振動場における円筒容器中の等球粒子群の充填特性

The Packing Characteristics of Equal Spheres in Vertically Oscillating Cylinders

中西 康彦*, 橋本 省一*, 藤本 博司*, 後藤 圭司*,
Yasuhiko NAKANISHI*, Syoiti HASHIMOTO, Hiroshi FUJIMOTO, Keisi GOTOH

The behavior of particle beds in the field of vibration was investigated. The particle flow exhibits either convection or stagnation depending on the size of the container, bed height and the size of particles. The convective flow and stagnation conditions were experimentally elucidated in this study. Particles were fed in a cylindrical container which was vibrated vertically. A ratio of cylinder diameter D to particle diameter D_p and that of bed height H to D were employed as parameters for determining the flow behavior. Influences of vibratory intensity, physical properties of particles and particle shape on the packing density were also investigated experimentally and by computer simulations by the distinct element method (DEM). As a result, it was found that, (1) the stagnation becomes dominant for smaller D/D_p or H/D values, and (2) the packing density becomes maximum at the vibratory intensity $\Gamma \approx 3.0$ for equal spheres irrespective of particle properties, particle shape and particle flow. For non-spherical particles, however, the corresponding value becomes lower than that of spherical ones. In the range of $\Gamma = 0 \sim 3.0$, the packing density increases from an initial value to the maximum with increasing Γ , but it remains at the maximum for decreasing Γ .

Key Words : Computer Simulation, Distinct Element Method, Packing Fraction, Particle Bed

1. 緒 言

粒状物質は流体と固体の中間的な混成状態を示す不連続体であり、その振動場における挙動は非常に複雑で定式化が困難である。一例として粒子群の対流現象が挙げられるが、その発生機構は完全には分っておらず、サイズ偏析¹⁾や小山の形成(heaping)²⁾などの現象と密接な関連があるため、以前から多くの研究がなされている。Evesqueら³⁾は正弦波上下振動($z = A \sin \omega t$)を受ける粒子群において、対流現象を制御する重要なパラメータは振動強度 Γ であり、3次元系では $\Gamma \geq 1.2$ の場合に対流現象が発生することを実験的に示している。ここで振動強度 $\Gamma = A \omega^2 / g$ であり、 A は振動の振幅、 ω は角周波数、 g は重力加速度である。2次元系では $\Gamma \geq 1.0$ の場合に対流現象が発生するこ

とをClementら⁴⁾は報告している。彼らはまた対流現象が生じるためには粒子と壁、および粒子間の摩擦が大きくなければならないことも指摘している。Knightら¹⁾は容器壁の表面粗さを不均一にした場合、粗い部分に接する粒子のみが流動する不均整な対流が発生することを報告している。一方、計算機の発達に伴い離散要素法(DEM)などによるシミュレーション実験も盛んに行われている。田口^{5,6)}は2次元DEMシミュレーションによって $\Gamma \geq 1.0$ における対流現象を確認している。Lee²⁾とGallasら⁷⁾は2次元DEMによって、粒子と壁および粒子間の摩擦係数が対流現象に及ぼす影響を調べている。計算機シミュレーションにより各粒子1個の微視的挙動の考察が可能となったため、対流発生機構がいくつか提案されている。Gallasら⁷⁾は側壁とのせん断摩擦力により粒子が下方に押し込まれるためと説明している。一方、田口^{5,6)}は粒子の弾性の影響を指摘している。すなわち、振動が上昇位相のとき粒子が容器壁に押し付けられ応力が発生し、下降位相のときこの応力が鉛直方向と水平方向に時間差をつけて開放されるために、粒子の流れが生じると考えている。このように対流現象の詳細が解明されつ

1996年 3月 6日受付

粉体工学会春期研究発表会(1995年5月、京都)にて発表

* 豊橋技術科学大学機械システム工学系

(〒441 愛知県豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1)

TEL 0532-47-0111

Dept. of Mechanical Eng., Toyohashi Univ. of Technology

(1-1 Hibarigaoka, Tenpaku, Toyohashi-shi 441)

つあるが、計算機シミュレーションが容易な特定の条件に対する場合のみに限られており、粒子に対する容器の大きさや粒子層高が対流発生に及ぼす影響等については明らかではない。そこで、本報ではこれらの幾何学的要因の、対流発生に対する影響をまず実験により調べる。本実験では、円筒容器直径 D と粒子直径 D_p の倍率 D/D_p と、粒子層高さ H と D の倍率 H/D とをパラメータとして粒子流動状態を調べ、その相図を作成する。

