面積一周長法による粒子投影像のフラクタル次元

The Fractal Dimension of a Particle's Projected Shape
by the Area-perimeter Method鈴木 道隆*, 山田 真輔*, 加田 博之*
Michitaka SUZUKI*, Shinsuke YAMADA*, Hiroyuki KADA*
廣田 満昭*, 大島 敏男**
Mitsuaki HIROTA*, Toshio OSHIMA**

Recently, fractal analysis has been applied to the characterization of particle shape, but there are some problems in obtaining a fractal dimension of a particles projected shape when using an image analyzer.

This is because an image analyzer usually does not have a software for fractal analysis, and it is not easy to make a computer code for fractal analysis. Thus, the perimeter-area method for the quantitative fractal analysis of particle projected shape was proposed. The method requires only the perimeter and the projected area data of each particle in a sample powder. Using the method, the average fractal dimension of a powder can be obtained by an image analyzer with no add-on software. The relationship between the fractal dimension using the perimeter-area method, and that using the divider method essentially gives a straight line. The result shows that the perimeter-area method can be used instead of the divider method to obtain the fractal dimension of a particle's projected shape.

Key Words : Particle Shape Analysis, Fractal Dimension, Area-perimeter Method, Divider Method, Image Analyzer

1. 緒 論

フラクタル次元は、粉粒体層の粒子配列構造、粒子形状、混合状態、粒子凝集状態などの定量的表現に用いられ、これまでの表現方法では表せなかった違いが定量的に表現できるなどの特徴があることが明らかになった^{1,2)}。しかし、例えば粒子形状表現に用いる場合、フラクタル次元を求めるためのプログラムを自作するか、別に購入するかしなければならないことや多数の粒子についてそれぞれのフラクタル次元を求め、後でその平均値を求めなければならないことなどの問題があるために、一般的に広く利用されるまでには至っていない。フラクタル次元を求める方法はいくつか提案されており、より簡単な方法を用いてフラクタル

次元を求め、これまでの方法で求めた値とある程度的一致を見れば、従来以上にフラクタル次元の利用が広がる可能性がある。

そこで著者らは、これまでの画像処理装置でも簡単に得られる各粒子の投影面積と周長のデータだけから、粒子群全体の平均的なフラクタル次元を面積一周長法で求めることを提案した。この方法は粒子投影面積の分布が狭ければ十分な測定精度が得られないが、一般に粉粒体はある程度の幅の粒度分布を持つので測定精度の問題が少ないこと。この方法では個々の粒子の次元が求められないという問題もあるが、粉粒体操作では個々の粒子の表面形状よりも粒子群全体の平均的な表面状態を問題にする場合が多いことなどを考えれば、この方法を適用する意味があると考えられる。

この面積一周長法を5種類の粉体粒子に適用してフラクタル次元を算出し、従来、粒子投影像のフラクタル次元算出に広く用いられているディバイダー法による結果とどの程度一致するのかを比較検討したので報告する。

1996年 6月 22日受付

粉体工学会秋期研究発表会(1995年 11月, 東京)にて一部発表

* 姫路工業大学工学部産業機械工学科

(〒671-22 姫路市書写2167) TEL. 0792-67-4851

Dept. of. Chem. Eng., Himeji Inst. of Technology

(2167, Shosha, Himeji-shi Hyogo 671-22)

** 姫路工業大学名誉教授

2. フラクタル次元の算出方法

これまで粒子投影像のフラクタル次元 D_d を求めるには、デイバイダー法が広く用いられてきた³⁾。この方法では、1つの粒子投影像の外形を N 本の長さ r の線分で折れ線近似する操作を、 r を変えて繰り返し、両対数紙上で N と r の間に直線関係すなわち次式が成立すれば、直線の傾きに -1 をかけた値からその粒子のフラクタル次元 D_d を得る方法である。

$$N(r) \propto r^{-D_d} \dots\dots\dots (1)$$

しかし、この方法で粒子投影像のフラクタル次元を求めるには専用のソフトウェアを購入するかあるいは自作する必要がある、一般の画像処理装置ではこの方法でフラクタル次元を求めることはできない。

一方、Lavejoy^{4,5)}は雲の外形のフラクタル次元を求めるのに大きさの異なる多数の雲の周長 P と面積 A を両対数紙上にプロットし、その傾きより次式を使って多数の雲全体の平均的なフラクタル次元 D_d を求める面積一周長法を提案した。

$$P \propto A^{D_d/2} \dots\dots\dots (2)$$

この面積一周長法は、雲に大きさの分布があり、その投影面積と周長が両対数紙上で直線関係を示せば、その傾きから平均的なフラクタル次元が簡単に求められるという特徴がある。したがって、この方法を用いれば、雲の画像から一般的な画像処理ソフトウェアを用いてそれぞれの雲の面積と周長を求めるだけで特別なプログラムが無くてもフラクタル次元が求められることになる。

ただし、この方法では個々の雲のフラクタル次元をそれぞれ求めることは出来ず、多くの雲の平均的な次元が得られるだけである。この方法を粉粒体粒子に適用した場合、同様に個々の粒子のフラクタル次元ではなく、粒子群全体の平均的な粒子表面形状を表す次元が直接得られる。しかし、粉粒体の性質に及ぼす構成粒子の表面形状の影響を検討する際には、個々の構成粒子について求めたフラクタル次元の平均値を求め、その値を使って議論する場合が多いこと⁶⁾を考えれば、この面積一周長法により粉体粒子群の平均的フラクタル次元を直接求めることも意味があると思われる。

