遠心式空気分級機における分離粒子径 —粒子と流体の相対速度および粒子形状・凝集の影響—

伊 藤 光 弘*

Cut Size Simulation of a Centrifugal Air Classifier —The Influence of Relative Velocity, Shape and the Agglomerate of Particles—

by

Mitsuhiro ITO[†]

A numerical study of the size of cut in a cage-type centrifugal air classifier was carried out by the calculation of 2-dimensional particle trajectories, taking notice of the tangential component of relative velocity between air and particles. The tangential component at the cut becomes remarkable over a cut size of $10\mu\text{m}$ in 2500kg/m^3 of particle density. To reduce the tangential component for effective classification, the tangential component of air velocity at the outlet of the guide vanes, clearance between the vanes and the rotor blades and tangential component of the initial speed of particles, should be larger. Moreover, the radial and inward component of the speed of the particles should be smaller.

Key Words : Centrifugal Size Classification, Cut Size, Particle Trajectories, Relative Velocity

1. 緒 言

遠心式空気分級機的设计などにおいて、分離粒径を簡易的に推定するには粒子にはたらく遠心力と抗力のバランスに基づき、Stokes則¹⁾あるいはAllen則²⁾による抵抗係数を代入して計算されることが多い。しかしその推定精度は一般に必ずしも実用に耐え得るものではない^{3,4)}。その理由は、i) 粒子の初速度や分級機の寸法・形状に基づく、粒子と流体間の相対速度の接線方向成分が考慮されていないこと、ii) 粒子を球形かつ単一粒子とみなしていること、iii) 分離粒径そのものの定義が明確でないこと、iv) 粒度分布の測定そのものが未だ完全でないことなどに起因している^{3,4)}。

このような状況下で著者らはすでに、i) に注目して粒子軌道計算から分離粒径を求めると、粉碎した珪砂やセメントについて、実際に分級したときの50%分離粒径によく一致することを報告した⁴⁾。これは、分離粒径の推定にあたっては、相対速度の接線方向成分を考慮することが重要であることを意味している。著者はまた、実測値によく適合する簡易的な実験式をも見いだしているが^{3,4)}、それは実測データからの統計的な検討にとどまっており、上述の個々の問題には立ち入っていない。

本報告では、上述のi) およびii) に注目し、二次元の粒子軌道シミュレーションを行うことにより、まず遠心場の種々の条件に対する分離粒径を考察し、さらには、接線方向成分について粒子と流体間の相対速度状況を調べ、分級機の実分離粒径に関する設計方法を検討した。併せて、粒子形状や凝集の実分離粒径に及ぼす影響についても検討した。

1993年 6月 28日 受付

* 小野田セメント(株)生産技術研究所

(〒285 千葉県佐倉市大作 2-4-2) TEL. 043-498-3874

[†] Technical Research Laboratory, ONODA CEMENT Co., LTD
(2-4-2, Ohsaku, Sakura-city, Chiba, 285)

2. 想定した分級機の構造

本シミュレーションで想定した分級機の構造を Fig. 1 に示した。分級原料は上部から供給され、分散盤で分散されながら分級空間に入る。一方、分級に必要な空気はガイドベーン(分級機の全周に固定・配列され、角度調整可能)を通して分級機後方のファンにより吸引される。分級空気はこの時、このガイドベーンによって均一な渦運動を開始し、さらにロータブレードによって分級に必要な速度まで加速される。すなわち、ガイドベーンとロータブレードの間を分級空間と定義すると、そこでの気流は二次元の渦気流と見なすことができる。分級空間に供給された粒子は、この渦気流とともに渦運動を開始し、そのとき粒子にはたらく遠心力と抗力のバランスによって分級される。その結果、このバランスによって定まる分離粒径より小さい粒子はロータの内部に入り、出口ダクトを経由して排出・捕集される。一方、大きな粒子は分級空間の中を繰り返し分級作用を受けながら重力によって落下し、粗粉排出口から排出される。このような分級機はすでに報告されているO-SEPA(小野田セメント(株), 商品名)^{3,4,5)}と原理的に同じである。

なお、分離粒径のコントロールは、ロータブレードの回転数または分級空気流量、すなわち粒子に与えられる遠心力または抗力によって行われる。また分級は分級空間だけで行われるものとし、例えばロータブレード間(ロータ外周面より内側)での粒子とブレードの衝突・反発による分級作用⁶⁾は無視した。その理由は、i) この種の分級機では、流体の遠心加速度が最も高い