また、振動場における粒子群の充填特性に関する研究としては、佐藤ら⁸⁾の報告が挙げられる。彼らは粒子振動層中に設置した球を水平方向に引張ることで、振動周波数による充填状態の変化(Γ は一定)を調べている。木幡ら⁹⁾は数種類の振動周波数に対して、 Γ による充填率の変化を調べている。しかし 対流の有無、粒子の物性値および粒子形状が充填特性に与える影響については考察がなされていない。そこで、本報ではこれらの要因が振動場における充填率に及ぼす影響を、実験および3次元DEMシミュレーション実験によって調べた。実験では対流の有無および粒子形状に関して、シミュレーションでは粒子の物性値に関して、それぞれ Γ と充填率の関係に与える影響を調べ、比較検討した。

2. 実験

2.1 粒子群の流動状態に関する実験

容器直径に対して無視できるほど小さい粒子で構成される充填層に上下方向の振動を与えると、ほとんどの場合粒子群は対流する。この対流は一般に壁近傍では下降し、容器中央部では上昇する流れを作る。しかし、容器直径に対して粒子直径が無視できない程度に大きい場合、対流が起らない状態(Stagnation)が生じる。このStagnationは容器壁の影響を受けて発生すると考えられる。本報ではこのStagnationが生じる条件と対流が生じる条件について粒子の充填特性を調べ、比較検討する。まず、Stagnationが生じる条件を知るためにガラスビーズの流動状態を調べる実験を行った。**Fig. 1**に実験装置を示す。図のようにアクリル製円筒容器にガラスビーズを充填し、正弦波上下振動($z = A \sin \omega t$)を加える。 A は振動の振幅、 ω は角周波数である。振動の周波数は実験装置の都合上60Hzで一定とし、振幅を0.25~2.0mmまで0.25mmの間隔で変化させた。円筒直径 D と粒子直径 D_p との倍率 D/D_p は D を一定として6, 11, 13, 18及び40の場合を選定した。また各 D/D_p に対して充填層高さ H の影響を調べ

Fig. 1 Experimental setup

るため、 D を一定として H/D を変化させた。対流の有無は目視によって判断した。**Fig. 2(a)~(e)**は上記の条件について行なった実験結果で、粒子流動状態の相図である。縦軸は H/D 、横軸は重力加速度 g で無次元化した振動強度 $\Gamma = A\omega^2/g$ である。粒子直径に対する円筒直径の倍率が $D/D_p = 43.2$ で十分大きい**Fig. 2(a)**の場合には、ほぼ全域で対流が生じる。 $D/D_p = 18.3$ の**Fig. 2(b)**では左下にStagnationが生じる領域が現れる。さらに D/D_p が小さい**Fig. 2(c), (d)**ではStagnation領域の範囲が右側に拡大する。 $D/D_p = 5.7$ (**Fig. 2(e)**)ではほぼ全域がStagnation領域となる。これらの結果より、 $D/D_p \leq 10$ すなわち容器中心から側壁までおよそ5粒子直径の距離以下の場合には側壁の影響が強く、Stagnation領域が生じることがわかる。また、底面からおよそ10粒子直径以下の層高に対しては底面の影響が強く、Stagnation領域が生じた。ただし、図中の H/D が非常に小さい場合は層形成とはいえず、粒子が底面から飛び跳ねており、 H/D が大きい場合の対流と異なる挙動を呈する。充填層中の粒子配列に対する容器壁の影響は側壁から約5粒子直径、底面から約10粒子直径の範囲に及ぶとされている^{10,11)}。本実験結果から、振動場における充填層に対しても、壁の影響が及ぶ範囲は静止状態と同程度であることがわかった。

2.2 充填率測定実験

本節では、Stagnation領域と対流領域での充填特性を比較するために、ガラスビーズを用いて平均充填率を測定する。また、粒子形状による充填特性の影響を調べるために相馬標準砂の充填率も測定する。実験装置は前節同様に**Fig. 1**を用いる。振幅は $A = 0.25, 0.5, 0.75$ mmの3条件とした。平均充填率は振動層の高さを測定することによって求めた。層の表面部が振動によって乱れるため、振動層の高さは肉眼で測定することは困難である。そこで、ビデオカメラで振動層

