プラグ輸送性におよぼす粉粒体の粒度と形状の影響

二村 光司*

The Effect of Particle Size and Shape
on the Possibility of Plug-phase Conveying

by

Mitsushi FUTAMURA†

It is desirable to apply plug-phase conveying to many kinds of bulk solids. In this paper, plug-phase conveying tests of irregularly shaped and flaky particles were carried out by making use of a practical scale line 50A pipe the max. length of which was 90m. Then, the permeability and blowing-off characteristics of plugs composed of various particle sizes and shapes were also examined in relationship to plug-phase conveyability.

It was found that plug-phase conveyability is apt to decrease upon exceeding a certain value of the plug's permeability coefficient, C , min. fluidization velocity, V_{mf} , and blowing-off velocity, V_B . It is possible to judge plug-phase conveying mainly by the blowing-off characteristics of the plug.

Key Words : Plug-phase Conveying, Shape Factor, Permeability Coefficient, Blowing-off of Plug.

1. 緒言

粉粒体の高濃度空気輸送方法のうち、プラグ輸送は、①輸送効率が高く、混合比を大きくできる、②輸送物の破碎や輸送管の摩耗が少ない、③排風処理が容易である、等いくつかの利点がある。したがって、輸送管内で閉塞しやすい強付着性粉体の場合¹⁾も含め、各種粉粒体に広く適用されることが望ましい。

一方各種粉粒体の種類と輸送の形態等の関係については、これまでに、(1)粉粒体の平均粒径($10\mu\text{m}\sim 10\text{mm}$)と、流体との密度差に基づいてA～Dに4区分したGeldartの流動化ダイアグラム²⁾およびDixonのスラッキングダイアグラム³⁾、あるいは(2)粉粒体の充填層

を流体が透過または脱気する特性に基づいて3区分したダイアグラム^{4,5)}等が報告されている。これらのダイアグラムによれば、高濃度輸送に適しているのは、(1)においてはA区分(流動性の良好な粉体)とD区分(比較的粗い粒体)の粉粒体、また(2)においては“moving bed type flow”と“plug type flow”の各区分に属する粉粒体であるとされ⁴⁾、本誌にもそれらの区分に属する粉粒体について、輸送特性を比較して報告した^{6,7)}。

ところで、上記の各々のダイアグラムには、たとえば板状またはフレーク状等の異形状粉粒体に関する区分はなく、これらがプラグ輸送可能かどうかは不明である。また、その他の文献においても同様に、異形状粉粒体のプラグ輸送の判定基準等に関する報告は見当たらないようである。

これまでの実験結果^{1,6,7)}によれば、プラグ輸送においては、閉塞防止のため管内のプラグにある程度の通気性が要求されるとともに、輸送形態が主として管底部での堆積層を伴う波動状のものであることから、プ

1995年2月9日受付

粉体工学会春期研究発表会(1994年5月、京都)にて発表

* (株)日本アルミ技術研究所

(〒520-32 滋賀県甲賀郡甲西町小砂町1番地)

TEL. 0748-75-5431

† Technical Res. Lab., Nippon Aluminum Co., Ltd.,

(1, Kosuna, Kosei-cho, Koga-gun, Shiga 520-32)

ラグの形成と吹き抜けという相反する現象が連続的にスムーズに繰り返される必要があると考えられる。

したがって、ここでは異形状粉粒体の空気輸送性と各種粉粒体充填層の通気特性および吹き抜け特性を調べ、粉粒体の粒度と形状がプラグ輸送性におよぼす影響および異形状粉粒体のプラグ輸送性の判定基準について検討した。

2. 実験方法

2.1 試料

試料には、異形状粉粒体の例として、厚さ2mmの硬い合成樹脂を粉砕して得られた平均粒径の異なる3種類の粒体(試料No. A, B, C)を供した。その粒子形状と、ふるいによる粒度分布の測定結果をFigs. 1および2に示し、各試料の物性値をTable 1に示す。