① Motor	⑦ Coarser material outlet
② Material feed	⑧ Dispersion plate
③ Rotor	⑨ Classifying space
④ Rotor blade	⑩ Bag filter
⑤ Guide vane	⑪ Fan
⑥ Exhaust duct	

Fig. 1 Schematic view of the imaged classifier

部分はロータ外周面またはその外側にあること、ii) ロータブレードにはある程度の厚みがあるため、気流速度のロータ半径方向成分(内向気流速度)が分級空間に比べて大きくなり、その結果流体の粒子に及ぼす抗力は大きくなること、によってロータブレード間に入った粒子の大部分は細粉側に回収されると考えたからである。

3. シミュレーションの方法

遠心式空気分級機について、二次元粒子軌道計算を行うための分級部断面での気流モデルを Fig. 2 に示した。この中で、 R_1 はロータブレード外接円の半径で、 R_2 はガイドベーン内接円の半径に相当する。また、 ω_1 はロータブレードの角速度であり、 ω_2 は分級空間へ入る気流の角速度である。分級原料は半径位置で $0.99R_2$ のところに供給されるものとした。

Fig. 3 には、Fig. 2 の気流モデルを基に、分級の概念

Fig. 2 Sink-vortex flow model of the classifier

Fig. 3 Examples of classification model

図を示した。0.99 R_2 の位置にある初速で供給された粒子は、分級空間の気流によって加速または減速され、分級作用を受ける。一般にはFig. 3(a)のように、ロータブレード外周部が分離粒径に決定的な役割を果たし、分級空間での半径方向各位置の平衡粒径(遠心力と抗力が釣り合う粒径)は、ロータブレード外周部が最も小さい。Fig. 3(b)については後述する。

Lapple and Shepherd⁷⁾によって与えられた、回転運動をする流体中の粒子の運動方程式は、 κ を動力学的形状係数とし、粒子にはたらく抵抗係数としてSchiller Naumannの式⁸⁾を採用^{*1}して書き直すと次のようになる。

$$m \frac{dV_r}{dt} = m \frac{V_\theta^2}{r} \left(1 - \frac{\rho_f U_\theta^2}{\rho_p U_\theta^2} \right) - 3\pi\mu D_p \kappa (1 + 0.15 Re_p^{0.687}) (U_r - V_r) \quad (1)$$

$$m \frac{dV_\theta}{dt} = -m \frac{V_\theta V_r}{r} - 3\pi\mu D_p \kappa (1 + 0.15 Re_p^{0.687}) (U_\theta - V_\theta) \quad (2)$$

Eqs.(1)および(2)において、代表長さ、代表角速度としてそれぞれ R_1 、 ω_1 を用いると、各変数は次のように無次元化される。

$$\begin{aligned} t^* &= t\omega_1, \quad r^* = r/R_1, \quad R_2^* = R_2/R_1, \quad V_r^* = V_r/(R_1\omega_1), \\ V_\theta^* &= V_\theta/(R_1\omega_1), \quad U_r^* = U_r/(R_1\omega_1), \\ U_\theta^* &= U_\theta/(R_1\omega_1), \quad \omega_2^* = \omega_2/\omega_1 \end{aligned}$$

さらに、 $\rho_f/\rho_p \div 0$ であるので、Eqs.(1)および(2)は次のように書き変えられる。

$$\frac{dV_r^*}{dt^*} = \frac{(V_\theta^*)^2}{r^*} - \frac{\kappa}{P} (U_r^* - V_r^*) (1 + 0.15 Re_p^{0.687}) \quad (1')$$

$$\frac{dV_\theta^*}{dt^*} = -\frac{V_\theta^* V_r^*}{r^*} - \frac{\kappa}{P} (U_\theta^* - V_\theta^*) (1 + 0.15 Re_p^{0.687}) \quad (2')$$

$$\text{ここで } P = \frac{\rho_p D_p^2 \omega_1}{18\mu} : (\text{慣性パラメータ}) \quad (3)$$

$$Re_p = Re_{p0} \{ (U_r^* - V_r^*)^2 + (U_\theta^* - V_\theta^*)^2 \}^{0.5} : (\text{粒子レイノルズ数}) \quad (4)$$

$$Re_{p0} = \frac{\rho_f D_p R_1 \omega_1}{\mu} \quad (5)$$

$$R_1 \leq r \leq R_2 \quad (6)$$

*1 本研究での計算(4節参照)では結果的に、粒子レイノルズ数はほとんどの場合1前後にあり、最も大きい場合でも30前後であった。したがって本式の採用には問題はないと考える。

