物理屋の目から見た粉粒体の動力学(Ⅱ)

Dynamics of Granular Matter from the Physical Point of View

田 口 善 弘*

Yoshihiro TAGUCHI

Key Words : Vertical Pipe Flow, Chute Flow, Hopper Flow,
Vibrated Bed of Powder, Fluidized Bed

4. 重力が無い(あるいは無視できる)時の粉粒体の動力学

本稿では重力の無い場合は扱わないと書いたけれども、少しは触れておこう。その方が対比がはっきりとし、どうして重力の有る場合を扱う必要があるのか、という点について説得力が増すと思うからである。

重力の無い場合の粉粒体の動力学は、粉体工学の分野でかなりなされておられrapid granular flowと呼ばれている。rapid granular flowの定義を簡単に述べれば、「粉体同志が接触している時間と接触せずに自由に運動している時間を比べた時に、後者が圧倒的に長いもの」と定義できよう。

この定義からする限り実際には重力の存否は本質的ではない。重力に比べて、運動エネルギーが十分大きい時である。この、より定量的な意味は以下の通りである。粉粒体の粒径を d としよう。すると、重力による運動の時間スケールは、 $\sqrt{d/g}$ のオーダーである。一方、粉粒体の平均速度を v とすると、この運動の典型的な時間スケールは d/v である。rapid granular flowの場合、運動の時間スケールの方が重力運動の時間スケールよりずっと短い、すなわち、

$$d \ll \frac{v^2}{g} \quad (5)$$

である。この場合、重力の影響は無視できる。

rapid granular flowの場合には、(実につまらないことに)粉粒体の運動は古典的な気体運動論で扱うことができる。逆に言うと、通常の気体運動論との唯一の相違点は、通常の気体運動論では気体分子の集合は「孤立系」として安定であるが、粉粒体の場合は、常に外から加えられた外力によるエネルギーの注入と、粉粒体粒子間の摩擦や非弾性衝突によるエネルギーの散逸が釣り合っていないからである。

こういうと、何だか難しそうだが、実際の実験では適当な外力を与えることにより、自動的に散逸と釣り合うレベルに到達する。

この枠組みで計算を行うと、粘性定数などが速度や密度に依存しているという現象論で、かなりよく実験や数値計算を説明してしまう。物理学者にとっては、これではなにも新しいことはなく、はなはだつまらない(勿論、工学的な応用の重要な分野で、気体運動論のような理想的な状況での理論が役に立つというのは、大変、喜ばしいことではあるが)。この項についてのより詳しい議論は参考文献²⁷⁾に譲ることとする。

5. 重力による粉体流

重力の影響が重要な場合として、その物ズバリの重力によって粉体が行き渡る場合を考えよう。ここで考える重力による流れは境界と粉体粒子の間に動摩擦(あるいは粘性)があり、エネルギーの散逸があり、このエネルギー散逸と重力による仕事とがバランスすることにより定常状態が実現している場合である。定常状態

1994年 11月 8日受付

この記事は「重力下の粉粒体の動力学」という題名で物性研究(61巻, 1993年, 10月号)に掲載されたものを加筆, 修正したものである

* 東京工業大学理学部物理学科(〒152 目黒区大岡山 2-12-1)
TEL. 03-5734-2703

といっても、時間的及び空間的に平均をした場合の話であり、各瞬間や局所的には定常である必要はない。また、実際に局所的、瞬間的には定常にはなりにくく、それだけに、いろいろ面白いことが生じてくる。

5.1 垂直パイプ内の流れ

まず、一番単純な場合として垂直に立てたパイプ内を粉粒体が流れ落ちるという単純な場合を想定しよう。管壁と粉体粒子の間には摩擦がある。このような単純な場合では何も面白いことは起きないと思うかもしれないが、とんでもなく複雑なことが生じる。

この系の実験は非常に簡単である。内径1cm以下程度、長さ1~2mのガラス管を用意し、その上端にロートをつなぎ、ロート内に砂を供給し、ある程度定常的に砂が流れ落ちるようにするだけでよい。