これらによれば、特に粒径の大きな粒子は角張った

Fig. 1 Test samples

Fig. 2 Size distributions of samples

Table 1 Physical properties of samples

Sample No.	Size distribution R (mm)	Average size d_{av} (mm)	Max. size d_{max} (mm)	Particle density ρ_p (kg/m ³)	Bulk density ρ_B (kg/m ³)	Voidage ϵ (-)	Shape factor ϕ_s (-)
A	$\square 0.2 < R \leq \square 6 \times 2^T$	$\square 2 \times 2^T$	$\square 18 \times 2^T$	1190	630	0.471	0.681
B	$\square 0.2 < R \leq \square 10 \times 2^T$	$\square 4 \times 2^T$	$\square 22 \times 2^T$		620	0.479	0.653
C	$\square 0.2 < R \leq \square 30 \times 2^T$	$\square 7 \times 2^T$	$\square 34 \times 2^T$		550	0.538	0.489

Note : $2^T = 2\text{mm}$ thickness

板状ないしフレーク状(ガラスの破片状)であり、このような粒度範囲の広い非球状粒子では形状係数 ϕ_s の値を決定することは困難である。したがって、本実験では参考値として、粉粒体の形状係数 ϕ_s の値を既文献⁸⁾と同様に、以下のEqs.(1)⁹⁾および(2)⁹⁾の算術平均値から算出した。この値はTable 1に示してある。

$$(1-\epsilon)/(\phi_s^2 \epsilon^3) = 11 \quad (\epsilon > 0.384) \quad (1)$$

$$1/(\phi_s \epsilon^3) = 14 \quad (\epsilon > 0.415) \quad (2)$$

ここで、 ϵ は空隙率である。

2.2 空気輸送実験

最初に上記試料No. A~Cについて、Fig. 3およびTable 2に示す実機規模の管径50Aの輸送ライン(L1, L2)により、気流速度を変えた空気輸送実験を行い、輸送性を確認した。ただし、Fig. 3において、①はブ

- ① Blow tank
- ② Receive tank
- ③ Load cell
- ④ Compressor
- ⑤ Orifice
- ⑥ Pressure transducer
- ⑦ Diff. pressure transducer
- ⑧ Temperature gage
- ⑨ Conveying line
- ⑩ Sight glass

Fig. 3 Schematic diagram of pneumatic conveying line

Table 2 Pneumatic conveying lines

Line	L1	L2
Pipe designation	50A	50A
Material	SUS304	SUS304
Inner diameter	D (mm)	$\phi 55$
Total length	L (m)	90
Horizontal length	L_H (m)	80
Vertical length	L_V (m)	10
Number of bends	N_B (-)	7

ロータンク、②はレシーブタンク、③はロードセルである。また④はコンプレッサーで、その流量は⑤のオリフィスを用いて測定し、試料の輸送能力(輸送速度) W は、ロードセル③で測定した輸送質量の増加曲線の傾きから算出した。

2. 3 管内充填層の通気特性および吹き抜け特性

2. 2項の空気輸送実験で、異形状粉粒体にはプラグ輸送が可能なものと不可能なものがあることがわかった。そこで、この理由を検討するため、以下のように各種管内充填層の通気特性と吹き抜け特性を調べた。

なお、これらの実験試料には、試料No. AおよびCと、試料No. Cを粒度別にふるい分けしたもの(試料No. D~I)、および形状の異なる別の合成樹脂ペレットとチップ(試料No. J~L)を供した。これら粒子の物性値と形状は、Table 3とFig. 4に示してある。

(1) 管内充填層の通気特性

Fig. 5に示すように、下部に目開き0.2mmの金網を有する垂直の透明アクリル管に試料を投入し充填層(プラグ)を形成した後、下部から通気し、充填層を透過する気流の空塔速度 V と透過圧力損失 ΔP の測定および最小流動化速度 V_{mf} の測定を行った。

Table 3 Physical properties of samples measured permeable and blowing-off characteristics (except for No. A and C)

Sample No.	Shape	Size distribution	Average size	Particle density	Bulk density	Voidage	Shape factor
		R (mm)	d_{av} (mm)	ρ_P (kg/m ³)	ρ_B (kg/m ³)	ε (-)	ϕ_s (-)
D	Flake and its powders	$\square 0.2 < R \leq \square 0.43$	$\square 0.3$	1190	480	0.597	0.376
E		$\square 0.43 < R \leq \square 0.71$	$\square 0.55$		530	0.555	0.452
F		$\square 0.71 < R \leq \square 2.0 \times 2^T$	$\square 1.2$		580	0.513	0.551
G		$\square 0.2 \times 2^T < R \leq \square 3.2 \times 2^T$	$\square 2.6 \times 2^T$		600	0.496	0.599
H		$\square 3.2 \times 2^T < R \leq \square 6.0 \times 2^T$	$\square 4.4 \times 2^T$		610	0.486	0.627
I		$\square 6.2 \times 2^T < R \leq \square 20 \times 2^T$	$\square 11.0 \times 2^T$		570	0.487	0.530
J	Pellet	$\phi 3 \sim \phi 5$	$\phi 4$	1190	730	0.387	0.991
K		—	$\phi 3.5 \times 3^L$	920	550	0.402	0.958
L	Chip	—	$2.6 \times 2 \times 3.4^L$	1380	840	0.391	0.981