である。すなわち、遠心場での粒子の運動は、慣性パラメータ P と粒子レイノルズ数 Re_p で表現することができる。

また、気流速度 U_θ および U_r をNavier-Stokesの式から導くと、本研究で想定した分級機では次の通りである(Appendix 参照)⁹⁾。

$$U_\theta = \frac{J_1 R_1^{(1+C_1)} (r^*)^{(1+C_1)} + R_1^3 (R_2^*)^2 J_2 / r^*}{J_3} \quad (7)$$

$$U_r = U_{r(R_2)} (R_2^* / r^*) \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし } J_1 &= R_1^2 \omega_1 \{ (R_2^*)^2 \omega_2^* - 1 \} \\ J_2 &= R_1^{C_1} \omega_1 \{ (R_2^*)^{C_1} - \omega_2^* \} \\ J_3 &= R_1^{(2+C_1)} \{ (R_2^*)^{(2+C_1)} - 1 \} \\ C_1 &= R_1^2 \omega_1 R_2^* U_{r(R_2)} / (v + \epsilon_m) \end{aligned}$$

分級空間での二次元粒子軌道計算には、Eqs.(1')および(2')に初期条件(r_0 , θ_0 , V_{r0} , $V_{\theta0}$)を与えて、Runge-Kutta-Gill法を用いた。その場合、分離粒径を求めるには、ロータブレード外周面 R_1 より内側に入る粒子のうち最も大きな粒子を試行法で見つけることにした。この試行法では、粒子径を0.5 μm きざみとし、時間 t の増加を0.1msごととして5000ステップ(500ms)で計算を打ち切りとした。正確な分離粒径粒子は、Fig. 4に示したように分級に要する時間は無限大になるが、本計算では5000ステップまでに R_1 より内側に到達した粒子の中で最大の粒径を分離粒径としているため、本シミュレーションで得た分離粒径は、条件によっては本来の分離粒径より幾分か小さな値となっていることがあり得る。しかしながら本法で得た分離粒径は、実測値の50%分離径とほぼ一致していることがすでに確認されている⁴⁾ので、それ以上のステップ数での計算は行わなかった。

Fig. 4 Retention time of particles for classification in the classifying chamber

Table 1 Dimensions and conditions for the calculation

Dimensions	$R_1(\text{m})$	$0.5R_2, 0.8R_2, 0.9R_2, 0.95R_2$
	$R_2(\text{m})$	0.3, 0.6, 1.2
Conditions	$\omega_1(\text{rad/s})$	50~500
	$\omega_2(\text{rad/s})$	$0.05\omega_1, 0.1\omega_1, 0.3\omega_1, 0.7\omega_1, \omega_1$
	$U_{r(R_2)}(\text{m/s})$	-3.54
	$V_{\theta 0}(\text{m/s})$	0, $0.5R_2\omega_2, R_2\omega_2$
	$V_{r0}(\text{m/s})$	-3, 0, 3
	$\rho_p(\text{kg/m}^3)$	500, 1000, 1500, 2500, 4000, 5500

Table 1にはこの計算を行った分級機の寸法と種々の条件を示した。なお、流体は20℃、1気圧の乾燥空気とし、分離粒径は断りのない限りStokes径で表現している。

4. 結果および考察

4.1 粒子および流体の物性が分離粒径に及ぼす影響

Eqs.(1') および(2') より、粒子の運動は $\kappa(1+0.15 \cdot Re_p^{0.687})/P$ によって決定される。すなわち $\kappa(1+0.15 \cdot Re_p^{0.687})/P$ が一定であれば粒子の運動は同じであり、分離粒径や粒子の気流に対する遅れも同じになる。このことより

$$\kappa(1+0.15 Re_p^{0.687})/P = k \quad (9)$$

とおいて変形すると、慣性パラメータの定義式(3)より

$$D_p = \left[\frac{18\mu\kappa(1+0.15 Re_p^{0.687})}{k\rho_p\omega_1} \right]^{0.5} \quad (10)$$