なにもしなければ、砂はわりと素直にさらさら流れ落ちてくれるが、ガラス管の下端を細くして、空気の流れが困難になるようにしてやると、粉体流は非常に不規則な流れ方をする。全体としては下方に流れていくのであるが、あちこちに粉粒体の固まりが生じる。いったん生じた固まりはすぐ無くなる訳ではなくある程度の寿命を持ち、集団として移動する。見た目は一種のdensity waveがソリトンの的に移動しているように見える。このdensity waveはあちこちに発生し、各々が違った固有速度を持ち、運動するため合体やすり抜け、解離を繰り返し、非常に複雑なパターンを生じる。時にはこのdensity waveが上方に向かって移動することさえある(粉体粒子そのもののmass flowが上向きになるわけではないようだが)。

図5にこの現象を離散要素法で再現した場合²⁸⁾の時空パターンを示す。数値計算の境界条件は上下方向には周期的境界条件を課す。つまり、管を下って下端に到達した粒子はそのままの速度で管の上端に、出現する。管壁との相互作用は動摩擦、粉体粒子の回転は考慮されていない。摩擦に対する、Coulomb則は考慮されている。ちょっと奇妙なことは、この数値計算では気体の影響を全く考慮していないのである。それにも

図5 垂直管内の粉体流。時間は左から右に流れている。垂直の一本一本の線は、縮小された管のスナップショットであり、これを左から右へと並べてある。複雑な時空パターンと様々な速度のソリトンのdesntiy waveの共存が見られる。

かかわらず、再現される現象は実験と非常に近い。

定性的なことをいえば、粉体粒子間の非弾性衝突が重要であることは間違いない。この非弾性衝突のために、周囲に比べて相対的に速度の遅い領域が出現すると、その部分に累積的に団子状に粉体粒子がクラスター化して、集まることになる。これがdensity waveの成因であることは間違いない。この効果を促進するものとして、壁との大きな摩擦と空気との相互作用が実際的には同じ効果をもつことはありうることである。ただ、個人的にはこれは後述する流動層におけるスラッシングと同じ現象ではないかと思っている。ここでは空気が止まっていて、粒子が落下しているが、流動層では粒子が止まっていて空気が上向きに吹き上げている。相対的な運動は同じだからである。

この現象を空気と関係ないものとして扱う論文は、しかし、物理学者によってかなり集中的に書かれた^{29,30)}。それらは連続体近似の方法や、LGA法などを使って行なわれたものであるが、現象自身の記述にはどうやら成功しているようである。どうも、このような現象は実験装置/モデルの詳細にはよらないようである。

最近では、この現象とtraffic jam(交通渋滞)³¹⁾との関係が興味を持たれている。このような密度波はtraffic jamの簡単なモデルでも再現することができ、粉体流のdensity waveと関係がつくとすれば大変面白いことである。

5.2 傾斜板上の粉体流

これは重力による粉体流としてはもっとも一般的で誰もが考えつくシチュエーションであり、古くから研究されている。この場合も、系の単純さにくらべて挙動が著しく複雑である。

この系の実験は前述の垂直管内の粉粒体流に比べると難しいところがある。垂直でなく、斜面であるため、実効的な重力加速度が小さくなり、そのため定常的な(重力加速度と斜面との摩擦が釣り合った)速度に到達するまで、時間がかかる。このため、かなり長い斜路を用意する必要があり、実験装置の準備がいささか大変になる。

この系の実験として最近のものは³²⁾がある。Drakeはアクリル板で挟まれた2次元空間内をガラス球を転がすことにより、斜面上の粉体流に対する詳細な知見を得た。そこで彼が見たのは斜面からの距離によって、全く挙動が異なる粉体流の姿であった(図6)。まず、斜面に近い層の部分では、粉体が格子を組み、全体が一緒に移動する。これより少し上の層になると、格子が壊れてクラスターの単位で移動するようにな