Fig. 4 Samples measured permeable and blowing-off characteristics of plug (Except for No. A and C)

① Sample ($L=500\text{mm}$) ⑤ Flow meter
② Acrylic pipe (ID56×1000mm) ⑥ Pressure gage
③ Wire net ⑦ Temperature gage
④ Pressure transducer ⑧ Compressor

Fig. 5 Apparatus for measurement of permeable characteristics of plug

(2) 管内充填層の吹き抜け特性

Fig. 5のように形成された充填層(プラグ)を、さらにFig. 6に示すように水平とし、この状態で一端から小さい速度で通気することにより、充填層の吹き抜けの形態観察および空塔速度 V と吹き抜け圧力損失 P_B の測定を行った。なお、本実験では充填層が完全に吹き抜けたときの空塔速度を、吹き抜け流速 V_B とした。

3. 結果および考察

3. 1 空気輸送実験

(1) 浮遊輸送(疎密流輸送)

輸送ラインL1を用いて、気流速度を高速域から徐々に低下させていき、浮遊輸送の下限域のいわゆる疎密流輸送の条件で各々の試料を輸送した。その結果はTable 4に示すように、粒径の大きい試料No. Cでは、試料No. AおよびBに比較して輸送能力 W は小さくなったが、輸送元でのみかけの気流速度 V_d はいずれも10

Table 4 Results of medium-phase conveying (line : L1)

Sample No.		A	B	C
Mass flow rate	$W(\text{kg/h})$	3030	2885	1215
Conveying pressure	$P_T(\text{kPa})$	55	52	21
Superficial air velocity	$V_d(\text{m/s})$	10.2	11.7	10.8
at inlet of pipe				
Terminal air velocity	$V_s(\text{m/s})$	15.7	17.7	13.0
Soid-gas loading ratio	μ	(-)	19	16
				9

~12m/sであり、これら試料間で大差は認められず、どの試料も良好な輸送性を示した。

(2) プラグ輸送

輸送長さを短くしたラインL2により、最初に各々の試料を単に浮遊輸送域以下の小さい気流速度で空気輸送し、プラグ輸送することを試みた。しかし、試料No. A以外は安定したプラグ輸送ができなかった。そこで種々検討した結果、バンド等の閉塞しやすい部分での補助エアの投入と直管部でのエアの抜き出しを組み合わせ、管内の気流速度を適当な範囲(3~6m/s程度)に設定すると、試料No. Bについてはかろうじてプラグ輸送が可能になった。しかし、粒径の大きい試料No. Cについては、(1)の結果より低速(7~8m/s)でDuneを形成しての疎密流輸送は可能となったが、さらに低速側ではスムーズなプラグの形成と吹き抜けができず、結果的にプラグ輸送はできなかった。これらの検討結果は、Table 5にまとめて示してある。

3. 2 管内充填層の通気特性

空塔速度 V と単位透過圧力損失 $\Delta P/L$ の関係をFig. 7に示す。これらの結果から、既文献⁵⁾にならい、Eq. (3)およびFig. 8のように定義した透過係数 C および最小流動化速度 V_{mf} の値を求めると、Table 6に示すようである。

$$V = C \frac{\Delta P}{L} \quad (3)$$

Table 5 Results of plug-phase conveying (line : L2)

Sample No.		A	B	C
Mass flow rate	$W(\text{kg/h})$	670	750	1670
Conveying pressure	$P_T(\text{kPa})$	48	50	33
Superficial air velocity	$V_d(\text{m/s})$	2.3	2.6	6.8
at inlet of pipe				
Terminal air velocity	$V_s(\text{m/s})$	3.6	5.5	13.8
Soid-gas loading ratio	μ	(-)	18	18~13
Possibility of plug-phase conveying		○	△→○	×