となり、Stokes域では

$$D_p = \left[\frac{18\mu\kappa}{k\rho_p\omega_1} \right]^{0.5} \quad (11)$$

となる。ここで D_p は球相当径であり、Stokes径 D_{ps} は次式で変換される。

$$D_{ps}^2 = D_p^2 / \kappa \quad (12)$$

なお、粒子の密度 ρ_p 、流体の粘性係数 μ がそれぞれ変化しても、分離粒径はEq.(10)またはEq.(11)から計算できる。ただし、Eq.(10)では分離粒径 D_p は、粒子レイノルズ数 Re_p の関数となる。

Fig. 5には、いくつかの粒子密度についてEqs.(1') および(2')を用いた場合の、分離粒径と ω_1 (ロータブレードの角速度)、および R_1 における分離粒径粒子の流

Fig. 5 Influence of ω_1 and ρ_p on cut size and on velocity ratio $V_{\theta(R_1)}/U_{\theta(R_1)}$ between cut size particles and fluid at R_1

体との速度比^{*2} $V_{\theta(R_1)}/U_{\theta(R_1)}$ と ω_1 の関係を示した。これによれば、同図下方に示したように、分離粒径が10~20μm程度以上で分離粒径粒子の気流に対する遅れが生じているが、粒子密度の変化に対してEq.(11)は実用的にほぼ適用できるといえる。

4.2 分級装置条件が分離粒径におよぼす影響

Fig. 6には、いくつかの ω_2 (分級空間に入る気流の角速度) について、分離粒径と ω_1 (ロータブレードの角速度)、および R_1 における分離粒径粒子の流体との速度比 $V_{\theta(R_1)}/U_{\theta(R_1)}$ と ω_1 の関係を示した。これによると、 $R_2=0.3\text{m}$ で ω_1 が100rad/s以下、かつ ω_2 が比較的小さいとき、分離粒径は大きくなっているが、それは同図下方に示したように、粒子がロータブレード外周部に到達したところにおいて気流の速度 (= ロータの速度) に比べて遅れがあることで説明できる。

また ω_2 が大きくなり、強制渦に近づくとき分離粒径が小さくなっているのは、Fig. 3(b)に示したように、ロータブレード外周部より外側の方が、粒子にはたらく遠心力と抗力のバランスする粒径が小さくなるためである。

Fig. 7には、いくつかの R_1 (R_2 を同じにしてロータの半径 R_1 を変化させた) について、分離粒径と ω_1 、および R_1 における分離粒径粒子の流体との速度比 $V_{\theta(R_1)}/$

^{*2} $r=R_1$ における流体と粒子の相対速度の接線方向成分 ($U_{\theta(R_1)} - V_{\theta(R_1)}$) と速度比 ($V_{\theta(R_1)}/U_{\theta(R_1)}$) の関係は次の通りである。
 $U_{\theta(R_1)} - V_{\theta(R_1)} = U_{\theta(R_1)} \{1 - V_{\theta(R_1)}/U_{\theta(R_1)}\}$

Fig. 6 Influence of ω_1 and ω_2 on cut size and on velocity ratio $V_{\theta(R_1)}/U_{\theta(R_1)}$ between cut size particles and fluid at R_1

Fig. 7 Influence of ω_1 and R_1 on cut size and on velocity ratio $V_{\theta(R_1)}/U_{\theta(R_1)}$ between cut size particles and fluid at R_1

$U_{\theta(R_1)}$ と ω_1 の関係を示した。これによると、比較的小さい分級領域(ω_1 が大きなところ)では、 R_1 を R_2 に接近させた場合に分離粒径が小さくなる。これはロータ径が大きくなるために遠心加速度 $R_1\omega_1^2$ も大きくなることで説明される。しかし ω_1 が小さなところでは逆転している。これは分級空間の幅が狭いために、分離粒径付近の粒子が充分加速されないうちにロータブレイ

ド外周部に到達するからであることが、同図下方に示した $V_{\theta(R_1)}/U_{\theta(R_1)}$ の計算結果からわかる。また、Figs.6および7において分級機を $R_2=1.2\text{m}$ までスケールアップすると、同一の ω_1 では以上のような傾向は無くなるが、これはロータ半径が大きくなったことによって粒子にはたらく遠心加速度も大きくなり、遅れの影響が小さくなったためである。