図6 傾斜面上の粉体流の様子

る。さらに、上部になると個々の粒子が独立に運動するようになり、最上部は「流れる」というより「弾む」と言う方が適当な運動をするようになる。このように、重力下の粉粒体の運動では、格子を組んだ「固層」の部分と、粒子が比較的自由に運動する「液層」の部分が現れるのが特徴である。これがまた、理論的な解析を困難にしている。

もう一つの特異な現象としては、斜面の境界条件依存性がある。Drakeは斜面上を実験に用いられる粒子と同等のもので埋め尽くし、流動実験を行ったが、その際、斜面上の粒子の配置が規則的か不規則的かによって、流動の様子が異なることを見出した。不規則な場合には、いわゆる速度プロファイルが層高の関数として連続的に変化するが、規則的な斜面の場合は速度プロファイルに「飛び」が生じ、斜面の近傍の速度がゼロにならない(図7)。これは離散要素法を用いた数値シミュレーションでも再現されている³³⁾。

通常の流体ではslip, non-slipの2つの境界条件しかないわけであるが、粉粒体の場合は同じnon-slipでも規則的な境界と不規則な境界ではマクロな流れに違いが生じる訳で、粉粒体の取扱いの難しさをうかがわせるものがある。

この他、物理屋による斜面の数値シミュレーションには文献³⁴⁾があり、粉粒体ならではの複雑な挙動を見ることができる。粉体工学分野の研究としては例えば

図7 速度プロファイルの模式図。斜面が規則的か不規則かで斜面近傍の速度の層高依存性が著しく異なる

文献^{35,36)}がある。

斜面上の粉体流とは少しずれるが、この同じ装置を用いて、安息角を調べることもできる。最近ではMindlin forceでeffectiveな静止摩擦力を考慮することにより離散要素法で安息角のシミュレーションも行われている³⁷⁾。その結果によれば、安息角はほとんど静止摩擦力の性質のみによっており、他の要素には因らないという結果が出ている。但し、前述のように、Mindlin forceが本当の意味での静止摩擦力の表現になっているかどうかはかなり疑問の残るところである。また、このモデルを用いたSOCのシミュレーションも行われているが、definiteな結果は得られていない³⁸⁾。

5.3 ホッパー流

前述のようにこれが最も応用上重要である。勿論、物理的にもいろいろ面白いことは尽きない。ホッパーは下にロートのついたタンクである。北海道の酪農家や養鶏場を訪れると、飼料の保管場所としてホッパーを使っていたりするので、テレビなどでご覧になった方も多いと思う。広い意味では下にロートがついてなくて平な底面に穴が開いているだけのものもホッパー流である。ホッパー流には七不思議³⁹⁾というのがあって、

- (1) ホッパー内で粉体層が静止している時の壁圧は粉体層高に比例せず、層高が増すにつれてある一定値になる。
- (2) 下部の排出口を開き粉体を流出させると、ホッパー壁の下部に大きな壁圧(over pressure)が発生する。
- (3) 流出時のホッパー壁圧及び排出口からの流出量は周期的に変動する。
- (4) 流出流量は排出口の径の2.5~3乗に比例する。(流体ならば明らかに2乗である。)
- (5) 平均流出速度は粉体層高に無関係に一定である。
- (6) 排出口下部にパイプを連結すると流出流量が増大する事がある。
- (7) 排出口には限界径があり、粉体粒子の粒径の6倍以下では流出しない。

である。これだけを見ても、粉体流がその見掛けとは裏腹にひどく通常流体とは異なった挙動をすることが分ろう。

ホッパー流の特異性の原因は、前小節で見たような、粉体流の特異な内部構造に起因する。ホッパーから粉体が流れ出す時には流体の時と異なり、すべての粒子が一斉に排出口に向けて動き出す訳ではなく、あ