Note : ○ : possible, △ : difficult, × : impossible

Fig. 6 Apparatus for measurement of blowing-off characteristics of plug

Fig. 7 Relation between superficial air velocity V and pressure drop per meter $\Delta P/L$

Fig. 8 Permeability coefficient C and min. fluidization velocity V_{mf} (Sample No. 1)

Table 6 Permeable characteristics of plugs

Sample No.	Shape	Average size d_{av} (mm)	Permeability coefficient $C(\times 10^{-6})$ (m^3s/kg)	Min. fluidization velocity V_{mf} (m/s)
D		□0.3	2.25	0.023
E		□0.55	7.83	0.065
F	Flake	□1.2	27.3	0.27
A	and its	□ 2.0×2^T	39.3	0.29
G	powders	□ 2.6×2^T	161.0	0.63
H		□ 4.4×2^T	533.0	0.95
C		□ 7.0×2^T	449.0	0.96
I		□ 11.0×2^T	463.0	1.18
L	Pellet	$2.6 \times 2 \times 3.4^L$	144.0	0.59
K	and	$\phi 3.5 \times 3^L$	190.0	0.59
J	chip	$\phi 4$	290.0	0.79

ただし、 C :透過係数(m^3s/kg), V :空塔速度(m/s), ΔP :透過圧力損失(kPa), L :プラグ長さ(m)である。

ここで、Table 6の結果と文献^{4,5)}の結果との比較を行うと、粉粒体の粒径が大きくなるほど透過係数 C および最小流動化速度 V_{mf} が大きくなる傾向は同様である。しかし、文献⁵⁾では透過係数 C が約 $40 \times 10^{-6} m^3s/kg$ 以上の粒体について、また文献⁴⁾では最小流動化速度 V_{mf} が $0.05 m/s$ 以上の粒体について、プラグ輸送が可能なることを単に示唆しているだけなのに対し、本実験結果では、透過係数 C が大きく($450 \times 10^{-6} m^3s/kg$)、最小流動化速度 V_{mf} も大きい($1 m/s$)試料No. Cではプラグ輸送が困難となっている。これは試料No. Cの平均粒径が大きく、異形状であるためと考えられ、透過係数 C や流動化係数 V_{mf} の大小だけでは輸送形態の推定ができないことがわかる。

3.3 管内充填層の吹き抜け特性

充填層の吹き抜け状況の観察から、試料の種類によって、吹き抜けの形態が以下の4タイプ(I~IV)のように区分できることがわかった。各々のタイプについて、代表的な吹き抜け過程の説明図をFig. 9(a)~(d)に示し、それら説明図に対応する空塔速度 V と圧力損失 P_B の測定結果をFig. 10に示す。なお、各々の吹き抜けのタイプに属する試料と、吹き抜け流速 V_B 等の値はTable 7に示してある。

(1)タイプ I (Fig. 9(a))

最初にプラグ前方がくずれ、吹き抜けは上層部にお

Fig. 9 Blowing-off of plug

いて前部から後部に(①→③)雪崩的に一気に起こる。

(2)タイプⅡ(Fig. 9(b))

最初にプラグの後部に空洞ができ、これが成長し、最終的には上層部が後部から前部に向かって吹き抜かれる。このタイプのみ、吹き抜け完了時点と最大圧力の時点が異なっている。

(3)タイプⅢ(Fig. 9(c))

最初にプラグの後部に空洞ができ、その成長に伴い前部に別の固定層(プラグ)ができる。さらに、その固定層から新たな空洞と別の固定層が形成され、最終的に後部から前部に向かって吹き抜かれる。

(4)タイプⅣ(Fig. 9(d))

最初にプラグの後部に空洞ができ、それが成長する過程で(c)のような固定層を形成する傾向を示すが、完全な形成の前に上層部が吹き抜かれる。

以上の結果によれば、プラグの吹き抜け形態のうち、タイプⅠ、ⅡおよびⅣ(プラグ輸送可能であった試料No. Aが含まれている)では比較的スムーズに吹き抜けているが、タイプⅢ(プラグ輸送が不可能であった試料No. Cが含まれている)ではスムーズに吹き抜けができていることがわかる。ただし、吹き抜け流速 V_B については、タイプⅢの値が比較的大きいが、全体として吹き抜け形態との明確な対応は認められない。