Figs. 8および9には、分級空間へ入る粒子の接線方

Fig. 8 Influence of ω_1 and V_{θ_0} on cut size and on velocity ratio $V_{\theta(R_1)}/U_{\theta(R_1)}$ between cut size particles and fluid at R_1

Fig. 9 Influence of ω_1 and V_{r_0} on cut size and on velocity ratio $V_{\theta(R_1)}/U_{\theta(R_1)}$ between cut size particles and fluid at R_1

向初速度 $V_{\theta 0}$ および半径方向初速度 V_{r0} を変化させて分離粒径と ω_1 、および R_1 における分離粒径粒子の流体との速度比 $V_{\theta(R1)} / U_{\theta(R1)}$ と ω_1 の関係を示した。これらによると、分離粒径が $10\mu\text{m}$ 程度以上では $V_{\theta 0}$ や V_{r0} の影響が決して無視できないといえる。このことは、著者らの別報⁴⁾に示した実験結果と一致している。

以上より、比較的粗いところでの分級、例えば $10\mu\text{m}$ 程度以上の分級では、分級機的设计条件や操作条件によっては、粒子の加速不足がおこり、粒子と流体のそれぞれの速度の接線方向成分が同一として計算した分離粒径と大きく異なってくる。そしてこれは、分級空間入口での気流の角速度 ω_2 とロータの角速度 ω_1 の関係、分級空間の幅と気流速度の分級空間内半径方向成分、あるいは粒子の初速の程度で変化することになる。すなわち遠心式空気分級機的设计においては、このような、粒子の加速不足状況を推定することを怠ると、必要以上にロータブレードの回転速度を高くしなければならず、その結果軸動力や圧力損失の増加、ロータブレードの摩耗増加を招く。場合によっては目的とする粒径で分級できない結果にもなる。したがって、この加速不足の程度を予測することが重要になる。

4.3 粒子形状と凝集状態が分離径に及ぼす影響

実際の分級操作では、粒子は一般に球形ではなく、またある程度の凝集状態にある。そこでまず、動力学的形状係数 κ [= (非球形粒子に実際にはたらく抗力) / (非球形粒子と同じ体積を有する球にはたらく抗力)] を考える。Davies¹⁰⁾によれば、 κ は繊維状粒子などを除くと多くの場合 1 と 2 の間にある^{*3}。また凝集については、凝集による形状の変化と空隙の存在による凝集体の見かけ密度 ρ_{pa} の両方を考慮しなければならない。このような場合の実験値はすでにいくつか報告されており¹¹⁻¹³⁾、8 個以下の集合球塊では $\kappa = 1.232$ を得ている^{12,13)}。実際の分級操作を考えたとき、凝集体の形状を推定することは容易でないで、本研究では κ と ρ_{pa} を分けて考え、それぞれ 1~2 および $500 \sim 2500\text{kg/m}^3$ の範囲で分離粒径(球相当径)のシミュレーションを行った。その結果を Fig. 10 に示した。これによると、例えば、粒子の密度 ρ_p が 2500kg/m^3 で球形($\kappa=1$)として計算した場合と、それが凝集して見かけ密度 ρ_{pa} が 1500kg/m^3 (この場合空隙率 40%) になり、形状も球でなく $\kappa=1.5$ になった場合および $\rho_{pa}=1500\text{kg/m}^3$ 、 $\kappa=2.0$ の場合を考える

と、後二者の分離粒径は前者のそれに比べてそれぞれ約 1.7 倍および約 2 倍になっている。しかしながら、分級機内での粒子の運動が Stokes 域であれば Eqs. (11), (12) に示したように、動力学的形状係数が変化しても、Stokes 径は変化しない。Fig. 11 には、珪砂粉末($\kappa \approx 1.57$)とタルク粉末($\kappa \approx 2.04$)についての分離粒径(50% 分離粒径)を示している。これによれば、MICROTRAC SRA(日機装(株)製)で測定した場合には同一分級条件でタルクの分離粒径は珪砂の場合の約 2 倍になっているが、Stokes 径に換算すると両者