Fig. 2 Phase diagram of particle motion

を撮影し、その画像から高さを求めた。**Table 1**に実験で用いた粒子の物性値を示す。充填実験に用いたガラスビーズの直径は $D_p=3.7\text{mm}$ 、アクリル製円筒の直径は $D=40\text{mm}$ であり、層高はStagnation領域で $H=40\text{mm}$ 、対流領域に対しては $H=60\text{mm}$ とした。また、相馬標準砂の実験に用いたアクリル円筒は直径 $D=100\text{mm}$ であり、層高は $H=130\text{mm}$ とした。これらの実験結果は後節で述べる。

3. 計算機シミュレーションと条件

Stagnation領域での粒子充填特性を詳細に調べるために、振動層の計算機シミュレーションによる考察も行った。計算は離散要素法(DEM)を用いて3次元空間を取扱い、個々の粒子の回転運動も考慮した。

粒子にはテフロン物性値を、円筒容器にはアクリル樹脂の物性値を設定した。計算の時間刻みは粒子の弾性係数の値に依存する。計算時間を減らすため、大

Table 1 Physical properties

Material		Teflon particle	Glass beads	Sand	Acrylic cylinder
Diameter	$D_p, D(\text{m})$	D_p	D_p	D_p	D
	(Simulation)	0.003			0.039
	(Experiment)		0.0037		0.040
	(Experiment)			8.0×10^{-4}	0.10
Density	$\rho(\text{kg/m}^3)$	2282	2446	2606	1190
Young's modulus	$E(\text{N/m}^2)$	3.0×10^8	7.1×10^{10}		2.0×10^9
Poisson's ratio	$\nu(-)$	0.4	0.24		0.4
Coefficient of dynamic friction		particle - particle	particle - particle		particle - wall
	$\mu(-)$	0.13	0.24		0.40 (Teflon) 0.46 (Glass)
Coefficient of restitution					
	$e(-)$	0.74	0.85		0.79 (Teflon) 0.92 (Glass)

きな時間刻みを取ることができるよう弾性係数が比較的小さいテフロン物性値を用い、時間刻みは $\Delta t = 1.0 \times 10^{-5} \text{s}$ とした。その他の計算条件をTable 1に示す。各物性値が粒子群の挙動に与える影響を調べるために、粒子同士の動摩擦係数 μ_s 、粒子と容器壁間の動摩擦係数 μ_w 、粒子密度 ρ 、および反発係数 e 等を仮想的に変化させる計算も行った。

振動は正弦波上下振動($z = A \sin \omega t$)を選定し、容器全体を加振した。振動の周波数は60Hzで一定とし、振幅を変えることによって振動強度を変化させた。振幅は $A = 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.75 \text{mm}$ の各値に設定した。

振動層のシミュレーションを行うに先立ち、**Fig. 3**に示す初期充填体を作成した。これは円筒容器上の中央部付近から粒子を一個づつ自由落下させるDEM計算機シミュレーションによって構築した充填層である。この初期充填体は粒子数1500個、平均充填率 $y = 0.593$ 、平均接点数5.4であり、ランダム疎充填体に近いものである。粒子同士や容器壁との反発や転がりとは考慮してあるが、一度静止した粒子はすべて固定し、その後の移動はないと仮定している。水平に置かれた円筒容器にベアリング球を充填し、容器をその軸まわりにゆっくり回転させた後、垂直に立てて作られたランダム疎充填体の充填率は $y = 0.60$ 、平均接点数は5.5と報告されている¹²⁻¹⁴⁾。

Fig. 3 Initial random packing

4. 結果と考察

4.1 充填率に対する振動強度の影響

本シミュレーション実験での加振時間は3.0sとした。このとき各条件に対して粒子の平均充填率は定常となる。すべての粒子位置などのデータを0.005sごとに記録し、振動粒子層の刻々の平均充填率を計算した。平均充填率は、層中心部から3粒子直径の距離を半径とする球形領域内の平均値を求め、さらにその値が加振後ほぼ定常となる1.0~3.0s間に対する平均値とした。この平均充填率と振動強度 Γ の関係を**Fig. 4**に示す。●印はテフロン粒子のシミュレーション結

果、△印は対流があるときのガラスビーズの実験結果、×印はStagnation領域でのガラスビーズの実験結果、○印は相馬標準砂の実験結果、□印は木幡ら⁹⁾のカルサイト粒子についての振動実験結果である。図より、すべての場合について $\Gamma=2\sim3$ で平均充填率が最大になることが分る。 y の最大値は、等球粒子のランダム密充填率0.637に近い値になっている。非球状粒子の実験結果は、等球粒子の実験結果やシミュレーション結果の傾向に良く一致している。しかし、充填率の大小には大きな差が生じている。この差は後述のように粒子の形状によるものと考えられる。

