表面粗さが増加するとファン・デル・ワールス力のような近接力は著しく低下するが、静電気力のような場の力は変化しないため、静電気力の影響が相対的に大きくなることが予想される。表面粗さ b を考慮したファン・デル・ワールス力は、近似的に次式で与えられる。

Fig. 2 Calculated values of interaction force between particles

$$F_{vb} = -\frac{AD_p}{24(z+b)^2} \quad (21)$$

また、ファン・デル・ワールス力は、 $z+b$ が10nmのオーダー以上になると遅延効果を考慮する必要がある、 $(z+b) \ll D_p$ のときには、Gregory⁶⁾が提案したポテンシャルエネルギーの近似式から次のように誘導される。

$$F_{vb} = -\frac{A\lambda D_p}{24\{c(z+b)+\lambda\}(z+b)^2} \quad (22)$$

ただし、定数 c は5.32であり、波長 λ は100nmとする。Eqs.(15), (16)およびEq.(22)から次の関係式が得られる。

$$\begin{aligned} F_{\text{emax}}/F_{vb} &= \frac{24\pi\epsilon_0 V_{bk}^2 \{c(z+b)+\lambda\}(z+b)^2}{A\lambda D_p} \\ (D_p \leq 2 \times 10^{-4} \text{m}) \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} F_{\text{emax}}/F_{vb} &= \frac{6\pi\epsilon_0 E_{bk}^2 \{c(z+b)+\lambda\}(z+b)^2 D_p}{A\lambda} \\ (D_p \geq 2 \times 10^{-4} \text{m}) \end{aligned} \quad (24)$$

Eqs.(23), (24)の計算結果をFig. 3に示す。静電気力とファン・デル・ワールス力の比は、粒子径に対する表面粗さの割合 b/D_p を一定にすると、粒子径に対して極小値をもつことがわかる。また、気中放電限界の基準の違いから、粒子径 $D_p=200\mu$ mを境に変化の傾向は異なるが、粒子の表面粗さが大きくなるほど静電気力が支配的となることがわかる。本計算条件では、表

Fig. 3 Effect of surface roughness on ratio of electrostatic force F_{emax} to van der Waals force F_{vb}

面粗さが粒子径の $1/10^6$ 以上において、いかなる粒子径においても静電気力の方がファン・デル・ワールス力より大きくなり、仮に、Hamaker定数が10倍になったとしても、表面粗さが粒子径の $1/10^6$ 以上で静電気力の方が支配的となる。実際の粒子の表面粗さはこれらの値より大きいことが多く、十分に帯電した粒子では、静電気力による影響を受けやすいといえる。

4. 結 論

1) 200 μm 以下の粒子の最大表面電荷密度は、電圧に

関する気中放電限界値を考慮する方法によって近似的に求められることが、既往の実験結果との比較から確認された。これによって、粒子径の減少とともに最大表面電荷密度が大きくなる現象が説明される。

2) ミクロンオーダー以下の微粒子が十分に帯電すると、静電気力は液架橋力やファン・デル・ワールス力よりも大きくなり得る。また、粒子の表面粗さが増加するとファン・デル・ワールス力よりも静電気力による付着力の方が一層大きくなる。

Nomenclature

A : Hamaker constant	(J)	F_v : van der Waals force (smooth surface)	(N)
a_1 : constant in Eq. (9)	($\text{C} \cdot \text{m}^{-1.7}$)	F_{vb} : van der Waals force (rough surface)	(N)
a_2 : constant in Eq. (10)	($\text{C} \cdot \text{m}^{-1.5}$)	k : quantity defined by Eq. (19)	($\text{m}^2 \cdot \text{N}^{-1}$)
b : surface roughness of particle	(m)	q, q_1, q_2 : charge	(C)
C : capacitance	(F)	r : distance between particles	(m)
c : constant in Eq. (22)	(-)	V : voltage	(V)
D_p, D_{p1}, D_{p2} : particle diameter	(m)	V_{bk} : critical voltage for air breakdown	(V)
E : electric field	($\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$)	z : separation distance	(m)
E_{bk} : critical electric field for air break down	($\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$)	γ : surface tension	($\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$)
E_1, E_2 : Young's modulus	($\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$)	ϵ_0 : permittivity	($\text{F} \cdot \text{m}^{-1}$)
F_c : liquid bridge force	(N)	λ : characteristic wavelength	(m)
F_e : electrostatic force	(N)	ν_1, ν_2 : Poisson ratio	(-)
F_{emax} : maximum electrostatic force	(N)	$\sigma, \sigma_1, \sigma_2$: surface charge density	($\text{C} \cdot \text{m}^{-2}$)
		σ_{max} : maximum surface charge density	($\text{C} \cdot \text{m}^{-2}$)

References

- 1) Crowley, J. M. : "Fundamentals of applied electrostatics", pp. 3~38, John Wiley & Sons (1984)
- 2) Seidenki Gakkai (ed.) : "Handbook of Electrostatics", p. 215, Ohmu Sha (1981)
- 3) Harper, W. R. : "Contact and Frictional Electrification", pp. 14~15, Oxford Univ. Press (1967)
- 4) Hamamoto, N., Y. Nakajima and T. Sato : *Proceedings Institute Electrostatics Japan*, 15, 452 (1991)
- 5) Dahneke, B. : *J. Colloid Interface Sci.*, 40, 1 (1972)
- 6) Gregory, J. : *J. Colloid Interface Sci.*, 83, 138 (1981)