Fig. 10 Influence of κ and ρ_{pa} on cut size at $R_1=0.24\text{m}$, $R_2=0.30\text{m}$

Fig. 11 Influence of shape of particles and definition of particle-size on cut size(50% separation size)

*3 球: 1, 立方体: 1.08, 砂: 1.57, タルク: 2.04

の粉末はほぼ同じ分離粒径になっていることが確認できる。

また、ここではシミュレーションを行っていないが、分級空間で粒子濃度が高くなり粒子間距離が短くなってくると粒子の相互作用が生じ、粒子にはたらく抗力は完全分散系で考えた場合より大きくなっていくために¹⁴⁾、分離粒径はさらに大きくなることが予想される。

5. 結 論

遠心式空気分級機の実分離粒径について、粒子と流体の相対速度および粒子形状に注目し、粒子軌道シミュレーションを行った。得られた結果の主なものを以下に示す。

1) ロータブレードの角速度、分級空間入口での空気の角速度、分級空間の幅、空気の半径方向成分速度あるいは粒子の初速によっては、分離粒径は、粒子と流体の間に相対速度の接線方向成分がないと仮定して、粒子にはたらく遠心力と抗力のバランスから単純に計算した場合より、かなり粗い分級となることがある。

2) 1)の現象は、粒子密度が2500kg/m³の場合、分離粒径が10μm程度以上で起こりやすくなる。分離粒径が大きくなるにしたがい、この現象は顕著になり、条件によっては実用上容認し難い状況にもなる。したがって、分級機的设计にあたっては、粒子の慣性の影響を十分に配慮する必要がある。

3) この配慮を充分に行うことによって気流に対する粒子速度の遅れが少なくなり、分級効率の向上(より低いロータ回転数で所定の分級を行うことによって、軸動力や圧力損失の低減を図る)や分級機の機械的負荷の低減(ロータの摩耗低減)が期待される。

4) 具体的には、分離粒径が10μm程度(粒子密度2500kg/m³の場合)以上の分級において、ガイドベーン出口気流速度の接線方向成分、ガイドベーンとロータブレード間の距離および粒子初速度の接線方向成分ともに現実的な範囲で大きくとり、粒子初速度のロータブレード半径方向成分は内向きにならないようにすることが望ましい。

5) レーザ回折式粒度測定器であるMICROTRAC SRA(日機装(株)製)で測定した場合の実分離粒径であっても、動力学の形状係数を考慮することによって、Stokes径で表した分離粒径に概略換算できる。

〔謝 辞〕 本研究をまとめるにあたり、京都大学増田弘昭教授には有益な助言を賜った。ここに記して感謝の意を表します。

Appendix

円筒極座標系で表したNavier-Stokesの式は、速度および圧力ともに θ 方向、 z 方向に一樣で、かつ流体は非圧縮性とする、

$$U_r \frac{\partial U_r}{\partial r} - \frac{U_\theta}{r} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{3}{4} (v + \epsilon_m) \left(\frac{\partial^2 U_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial r} - \frac{U_r}{r^2} \right) \quad (\text{A-1})$$

$$U_r \frac{\partial U_\theta}{\partial r} + \frac{U_r \cdot U_\theta}{r} = (v + \epsilon_m) \left(\frac{\partial^2 U_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial r} - \frac{U_\theta}{r^2} \right) \quad (\text{A-2})$$

となる。また、

$$U_r = U_{r(R2)} \cdot (R_2/r) \quad (\text{A-3})$$

であり、 θ 成分について U_r 、 U_θ および p はそれぞれ半径位置 r のみの関数とすると、Eq.(A-2)は

$$\frac{d^2 U_\theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \left(1 - \frac{R_2 U_{r(R2)}}{v + \epsilon_m} \right) \frac{dU_\theta}{dr} - \frac{U_\theta}{r^2} \left(1 + \frac{R_2 U_{r(R2)}}{v + \epsilon_m} \right) = 0 \quad (\text{A-4})$$

となり、Eq.(A-3)より

$$\frac{dU_r}{dr} = -\frac{U_{r(R2)} \cdot R_2}{r^2} \quad (\text{A-5})$$

$$\frac{d^2 U_r}{dr^2} = \frac{2U_{r(R2)} \cdot R_2}{r^3} \quad (\text{A-6})$$

であるので、Eq.(A-1)にこれらを代入すると

$$\frac{\rho U_\theta^2}{r} + \frac{\rho U_{r(R2)}^2 R_2^2}{r^3} = \frac{dp}{dr} \quad (\text{A-7})$$