る一部分だけがクラスターとして移動する。この移動するクラスターと静止している周囲との境界は、非常にシャープで「滑り線(面)」と呼ばれている。2次元空間で実験又はシミュレーションを行うと、まず、右半分が流れ、次に左半分が流れ、を繰り返すのが分る。阪口ら⁴⁰⁾は球の代わりに円柱を用いた擬2次元系の実験を行い、この様子を詳細に報告している。

それでは、この不規則で流体からひどくかけ離れた流動性は、粉体に必ずついて回ることかというそうでもない。粉体粒径をランダムにしてやると、この滑り線を伴う特異な流れは消失し流体的な滑らかな流れが回復することが離散要素法で示されている(図8)。ランダムな系の方がユニフォームな系よりきれいな解を持っているというのはあまりにも逆説的だが、これも粉体特有の動力学に起因するものであろう。この辺もまったく研究が進んでいない。

七不思議の4番目と7番目に関係するシミュレーションが2次元で離散要素法により行われており、層高の下がる速さ(つまり、単位時間当たりの排出流量)が排出口の粒径 D の関数として $D-D_0$ に比例することが報告されている⁴²⁾。ここで、 D_0 は七不思議の7番目に登場する限界径である。しかし、このシミュレーションには静止摩擦力は含まれておらず、このことは、限界径の存在には必ずしも静止摩擦力は必要でないらし

いことが分る。この限界径については、阪口ら⁴⁰⁾が転がり摩擦を考慮した、より現実的な数値計算を行っているので、詳細は原論文を参照してほしい。

この他、ホッパー流では流れの揺らぎが $1/f$ ノイズを持っているということも報告されており⁴³⁾興味はつきない。

最後に、ホッパー流を扱う理論について現状を述べよう。工学的にはいろいろpracticalなモデルが提案³⁹⁾されているが、ここでは、物理関係のものについて述べよう。(離散要素法によるシミュレーションは、理論とはここでは呼ばないことにする。離散要素法で何かが再現されてもそれは往々にして何かを理解した事にはならないからだ。ここで言う理論とは、あくまで、現象の直接的な解釈を目的としたものに限る)。

まず、Cellular automataモデル⁴⁴⁾がある。これは非球形の粒子のホッパー流の再現を目的としたものでそれなりの結果を出しているが、どの程度汎用性があるかはかなり疑問がある。ただ、最近Cellular automataモデルは阪口によって改良が行なわれた結果、かなり使えるような物になったようである。したがって、Cellular automataモデルそのものの問題というよりは、いかにモデル化するかという問題であるかも知れない。もう一つHong⁴⁵⁾によって提案されたdiffusing void modelという数値モデルがあるが、これは粒子の運動ではなく粒子のないところ(void)の運動に着目したもので、ホッパー流の定常的な流れの様子をよく再現する。また、従来はなかなか扱いが難しかった、内部に障害物があり、粉粒体が残留してしまうような場合の粉体流もうまく扱うことができる。但し、これで、壁圧の計算や、 $1/f$ ノイズの計算まで出来るとはちょっと想像しにくい。

6. ミル内流動

ミル内流動で実験及び数値計算がよくやられているのは、回転軸が水平の円柱、およびその2次元バージョンである。といっても、物理屋による系統だった研究はあまりないようで、ここで参考文献としてあげられるのは^{46,47)}くらいである。

ミル内流動で面白いのはミルの回転速度によって、粉体の流動の様子がいろいろ変化することである。図9にこの様子を模式的に示す。回転速度が遅い場合にはお馴染みのavalanchが見られる。すなわち、ミルの回転に伴って、粉体表面が傾き有限の角度を持つようになるがこれが安息角を越えるとavalanchが起きて粉体表面が崩れ水平に戻る(振動モード)。次に、もう

図8 粒径が揃っている時のホッパー流(左, 中)と粒径がランダムな時のホッパー流(右)⁴¹⁾

図9 ミル内流動の模式図

少し回転速度が上昇すると粉体表面が平で傾いたまま安定化し、内部で粉体が大流的に回転するようになる(回転モード)。更に回転速度をあげると表面が安定ではなく、ひずんだ形になったり、粉体が飛び出したりするようになる(滝モード)。最後に、更に高速の回転においては粉体粒子が遠心力により、ミルの側面に張り付いてしまい、ミルと一緒に回転するようになる(遠心力モード)。

