貯槽内微粉体の粉体圧に関する研究

永徳久登*, 廣田満昭*, 鈴木道隆*, 大島敏男*

A Study of the Pressure of a Fine Powder in a Bin

by

Hisato EITOKU[†], Mitsuaki HIROTA[†], Michitaka SUZUKI[†],and Toshio OSHIMA[†]

Janssen's equation is applied to estimate the pressure of the fine powder contained in a bin. In the storage of fine powder, the void fraction varies with the depth of the bed. The mechanical properties of the bed, such as cohesions and the ratio of the horizontal stress to the vertical stress, depend on the void fraction of the bed. To estimate a powder pressure using Janssen's equation, these mechanical properties are expressed as a function of the major principal stress acting on the bed. Powder pressures are calculated for the bed conditions of both plastic equilibrium and dynamic friction. Experimental results show that the powder pressures are in the range of the estimated values.

Key Words : Janssen's Equation, Distribution of Powder Pressure, Compressive Property, Shear Properties, Dynamic Friction Coefficient

1. 緒言

貯槽内の粉体圧に関する研究はかなり以前から行なわれており、数多くの理論と実験結果が報告されている^{1~3)}。しかし、取り扱う粉体が微粉体の場合、実際の粉体圧は理論式で算出した値とかなり異なる場合がある。これは、粉体物性(かさ密度、応力比など)の圧力依存性が大いいためと考えられる。すなわち、微粉体の貯槽においては、層下部の粉体は上部粉体によって圧密され、高さ方向に充てん率分布を持つため、物性値を層全体で一定として取り扱うことはできない。また、層内の応力状態も必ずしも限界状態にあるとはいえないが、これらを考慮した粉体圧の研究は極めて少ない。そこで本報では、粒状材料の静的粉体圧を算

出する理論式として広く用いられているJanssen式をもとに、先に述べた点を考慮して、粉体の物性試験結果から微粉体層の粉体圧の算出を試み、実験値との比較検討を行なった。

2. 試料粉体および物性試験

2.1 試料粉体

試料粉体として、流動性の良いフライアッシュと、流動性の悪い微粉体のシリカおよび軽質炭酸カルシウムの3種類を用いた。これら試料粉体の50%粒径ならびに粒子密度とゆるみかさ密度をTable 1に示した。

Table 1 50% Particle diameter, particle density and aerated bulk density of sample powders

Sample powder	50% Particle diameter $D_{50}(\mu\text{m})$	Particle density $\rho_p(\text{kg}/\text{m}^3)$	Aerated bulk density $\rho_B(\text{kg}/\text{m}^3)$
Flyash	13.2	2320	928
Silica	3.2	2650	461
CaCO ₃	3.6	2550	291

1994年3月7日 受付

第31回粉体に関する討論会(1993年10月, 神戸)にて一部発表

* 姫路工業大学工学部産業機械工学科

(〒671-22 姫路市書写2167) TEL. 0792-67-4842

† Dept. of Chem. Eng., Faculty of Eng., Himeji Inst. Technol., (2167 Shosha, Himeji, 671-22)

2. 2 物性試験

2. 2. 1 セン断試験

平行平板型のせん断試験機を用いて各試料粉体のせん断試験を行なった。**Fig. 1**は所定の圧密応力 σ_1 で予圧密後、せん断時の圧縮応力 $\sigma(<\sigma_1)$ でせん断を行ったときのせん断応力 τ とせん断ひずみ Δs との関係の概念を示したものである⁴⁾。 τ はP点($\tau=\tau_p$)に達するまでは大きくなるが、それより Δs が大きくなると、逆に減少し、C点に至る。P点は粉体層の任意の面でまさにすべり崩壊が起ころうとしている応力状態(以下、限界応力状態と呼ぶ)であり、 $\sigma(<\sigma_1)$ に対して τ_p をプロットすることによって、破壊包絡線(powder yield locus, 略してPYL)が得られる。また、C点の状態は、せん断応力は一定($=\tau_c$)で Δs だけが增加する、いわゆる定常すべり状態であり、 $\sigma(<\sigma_1)$ に対して τ_c をプロットすることによって、粒子-粒子間の限界状態線(critical state line, 略してCSL)が得られる。PYLから粉体層の内部摩擦角 ϕ_i とせん断付着力(粘着力) C_i が求められる。また、CSLから層の動摩擦角 δ_i を求めることができる。以上は粒子層内部の崩壊であるが、粒子と壁面間の崩壊を扱えば壁面破壊包絡線(wall yield locus, 略してWYL)および粒子-壁面間の限界状態線が得られる。それらの結果から、粒子-壁面間の粘着力 C_w 、壁面摩擦係数 $\mu_{ws}(=\tan \phi_w)$ および壁面動摩擦係数 $\mu_{wd}(=\tan \delta_w)$ が求められる。