なおここで、粒径および形状の比較的揃った(平均粒径1.1~3.7mmの球形または扁平な円柱状)粒体について同様の吹き抜け実験が行われた既文献¹⁰⁾の結果と本実験結果とを比較すると、既文献¹⁰⁾での充填層の吹き抜け形態と本実験でのタイプⅠの形態とは類似する結果となっている。

3.4 プラグ輸送性を判定する指標

Table 8に、試料No. ごとの形状係数 ϕ_s 、透過係数 C 、最小流動化速度 V_{mf} 、充填層の吹き抜け流速 V_B および吹き抜け形態のタイプをまとめて示し、また、他の輸

Fig. 10 Relation between superficial air velocity V and blowing-off pressure of plug P_B

Table 7 Blowing-off characteristics of plugs

Type	Sample No.	Average size	Point of perfectly blowing-off		Point of max. pressure	
			Superficial air velocity (blowing-off velocity)	Pressure	Superficial air velocity	Pressure
		$d_{av}(\text{mm})$	$V_B(\text{m/s})$	$P_B(\text{kPa})$	$V(\text{m/s})$	$P_{B \max}(\text{kPa})$
I	D	$\square 0.3$	0.01	1.47	the same as left	the same as left
	E	$\square 0.55$	0.05	1.00		
	K	$\phi 3.5 \times 3^L$	0.41	1.47		
	J	$\phi 4$	0.96	5.82		
II	F	$\square 1.2$	0.22	0.71	0.16	1.20
	G	$\square 2.6 \times 2^T$	0.53	0.59	0.34	1.46
	L	$2.6 \times 2 \times 3.4^L$	0.68	1.39	0.47	2.26
	H	$\square 4.4 \times 2^T$	1.13	0.79	0.45	1.23
III	C	$\square 7.0 \times 2^T$	1.24	12.75	the same as left	the same as left
	I	$\square 11.0 \times 2^T$	3.39	7.16		
IV	A	$\square 2.0 \times 2^T$	0.34	12.94	the same as left	the same as left

送実験結果も参考にして、プラグ輸送の可能性を併せて示す。

この結果からは、Eqs. (1)および(2)で定義した形状係数 ϕ_s の値とプラグ輸送性の関係は認められない。

一方、粒径が大きく、管内充填層の透過係数 C 、最小流動化速度 V_{mf} および吹き抜け流速 V_B の値が大きい($C > 450 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}/\text{kg}$, $V_{mf} > 1 \text{ m/s}$, $V_B > 1 \text{ m/s}$)試料No. H, C, Iでは透過圧力損失がかなり小さく、輸送時の最低気流速度が大きいことが予想され、プラグ

輸送性は大きく低下する傾向が認められる。このうち試料No. Hは、充填層の吹き抜け形態がプラグ輸送の可能なタイプIIに属することから、試料No. Bのように管内気流速度を一定の範囲に保つなどの方法でプラグ輸送が可能と考えられる。しかし、試料No. CとIは、充填層の吹き抜け形態が、プラグ輸送できないタイプIIIに属することからプラグ輸送は不可能と判断できる。

すなわち、異形状粉粒体のプラグ輸送の可否は、管

Table 8 Summary of results and possibility of plug-phase conveying

Sample No.	Shape	Average size d_{av} (mm)	Shape factor ϕ_s (-)	Permeability coefficient $C(\times 10^{-6})$ (m^3s/kg)	Min. fluidization velocity V_{mf} (m/s)	Blowing-off velocity V_B (m/s)	Type of blowing-off	Possibility of plug-phase conveying
D		$\square 0.3$	0.376	2.25	0.023	0.01	I	○
E		$\square 0.55$	0.452	7.83	0.065	0.05	I	○
F	Flake	$\square 1.2$	0.551	27.3	0.27	0.22	II	○
A	and its	$\square 2.0 \times 2^T$	0.681	39.3	0.29	0.34	IV	○
G	powders	$\square 2.6 \times 2^T$	0.559	161.0	0.63	0.53	II	○
H		$\square 4.4 \times 2^T$	0.627	533.0	0.95	1.13	II	$\triangle \rightarrow \circ$
C		$\square 7.0 \times 2^T$	0.489	449.0	0.96	1.24	III	×
I		$\square 11.0 \times 2^T$	0.530	463.0	0.18	3.39	III	×
L	Pellet	$2.6 \times 2 \times 3.4^L$	0.981	144.0	0.59	0.68	II	○ ^{*)}
K	and	$\phi 3.5 \times 3^L$	0.958	190.0	0.59	0.41	I	○ ^{*)}
J	chip	$\phi 4$	0.991	290.0	0.79	0.96	I	○ ^{*)}

Note : 1. *) : based on results of other pneumatic conveying tests.