これらのモード間遷移がどのように起きるのか、また、それらは相転移なのか単なる見掛け上の流動パターンの変化なのかなど興味は尽きないがあまり研究は進んでいない。粉体工学分野の参考文献としては⁴⁸⁾をあげておく。

粉体工学の分野では古くから知られていたが、最近再び注目を浴び始めた現象に、ミル中のsize segregationがある^{49,50)}。本解説では、粒径が単分散のものしか扱わないと書いたが、この現象は非常に興味深いので例外として扱うことにする。粒径の異なった2種類の粉体粒子の混合物を用意する。これをパイプに半分ほど詰め、水平にして回転させると、粒子の大きさによってsize segregationが生じる。segregationの仕方は、基本的には軸に沿った方向に生じ、見た目にはパイプ中の粉粒体に横縞が生じたように見える。混合物を回転させると、最初不等間隔の縞模様がでけるが、幅の細い縞模様は消滅して、太い縞模様だけが成長する。数分で3から5本程度の等間隔の縞模様ができて安定する。したがって、混合物は分離する時に、適当な間隔を自ら選ぶようにみえる。但し、最近の中川の長時間の実験では非常に長時間(時には、10日以上)待てば、どのような時も必ず縞は3本になると言う報告もある。このため、数分で得られる「最終状態」が本当の最終状態かどうか、今一つ疑問がある。

また、size segregationが起きるためには粒子同士の摩擦力が大事であることが分った。異径粒子として、砂のように表面が凹凸のものをいれればきれいに分離が起きるが、ガラス玉のように表面がスベスベの

ものを用いた場合には分離が生じなかった。表面がスベスベのものであってもパイプの管径が一定でないものを用いると、分離が起きるなど現象はかなり複雑である。最近では、パイプに対して同心円状にsize segregationが起きることが中川によって報告され(パイプの中心と周辺に各々異なった粒径の粒子が集まる)⁵¹⁾、ミル内のsize segregationは予想外に複雑で面白い現象らしいことが分ってきた。今後の研究の進展が待たれる。

7. 粉体振動層

粉体振動層は前述のように特に物理学者の興味を集めている。また、筆者の専門とするものでもある。粉体振動層には2つの中心的なテーマがある。一つはsize segregationであり、もう一つは振動励起型の対流現象である。

7.1 Size Segregation

Size Segregationはわりに古くから物理学者の興味を引いており、7年ほど前に既に、シミュレーションがPhys. Rev. Lett.に載っていたりする⁵²⁾。この現象は極めて単純な現象である。粒径の揃ったガラス玉を詰めた容器の中に一つだけ大きな粒子を入れる。そして、これを振動させる。すると、粒径の大きなものが上に向かって上がる、と言うものである。

このようにこの現象は非常に単純な現象であるが、一方で、大きさの大きい、つまり、一般的には質量の大きいものが上昇する、という粉体を通常の流体の枠内で捕えたら絶対起きないことが生じているという点で物理学者の興味を引いた。

この現象を解明するために最初に行われたのはモンテカルロ法である。モンテカルロ法といってもスピン系のシミュレーションに用いられているようなエネルギーベースのモンテカルロ法ではない。適当なconfigurationから出発し、粉体粒子の集合全体を適当な高さまで持ち上げ、それから落下させる。この落下を自由落下にするかランダムウォーク的にするかあるいはthermal Monte Carloでやるかに細かい違いはあるが、一般的にいつて、「持ち上げて落とす」を繰り返すだけである。

このモンテカルロ法では、粉体振動層の性質のうちごく一部分しか取り入れられていないのは明らかである。まず、肝心の「振動」ということが、「粒子が飛び上がっておりてくる」という形でしか考慮されていない。したがって、周波数や振幅依存性も考慮できない。粒子の質量も無視されている。勿論、上昇スピー