Fig. 2にシリカのPYLを示す。PYLは僅かに上に凸の曲線になるが、ほぼ直線で近似でき、内部摩擦角 ϕ_i は予圧密時の最大主応力 σ_1 によらずほぼ一定になる。しかし、縦軸の切片として得られる粒子間のせん断付着力 C_i は σ_1 の増加に伴って大きくなる。

ここでは示していないが、WYLもPYLと同じ傾向がみられ、壁面摩擦係数 μ_{ws} は σ_1 に依存しないが、粒子-壁面間のせん断付着力 C_w は σ_1 に依存する。

Fig. 3に各試料粉体についての粉体層の限界状態線

Fig. 1 Conceptual diagram of shear process

Fig. 2 PYL of sample powder

Fig. 3 CSL of sample powders

(CSL)を示す。粒子間のCSLは予圧密応力 σ_1 によらず原点を通る一本の直線となる。よって、内部動摩擦角 δ_i は層の σ_1 によらず、試料固有の値を持ち、また、 $C_i=0$ になる。

同様に、粒子-壁面間の動摩擦角 δ_w も σ_1 に依存せず、試料および壁面材質により決る固有の値を持ち、また、 $C_w=0$ になる。

2. 2. 2 圧縮試験結果

Fig. 4に粉体層の圧縮試験結果を示した。Table 1に示したように、これらの試料の粒子密度の差は小さいが、かさ密度はかなり異なる。また、附着性の強い微粉ほど、かさ密度の値は小さく、垂直荷重の増加

Fig. 4 Relation between bulk density and normal stress

Fig. 5 Schematic diagram of apparatus

に伴うかさ密度の変化の割合も大きい。

3. 実験装置および方法

Fig. 5に実験装置の概略を示す。円筒容器①に試料粉体をふるいを通して、粉体層表面が平らになるように充てんしたときの粉体層の底面圧をロードセル④により連続的に測定した。この時、充てん速度をほぼ一定にするため、試料によりふるいの目開きを変えた。粉体層高さを0.05から0.6mまで0.05mごとに変えて、各々の粉体層高さでの底面圧を測定し、粉体層の高さ方向の圧分布を求めた。また同時に、投入粉体の重量もロードセル⑤で測定し、層の高さ方向のかさ密度の分布も求めた。

円筒容器として、内径0.105, 0.140および0.206mの3種類の透明アクリルパイプを使用した。

4. 実験結果および考察

4.1 粉体圧測定

Fig. 6に、各試料粉体の充てん時間(充てん量に対応している)に対する底面圧の変化の例を示す。層高さがある程度以上に高くなると、圧力に変動が見られるようになる。このことから、層上部の粉体圧によって下部層が崩壊し、圧密されることが分かる。しかし、圧力変動の様子は試料によりかなり異なる。流動性の悪い軽質炭酸カルシウムやシリカの場合、圧力の変動幅が小さいことより、層の圧密は連続的に起こっているものと考えられる。これは、付着性が強いので、層の充てん構造が非常に不均質になり、層全体に

Fig. 6 Relation between powder pressure and packing time

わたって局所的な圧密が頻繁に起るためと考えられる。これに対して、流動性の良いフライアッシュでは比較的大きな変動のピークが断続的に発生する。これは、フライアッシュは流動性が良いために粒子は均質な粉体層を形成する。そのため、層上部の粉体圧によって層下部が崩壊するとき、かなり広い領域で同時に動摩擦状態になるので、底面圧は高くなる。しかし、動摩擦力と底面圧が粉体の重量と釣り合ったとき、層は再び静止し、静摩擦状態になるので、底面圧は低下する。この現象が繰り返されるために断続的にピークが現れると考えられる。

一般に、理論式で粉体圧を算出する場合には、層全体が限界応力状態であると仮定している。しかし、微粉体のように粉体層の圧密が起こる場合、粉体圧により層が崩壊する直前では層全体は最大静止摩擦により釣り合うが、崩壊した後、動き出した粒子は、動摩擦の状態と釣り合って再び静止する。このように考えると垂直方向の粉体圧は層全体が最大静止摩擦により釣り合うときに最小となり、動的に釣り合う場合に最大となるはずである。しかし、層全体が同時に限界応力状態になる可能性は小さく、また、層全体が同時に動摩擦状態になることもない。そのため、粉体圧はこれら両者の間になるものと考えられる。よって、微粉体層の粉体圧は、単に限界応力状態だけで一義的に決るものではなく、釣り合いの条件により変化すると考えた方がよい。