4.2 充填率に対する対流の有無、粒子物性および粒子形状の影響

Fig. 4におけるガラスビーズの実験結果から、対流の有無が充填率に与える影響は粒子形状に比べて小さいといえる。テフロン粒子のシミュレーション結果●と、対流がある場合のガラスビーズの実験結果△がほぼ同じであるので、物性値が充填率に与える影響はほとんどないと考えられる。そこで、充填率に対する粒子物性の影響をより詳しく調べるために、テフロン粒子と異なる仮想の物性値を与えてシミュレーション実験を行った。その結果をFig. 5に示す。縦軸は平均充填率であり、横軸は振動強度 Γ である。●印はテフロン粒子についての結果である。その他の記号はTable 1に示すテフロン粒子の諸条件から、図中の条件に物性値のみを変更してシミュレーションを行った結果である。計算の時間刻みは縦弾性係数に依存し、ガラスビーズの計算には長時間を要するので、縦弾性係数の違いによる影響はシミュレーションではなくガラスビーズの実験結果(×, +

Fig. 4 Packing fraction in relation to Γ

Fig. 5 Packing fraction in relation to Γ

印)を示した。いずれの条件でも結果はほぼ同じであることが分る。これより振動場における等球粒子の充填特性は、物性値によらず $\Gamma=3$ で平均充填率が最大になり、ランダム密充填率が得られると思われる。したがって前述の相馬標準砂とカルサイト粒子の充填率の実験結果は、粒子が非球状なために小さな値を示しているといえる。

ここで、相馬標準砂の形状を偏平回転楕円体で近似し、球粒子の場合と比較検討する。統計熱力学におけるScaled Particle Theory¹⁵⁾に基づいて、Gibbons¹⁶⁾は表面が滑らかな凸型形状の分子系に対する状態方程式を導いた。

$$W = \frac{pV}{Nk_B T} = \frac{1}{1-y} + \frac{My}{(1-y)^2} + \frac{(My)^2}{3(1-y)^3} \quad (1)$$

$$M \equiv \bar{R} s / v \quad (2)$$

Eq. (1)は温度 T の場で分子充填率 y を達成するに要する、分子1個当たりの仕事量を表すと考えることができる。ただし p は圧力、 V は全体積、 N は分子個数、 k_B はボルツマン定数。 W は y と分子の形状パラメータ M で定まる関数である。 $\bar{R}$ は分子の平均半径、 s は分子の表面積、 v は分子の体積で、球状分子の場合は $M=3$ となる。温度場は粉体充填系では振動場における粒子の充填状態に対応すると考え、後藤ら¹⁷⁾は同一の W を与える条件下で M と y の関係を求め、球($M=3$)の充填率 y_s との比較を行い、粒子形状と粒子充填率の関係を理論的に考案した。Fig. 4に示した相馬標準砂の振動充填に関する実験結果では、最大充填率は $y=0.60$ となっている。同一振動条件下では、球の充填率は $y_s=0.637$ であるから、相馬標準砂の粒子形状係数は $M=3.64$ となる。また偏平回転楕円体の場合、 M はEq. (2)から長短軸比 k のみの関数となり、大きさに依存しない。 $M=3.64$ の相馬標準砂を偏平回転楕円体で近似すると $k=0.5$ になる。

Fig. 6 Hysteresis in packing fraction vs. Γ relation

4. 3 充填率のヒステリシス性

前項で述べたように、粒子の形状や物性にかかわらず平均充填率は $\Gamma=3$ で最大になる。そこで $\Gamma=3$ 付近の振動層の性質をさらに詳しく調べるために、定常振動中に振幅をステップ状に変化させるシミュレーション実験を行った。もしも、 Γ の値で充填率が一意に定まるならば、充填率は Γ の変化の方向に依存しないはずである。シミュレーション実験の結果をFig. 6に示す。●印は振幅が0から一定値にステップ状に加振した時の結果であり(Fig. 4と同じ)、◇印と△印はそれぞれ振幅を $A=0 \rightarrow 0.1 \rightarrow 0.2 \rightarrow 0.1\text{mm}$, $A=0 \rightarrow 0.5 \rightarrow 0.2 \rightarrow 0.1\text{mm}$ とほぼ定常となる1.0sごとにステップ状に変化させたときの結果である。 $\Gamma=0 \sim 3$ の間では、