図 10 モンテカルロ法によるsize segregationの再現⁵¹⁾

ドなども考慮することはできない。

このように極端に単純化されたモデルであるにもかかわらず、モンテカルロ法はsize segregationをみごとに再現してしまった(図10)。モンテカルロ法によるsize segregationの解釈は以下の通りである。「すべての粒子は一度上に跳ね上げられ、もう一度落下して、元の場所に戻ってくる。もし、元の場所に穴が開いていればそこに入るにより、より下方に移動できる。自分のいたところに先客がいれば元の場所には入れず上方に移動する。サイズの大きい粒子と小さい粒子を比べた場合、サイズの大きい粒子が入れるような大きな穴が開いている可能性は少なく、逆に小さな粒子が入れるような小さな穴が開く可能性は大きい。したがって、相対的に小さい粒子は大きい粒子より下方に行きやすく、結果として大きい粒子が上昇することになる」。より簡単な言い方をすれば、大きい粒子が上昇してできた隙間に小さい粒子が入り込み、全体として、大きい粒子が上昇することになる、ということである。このあと3次元空間で同じようなシミュレーションがなされた⁵³⁾が結果に違いはなかった。また、Ohtsukiら⁵⁴⁾は振動を三角波的な振動で近似することにより剛体球の分子動力学法による数値計算を行い、粉体粒子の質量を考慮することを試みた。その結

果、質量を考慮しても著しく密度の大きい粒子でさえなければ、大きいものが相対的に上昇するという結論は変わらなかった。

一方、実験も最近、2次元のものが行われた⁵⁵⁾が、定性的に結果の違いはなかった。また、この論文の中で、Duranらは上記の描像、すなわち、小さい粒子が大きな粒子の下に潜り込む、という描像に基づき、簡単な近似計算からsize segregationの生じる臨界半径(それよりも粒径の比が大きければ上昇し、それ以上では上昇しない)を求めたが、これはシミュレーションで得られた値とよく一致していた。

これで、話がすめば平和であったのだが、Barkerら⁵⁶⁾はsize segregationに臨界半径がでない実験もあることを指摘し、実際に臨界半径のでないシミュレーションを行ってみせた。彼らのシミュレーションでは、粉粒体のクラスター構造を考慮し、クラスターを成している粉粒体の集合は集団で行動するように扱われた。彼らのシミュレーションでは粒径の差がほんのわずかでもsize segregationが起きることが報告されている。

更に、事態を複雑にすることに、サイズが大きいものが「沈む」場合もあることが実験的に判明した⁵⁷⁾。これは次節で述べる対流現象に起因しており、size segregationと対流現象との関係は最近かなり分ってきた。この点については次節の「対流現象」のところで、より詳しく触れたいと思う。…というところで紙数が尽きた。次回、最終回では、振動による対流について詳しく述べたい。これは筆者の専門分野であるし、一つのテーマを詳しく解説することにより、物理屋の思考過程を浮き彫りにできるかも知れないからである(まあ、筆者の思考過程が標準的な物理学者のそれと同じであるという保証はないが、粉粒体などをやってみることも自体、すでに標準的でない証かも知れない)。そして、最後に、物理学者にはほとんどやられていない(気相)流動層について、物理学者が興味を持ってそうなテーマをいくつか上げて、おしまいにしたい。