そこで、Janssen式により粉体圧を求める際には、粒子-粒子間ならびに粒子-壁面間における応力状態を限界状態とする場合、および動摩擦状態とする場合の両方について算出した。

4.2 粉体圧の算出

以下に、付着性粉体におけるJanssen式を示す。

$$P = \frac{(\rho_B g D_T - 4C_w)}{4\mu_w k} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{4\mu_w k}{D_T} h\right) \right\} + P_0 \exp\left(-\frac{4\mu_w k}{D_T} h\right) \quad (1)$$

ここで、 P は垂直方向の圧力、 h は自由表面からの層深さ、 P_0 は $h=0$ での垂直圧力、 ρ_B はかさ密度、 D_T は容器の内径、 C_w は粒子-壁面間のせん断付着力(粘着力)、 μ_w は壁面摩擦係数である。 k は圧力比(垂直方向の圧力に対する水平方向の圧力の比)であり、いくつかの式があるが、以下に示すように限界応力状態を仮定する場合、PYLをもとにした k_1 を用い、動的状態ではCSLをもとにした k_2 を用いた。

$$k_1 = \left(\frac{1 - \sin \phi_i}{1 + \sin \phi_i} \right) \left(1 + \frac{C_i \cot \phi_i}{\sigma_1} \right) - \frac{C_i \cot \phi_i}{\sigma_1} \quad (2)$$

$$k_2 = \frac{1 - \sin \delta_i}{1 + \sin \delta_i} \quad (3)$$

ここで、 σ_1 は最大主応力であるが、貯槽内の最大主応力の方向はほぼ垂直方向に等しいので、垂直圧力 P を用いた。

また、 k_1 を用いて粉体圧を算出する場合は壁面摩擦係数として静摩擦係数 $\mu_{ws}(=\tan \phi_w)$ を用いた。一方、 k_2 を用いる場合、粉体-壁面間の摩擦力を求めるときも動摩擦係数 $\mu_{wd}(=\tan \delta_w)$ を用いた。

前述のように、微粉体層では物性値の圧力依存性が大きいために、物性値を一定として扱うことができない。特に、かさ密度は圧力により大きく変わるので、粉体層の深さ方向の圧力変化に応じた値を適用する必要がある。そこで、Janssen式の基になっている微分方程式を差分の形で表し、物性値を粉体圧の関数として与えることで数値的に解く方法⁵⁾が試みられている。ここでは、その考え方をもとに、粒子-壁面間の粘着力 C_w も σ_1 に依存することを考慮に入れて計算を行った。

まず、粉体のかさ密度変化を粉体層の圧縮試験結果から推定して粉体圧が計算できるかを検討する。

Fig. 7に粉体層のかさ密度分布の測定結果、および実測した粉体圧を粉体層の圧縮試験結果に入れて求めたかさ密度分布の計算結果を示す。フライアッシュの場合、両者はよい一致を示しているが、シリカ、軽質炭酸カルシウムの順にその相違は大きくなる傾向が認められる。これは、円筒容器内の粉体層の場合、高さ方向だけでなく半径方向にも圧分布が生じること、および充てん率の圧力依存性が付着性の高い粉体ほど大

Fig. 7 Relation between height of powder bed and bulk density

きくなるためと考えられる。しかし、どの試料についても計算結果は十分適応できる範囲内にある。そこで、粉体層の物性試験(圧縮試験およびせん断試験)だけからJanssen式により層内の高さ方向の粉体圧分布を計算する場合(以下、理論値と呼ぶ)と、実測したかさ密度分布とせん断試験結果から圧分布を計算する場合(以下、半理論値と呼ぶ)の2通りの結果を実測値と比較検討してみた。

Figs. 8~10に筒径0.140mの場合の各試料粉体についての粉体圧分布の実測値ならびに計算結果を示した。

フライアッシュの場合、 k_1 または k_2 を用いて計算した結果は、理論値と半理論値が互によく一致している。また、実測値は k_1 および k_2 を用いて計算した結果の範囲内に納まっている。他の二つの試料の場合もフライアッシュと同様に、実測値が k_1 および k_2 を用いて計算した結果の範囲内に納まっている。しかし、理論値と半理論値の相違は粉体の付着性の高いものほど大きくなる傾向が認められる。これは、Fig. 7に示したように、圧縮試験から得られたかさ密度が、実測したかさ密度よりも大きいためであり、その原因については前述の通りである。ただし、図中の粉体圧の実測値は、容器への粉体の充てん速度が遅い場合の結果であり、充てん速度によって投入粉体量も幾分違うので、粉体圧もそれに応じて異なってくるものと考えられる。