Γ によって充填率は一意に定まらないことが分る。すなわち Γ を下げて密な状態となる $\Gamma=3$ を通過すると充填率は不変で一定となる。一方、 Γ を上げると $\Gamma=0 \sim 3$ の間では初期状態によって充填率の変化の経路が異なる。したがって $\Gamma=0 \sim 3$ の間では粒子充填特性にヒステリシス現象が生じることになる。

5. 結 言

振動場における等球粒子層の充填特性を、実験と3次元の離散要素法による計算機シミュレーションから求め、以下の結論をえた。

(1)円筒容器の直径が粒子直径の約10倍以下で粒子層高が粒子直径の約10倍以下の場合には、粒子層に対流現象は生じない。

(2)粒子形状、物性及び対流の有無によらず、振動層の充填率は振動強度 $\Gamma=3$ で最大となる。

(3)等球粒子の場合、最密充填率はランダム密充填率に近い値となる。非球状粒子の場合は最密充填率が低くなるが、これは偏平回転楕円体近似による分子の充填率から説明できる。

(4)振動強度が $\Gamma=0 \sim 3$ の間では、充填率の増加の経路が初期状態によって左右されるため、粒子充填特性にヒステリシス現象が生じる。

Nomenclature

A : amplitude of vibration	(m)	T : temperature	(K)
D_p : particle diameter	(m)	v : volume of a single molecule	(m^3)
D : cylinder diameter	(m)	V : whole volume	(m^3)
E : Young's modulus	(N/m^2)	W : work done for a single molecule	(-)
e : coefficient of restitution	(-)	y : packing fraction	(-)
g : gravitational acceleration	(m/s^2)	y_s : packing fraction of spherical particles	(-)
H : bed height	(m)	z : displacement of vibration	(m)
k : aspect ratio	(-)	Γ : vibratory intensity	(-)
k_B : Boltzmann constant	(J/K)	μ_s : coefficient of dynamic friction between particles	(-)
M : shape parameter	(-)	μ_w : coefficient of dynamic friction between wall and particle	(-)
N : number of molecules	(-)	ν : Poisson's ratio	(-)
p : pressure	(Pa)	ρ : density of particle	(kg/m^3)
$\bar{R}$: mean diameter of a single molecule	(-)	ω : angular frequency	(rad/s)
s : surface area of a single molecule	(m^2)		
t : time	(s)		
Δt : time step	(s)		

References

- 1) Knight, J. B., H. M. Jaeger and S. R. Nagel : *Phys. Rev. Lett.*, **70**, 3728(1993)
- 2) Lee, Jysoo ; *J. Phys. A : Math. Gen.*, **27**, 257 (1994)
- 3) Evesque, P. and J. Rajchenbach : *Phys. Rev. Lett.*, **62**, 44(1989)
- 4) Clement, E., J. Duran and J. Rajchenbach : *Phys. Rev. Lett.*, **69**, 1189(1992)
- 5) Taguchi, Y. : *J. Soc. Powder Technol., Japan*, **30**, 173(1993)
- 6) Taguchi, Y. : *Advanced Powder Technol.*, **5**, 297 (1994)
- 7) Gallas, J. A. C., H. J. Herrmann and S. Sokolowski : *Phys. Rev. Lett.*, **69**, 1371(1992)

- 8) Satoh, M., S. Komura and K. Miyanami : *J. Soc. Powder Technol., Japan*, **22**, 530(1985)
- 9) Kohata, T., K. Gotoh and T. Tanaka : *Kagaku Kogaku*, **31**(1), 55(1967)
- 10) Gotoh, K. and T. Chiba : *J. Soc. Powder Technol., Japan*, **16**, 179(1979)
- 11) Iinoya, K. : "Funtai Kougaku Handbook", p.93, Asakura Shoten(1965)
- 12) Scott, G. D. : *Nature(London)* **188**, 908(1960)
- 13) Bernal, J. D. and J. Mason : *Nature(London)* **188**, 910(1960)
- 14) Nolan, G. T. and P. E. Kavanagh : *Powder Technol.*, **72**, 149(1992)
- 15) Lebowitz, J. L., E. Helfand and E. Praestgaard : *J. Chem. Phys.*, **43**, 774(1965)
- 16) Gibbons, R. M. : *Molecular Phys.*, **17**, 81(1969)
- 17) Gotoh, K., M. Kumamoto and T. P. Meloy : "Particle Shape Characterization from Packing Density", in J. K. Beddow ed. "Particle Characterization in Technology" Vol. II, pp, 15-22, CRC Press, Florida(1984)