参 考 文 献

- 27) Campbell, C. S. : *Annu. Rev. Fluid Mech.* 22, 57 (1990)
- 28) Pöschel, T. : *J. de Phys.* I, 4, 499(1994)
- 29) Peng G. and H. J. Herrmann : *Phys. Rev. E*, 49, R1796(1994) ; 51, 1745(1995)
- 30) Lee, Jysoo : *Phys. Rev. E*, 49, 281(1994) ; Lee, Jysoo and M. Leibig : *J. de Phys.* I, 4, 507(1994)
- 31) Yukawa, S., M. Kikuchi and S. Tadaki : *J. Phys. Soc. Jpn.* 63, 3609(1994)
- 32) Drake, T. G. : *J. Geophys. Res.*, 95, 8681(1990) ; *J. Fluid Mech.* 225, 121(1991)
- 33) Pöschel, T. : *J. de Phys.* II, 3, 27(1993)
- 34) Thompson, P. A. and G. S. Grest : *Phys. Rev. Lett.*, 67, 1751(1991)
- 35) Walton, O. R. : *Mech. of Mat.*, 16, 239(1993)
- 36) 加納純也, 下坂厚子, 日高重助 : 粉体工学会誌, 30, 188(1993)
- 37) Lee, Jysoo and H. J. Herrmann : *J. Phys. A*, 26, 373(1993)
- 38) Lee, Jysoo : *J. de Phys.* I, 3, 2017(1993)

- 39) 日高重助：粉体工学会誌, **29**, 465(1992)
- 40) Sakaguchi, H., E. Ozaki and T. Igarashi : *Int. J. Mod. Phys. B*, **7**, 1949(1993) ; 阪口秀, 尾崎勲司：粉体工学会誌, **30**, 183(1993) ; 阪口秀：粉体と工業, **25** No.12, 36(1993)
- 41) Campbell, C. S. and A. V. Potapov : in NEPTIS-1(Nisshin Engineering Particle Technology International Seminar) ; 粉体工学会誌, **30**, 298(1993)
- 42) Ristow, G. H. : *J. de Phys.* I, **2**, 649(1992)
- 43) Ristow, G. H. and H. J. Herrmann : *Phys. Rev.*, **E**, **50**, R5(1994)
- 44) Baxter, G. W. and R. P. Behringer : *Phys. Rev. A*, **42**, 1017(1990)
- 45) Hong, D. C. : *Int. J. Mod. Phys. B*, **7**, 1929(1993) ; Caram, H. S. and D. C. Hong : *Phys. Rev. Lett. B*, **67**, 828(1991)
- 46) Rajchenbach, J. : *Phys. Rev. Lett.*, **65**, 2221(1990)
- 47) Rajchnebach, J., E. Clément and J. Duran : *Int. J. Mod. Phys. B*, **7**, 1789(1993)
- 48) Henein, H., J. K. Brimacombe and A. P. Watkinson : *Metallurgical Transitions*, **B**, **14B**, 191 (1983)
- 49) Nakagawa, M. : *Chem. Eng. Sci.*, **49**, 2540(1994) ; Nakagawa, M., S. A. Altobelli, A. Caprihan, E. Fukushima and E.-K. Jeong : *Exp. Fluids*, **16**, 54 (1993)
- 50) Zik, O., D. Levine, S. G. Lipson, S. Shtrikman and J. Stavans : *Phys. Rev. Lett.*, **73**, 644(1994)
- 51) G. H. Ristow : *Europhys. Lett.*, **28**, 97(1994) ; Baumann, G., I. M. Janosi, and D. E. Wolf : *Phys. Rev. E*, **51**, 1879(1995)
- 52) Rosat, A., K. J. Strandburg, F. Prinz and R. H. Swendsen : *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 1038(1987)
- 53) Jullien, R. and P. Meakin : *Phys. Rev. Lett.*, **69**, 640(1992)
- 54) Ohtsuki, T., Y. Takemoto, T. Hata, S. Kawai and A. Hayashi : *Int. J. Mod. Phys.*, **B**, **7**, 1865 (1993) ; Ohtsuki, T., D. Kinoshita, Y. Takemoto and A. Hayashi : *J. Phys. Soc. Jpn.*, **64**, 430(1995)
- 55) Duran, J., J. Rajchenbach and E. Clément : *Phys. Rev. Lett.*, **70**, 2431(1993)
- 56) Barker, G. C., A. Mehta and M. J. Grimson : *Phys. Rev. Lett.*, **70**, 2194(1993)
- 57) Knight, J. B., H. M. Jaeger and S. R. Nagel : *Phys. Rev. Lett.*, **70**, 3728(1993)