Table 2に、粉体層高さが0.6mのときの底面圧および投入粉体量の理論値の結果と実測値を示した。ただし、フライアッシュの容器径0.206mの場合については底面圧が使用したロードセルの許容範囲を越えるので実験は省略した。粉体層内の高さ方向の圧力分布については、容器の径や粉体の種類によらず、ほとんどの場合、 k_1 と k_2 を用いて計算したそれぞれの理論値の範囲内に納まった。

Table 2 Powder pressures and charges of sample powders

Sample	D_T (m)	Powder pressure(kPa)			Charge(kg)		
		Experimental data	Static friction	Dynamic friction	Experimental data	Static friction	Dynamic friction
Flyash	0.105	1.81	1.38	2.16	5.33	5.36	5.44
	0.140	2.13	1.79	2.69	9.60	9.61	9.73
Silica	0.105	0.70	0.58	0.90	2.63	2.67	2.76
	0.140	1.00	0.77	1.17	4.80	4.85	5.01
	0.206	1.41	1.11	1.58	11.3	10.8	11.1
CaCO ₃	0.105	0.42	0.40	0.81	1.76	1.90	2.11
	0.140	0.68	0.57	1.04	3.34	3.55	3.87
	0.206	0.76	0.85	1.37	7.32	8.13	8.65

Fig. 8 Relation between height of powder bed and powder pressure

Fig. 10 Relation between height of powder bed and powder pressure

Fig. 9 Relation between height of powder bed and powder pressure

一方、投入粉体量については、 k_1 、 k_2 を用いて計算した理論値の範囲から外れ、 k_1 から求めた値よりも僅かに小さくなる傾向が認められた。しかし、付着性の強い軽質炭酸カルシウムで筒径の大きい場合に、理論

値よりもかなり小さくなることを除いては、理論値との相違は比較的小さかった。したがって、微粉体の貯槽において、その底面圧力および投入粉体量は物性試験結果のみから、Janssen式に基づいて計算した理論値により推定可能であることが分かる。

5. 結 言

円筒容器を用いて微粉体の充てん実験を行なった。微粉体層の粉体圧は、粉体層の高さ方向における物性変化を考慮し、また、限界応力状態および動摩擦状態に対応する物性値を用いれば、本実験範囲(容器内径0.105~0.206m)において、Janssen式をもとに算出したそれぞれの理論値の範囲内に納まる。

また、投入粉体量についても、ほぼ推定が可能であるが、理論値は実測値よりも幾分大きくなる傾向が見られ、今後、更に検討する必要があると思われる。

Nomenclature

C_i : particle-particle cohesion	(kPa)	g : gravitational acceleration	(m/s ²)
C_w : particle-wall cohesion	(kPa)	H : height of powder bed	(m)
D_{50} : 50% particle diameter	(μ m)	h : depth from free surface in vessel	(m)
D_T : diameter of vessel	(m)	k : ratio of horizontal stress to vertical stress	(-)

k_1 : static value of k	(-)	ρ_B : aerated bulk density	(kg /m ³)
k_2 : dynamic value of k	(-)	ρ_P : particle density	(kg /m ³)
P : powder pressure at depth h	(kPa)	σ : compression stress	(kPa)
P_0 : powder pressure at $h=0$	(kPa)	σ_1 : major principal stress (pre-consolidation stress)	
Δs : shear strain	(-)		(kPa)
δ_i : angle of dynamic internal friction	(deg)	τ : shear stress	(kPa)
δ_w : angle of dynamic wall friction	(deg)	τ_c : shear stress at steady state	(kPa)
μ_w : coefficient of wall friction	(-)	τ_P : shear stress at plastic equilibrium	(kPa)
μ_{wd} : coefficient of dynamic wall friction	(-)	ϕ_i : angle of static internal friction	(deg)
μ_{ws} : coefficient of static wall friction	(-)	ϕ_w : angle of static wall friction	(deg)

References

- 1) Janssen, H. A. : *Z. Ver dt. Ing.*, **39**, 1045(1895)
- 2) Walker, D. M. : *Chem. Eng. Sci.*, **21**, 975(1966)
- 3) Walters, J. K. : *Chem. Eng. Sci.*, **28**, 131(1973)
- 4) Hirota, M., T. Kobayashi, O. Sano and T. Oshima : *J. Soc. Powder Technol., Japan*, **21**, 137 (1984)
- 5) Konami, M. : *Powder Sci. & Eng.*, **16**, 6, 75(1984)