2. ○ : possible, $\triangle$: difficult, × : impossible

内充填層に関する上記各数値と、吹き抜け形態を主体として判定できると考えられる。

4. 結 言

異形状粉粒体の空気輸送性と、各種粉粒体充填層の通気特性および吹き抜け特性を調べることににより、粉粒体の粒度と形状がプラグ輸送性におよぼす影響、およびプラグ輸送の可否を判定する指標について検討した。その結果、実験した範囲内で以下の結論を得た。
(1) 各種粉粒体の粒度と形状は、プラグ輸送性に大きな影響を与えている。

(2) 充填層(プラグ)の透過係数 C 、最小流動化速度 V_{mf} および吹き抜け流速 V_B が一定値以上大きくなると($C > 450 \times 10^{-6} m^3s/kg$, $V_{mf} > 1m/s$, $V_B > 1m/s$), プラグ輸送は困難になる。

(3) 充填層(プラグ)の吹き抜け形態は、(2)の数値と併せ、異形状粉粒体のプラグ輸送の可否を判定する主要な指標となり得る。

[謝 辞] この報告を行うに際し、ご丁寧な教示を頂いた大阪大学名誉教授森川敬信氏に厚く御礼申し上げます。

Nomenclature

C : permeability coefficient defined by Eq.(3)	R : size distribution of paricle (mm)
D : inner diameter of pipe (mm)	V : superficial air velocity (m/s)
d_{av} : average size of particle (mm)	V_B : blowing-off velocity of plug (m/s)
d_{max} : max. size of particle (mm)	V_d : superficial air velocity at inlet of pipe (m/s)
d_P : particle diameter (μm)	V_{mf} : min. fluidization velocity (m/s)
L : total conveying length (m)	V_S : terminal air velocity (m/s)
L_H : horizontal conveying length (m)	W : mass flow rate of particle (kg/h)
L_V : vertical conveying length (m)	ϵ : voidage (-)
N_B : number of bends (-)	μ : solid-gas loading ratio(= W/Q) (-)
P_B : blowing-off pressure of plug (Pa)	ρ_B : bulk density of particle (kg/m ³)
$P_{B\max}$: max. blowing-off pressure of plug (Pa)	ρ_P : particle density (kg/m ³)
P_T : conveying pressure(=pressure in tank) (Pa)	ϕ_s : shape factor of particle defined by Eqs.(1) and(2) (-)
Q : mass flow rate of air (kg/h)	

References

- 1) Futamura, M. : *J. Soc. Powder Technol., Japan*, 31, 561(1994)
- 2) Geldart, D. : *Powder Technol.*, 7, 285(1973)
- 3) Dixon, G. : *Proc. Int. Conf. on Pneumatic Conveying*, London, January(1979)
- 4) Mainwaring, N. J. and A. R. Reed : *Pneumatech*

- 3, 3rd Int. Conf. on Pneumatic Conveying Technology, Jersey, March(1987)
- 5) Jones, M. J. and D. Mills : *Powder handling and Processing*, 2, 117(1990)
- 6) Futamura, M. : *J. Soc. Powder Technol., Japan*, 29, 603(1992)
- 7) Futamura, M. : *J. Soc. Powder Technol., Japan*, 30, 477(1993)
- 8) Eiji, O., H. Takahashi, M. Akiyoshi and K. Ando : *J. Soc. Powder Technol., Japan*, 27, 301 (1990)
- 9) Wen, C. Y. and Y. H. Yu : *Chem. Eng. Prog. Symp. Series*, 12, 100(1966)
- 10) Morikawa, Y., Y. Tuji, F. Honda, M. Yamasaki and T. Mizuno : *Trans. Japan. Soc. Mech. Eng.*, 45, 1642(1979)