となる。ここでEq.(A-4)はオイラー型の常微分方程式であるので、 $r=e^t$ とにおいて独立変数を r から t に変換してこれを解くと、任意の A および B に対して

$$U_\theta = A r^{(1+C_t)} + B r^{-1} \quad (\text{A-8})$$

$$C_t = R_2 U_{r(R2)} / (v + \epsilon_m) \quad (\text{A-9})$$

となり、初期条件を

$$U_\theta = R_1 \omega_1 \quad \text{at} \quad r = R_1$$

$$U_\theta = R_2 \omega_2 \quad \text{at} \quad r = R_2$$

とすれば, Eq.(A-8)は次のようになる。

$$U_\theta = \frac{J_1 r^{(1+C_t)} + R_1^2 R_2^2 J_2 / r}{J_3} \quad (\text{A-10})$$

ただし, $J_1 = R_2^2 \omega_2 - R_1^2 \omega_1$

$$J_2 = R_2^{C_t} \omega_1 - R_1^{C_t} \omega_2$$

$$J_3 = R_2^{(2+C_t)} - R_1^{(2+C_t)}$$

これを無次元化するとEq.(7)を得る。

また半径方向の圧力変化はEq.(A-10)をEq.(A-7)に代入して求められる。

Nomenclature

C_t : dimensionless number	(-)	ρ_{pa} : apparent density of agglomerate	(kg/m ³)
D_p : particle diameter	(m, μm)	ω : angular speed	(rad/s)
F : acceleration of external force	(m/s ²)	Subscripts	
P : inertial parameter	(-)	f : fluid	
p : static pressure	(Pa)	p : particle	
R, r : coordinate direction from axis of vortex	(m)	(R_1) : at the point of R_1	
Re_p : particle Reynolds number	(-)	(R_2) : at the point of R_2	
t : time	(s)	r : radial direction	
U : time mean velocity of air	(m/s)	z : axial direction	
V : time mean velocity of particles	(m/s)	θ : tangential direction	
ϵ_m : eddy diffusivity for momentum	(m ² /s)	1 : at the coordinate of a circumcircle of rotor blades	
κ : dynamic shape factor	(-)	2 : at the coordinate of a inscribed circle of guide vanes	
μ : molecular viscosity	(Pa·s)	*	: dimensionless number
$\nu = \mu / \rho_f$: kinematic viscosity	(m ² /s)		
ρ : fluid density	(kg/m ³)		

References

- 1) Stokes, G. G. : *Trans. Cambridge Phill. Soc.*, **9**, Part II, 51(1851)
- 2) Allen, H. S. : *Phil. Mag.*, **5**, 519(1900)
- 3) Ito, M. and Y. Sota : *Onoda Kenkyuu Houkoku*, **40**, 144(1988)
- 4) Ito, M. : *J. Soc. Powder Technol., Japan*, **28**, 488 (1991)
- 5) Onuma, E., T. Furukawa and T. Misaka : *Kagaku Kougaku*, **50**, 372(1986)
- 6) Sato, Y., T. Nagamine and Y. Yamada : *J. Soc. Powder Technol., Japan*, **27**, 225(1990)
- 7) Lapple, C. E. and C. B. Shepherd : *Ind. Eng. Chem.*, **32**, 605(1940)
- 8) Schiller, L. and A. Naumann : *Z. V. D. I.*, **77**, 318 (1933)
- 9) Ito, M. : *J. Soc. Powder Technol., Japan*, **28**, 624 (1991)
- 10) Davies, C. N. : *J. Aerosol Sci.*, **10**, 477(1979)
- 11) Kops, J., G. Dibbets, L. Hermans and J. F. Van de Vate : *J. Aerosol Sci.*, **6**, 329(1975)
- 12) Kousaka, Y., K. Okuyama and A. C. Payatakes : *J. Colloid Interf. Sci.*, **81**, 21(1981)
- 13) Stöber, W., H. Flachsbarth and D. Hochrainer : *Staub*, **30**, 277(1970)
- 14) Cunningham, E. : *Proc. Ray Soc. A*-**83**, 357(1910)