3. 実験試料および実験方法

実験には、粒子形状が異なるフライアッシュ、ケイ石粉、軽質炭酸カルシウム、同一の石灰石をジェット

Fig. 1 Particle size distribution of test powders

粉砕機で粉砕した石灰石No. 1⁶⁾と媒体攪拌ミルで粉砕した石灰石No. 5⁶⁾の5種類の粉体を用いた。用いた試料粉体のレーザー光回折法(マイクロトラックFRA)によって求めた粒度分布をFig. 1に示す。フライアッシュは他の試料粉体に比べて粒度分布の幅が広く、50%粒径も大きいことが分かった。

これらの粉体試料を0.1%程度の低い濃度でエチルアルコール中に混合し、超音波分散器(日本精機製作所US-150T)で分散した後、試料台に滴下し、乾燥させた。これを走査型電子顕微鏡(日本電子JSM-T20型)で粒子の大きさにかかわらずすべて7500倍に拡大して写真撮影した。撮影した各試料粉体の走査電子顕微鏡写真の一例をFig. 2に示した。写真から分かるように、フライアッシュは球形に近い形状をしているが、特に石灰石粉No. 5や軽質炭酸カルシウム粉は粒子表面に細かな凹凸がある複雑な表面形状をしていることが分かる。

この走査電子顕微鏡写真のネガフィルムをイメージスキャナーを使ってパソコンに画像データとして取り込み、画像解析ソフトウェア(Galai社製WSCANARRY-2)を用いて2値化し、各粒子の面積と周長を求めた。このようにして求めた各粒子の投影面積と周長を両対数プロットし、その傾きから平均的なフラクタル次元 D_d を求めた。

一方、比較のためにこれまで粒子投影像のフラクタル次元を求めるのに一般的に用いられてきたデイバイダー法を用い、面積一周長法で用いたものとまったく同一の粒子画像データについて個々の粒子のフラクタル次元を求め、そのばらつきを表す標準偏差と算術平均値 D_d を求めた。

4. 実験結果ならびに考察

Figs. 3~7に、面積一周長法でフラクタル次元 D_d を

Fig. 2 Scanning electron microscopic photograph of test powders

Fig. 3 Relation between particle projected area and perimeter

Fig. 5 Relation between particle projected area and perimeter

Fig. 4 Relation between particle projected area and perimeter

Fig. 6 Relation between particle projected area and perimeter

求める際に用いた各試料粒子の面積と周長の関係を示した。なお、ここで示した面積と周長は取り込み画像

のピクセル単位である。Fig. 3のフライアッシュについては、すべての粒子がほぼ球形の相似な形状をして

Fig. 7 Relation between particle projected area and perimeter

いるのですべてのプロット点がほぼ1本の直線上に並ぶ結果が得られた。それに対してFigs. 4~7に示したケイ石粉、軽質炭酸カルシウム粉、石灰石粉については、各粒子が相似形でなく、粒子ごとにそれぞれ異なる形状をしているためにプロット点はある程度のばらつきを示した。しかしばらつきの大小はあるものの、これらの図から分かるように、いずれの試料についても測定したそれぞれ約100個の粒子の画像データから求めた投影面積 A と周長 P は両対数紙上でほぼ直線関係を示し、近似的に自己相似性が成立していることが分かった。そこで、Eq.(2)に基づき、この直線の傾きの2倍であるフラクタル次元 D_a を求めた。ただ、Figs. 6, 7に示した石灰石粉No. 1, No. 5については粉体製造時に分級を行っているために、これらの図からも分かるように他の試料に比べ粒子投影面積の幅が狭く、また、直線からのばらつきも大きいことが分かった。

Figs. 8, 9に、ディバイダー法で求めたフライアッシュと石灰石粉No. 5の粒子の外形を折れ線近似したときに、線分の長さ r と一周するのに要する線分数 N との関係の一例を示した。なお、ここで示した線分の長さ r は最大周長で無次元化した値である。これらの図より r と N の間には両対数紙上で直線関係が成立したので、Eq. (1)に基づき、この直線の傾きに -1 をかけてその粒子のフラクタル次元の値を求めた。他の試料粉体粒子についても同様にほぼ直線関係が得られたので、各試料粉体ごとの約100個の粒子の画像データから求めた投影面積 A と周長 P から同様にフラクタル次元を求め、それらの算術平均値 D_d を算出した。

Fig. 10に、このようにディバイダー法と面積-周長法の二種類の方法で求めたフラクタル次元 D_a 、 D_d の値を縦軸、横軸にとって方眼紙上にプロットし、両者の関係を調べた。なお、各プロット点の左右にのぼし

Fig. 8 Relation between length of a step and number of steps for a fly ash particle

Fig. 9 Relation between length of a step and number of steps for a ground limestone No.5 particle

Fig. 10 Relation between fractal dimension by divider method and fractal dimension by area-perimeter method

た直線はディバイダー法で求めた各粒子のフラクタル次元のばらつきの範囲を表している。表面が滑らかな幾何学図形については D_a と D_d はいずれも1となるから、 D_a と D_d ともに1となる点を必ず通るように、最小自乗

法を使って直線を引いた。この図から分かるように、両方法で求めたフラクタル次元はほぼ直線関係を示し、ディバイダー法で求めたフラクタル次元 D_d の値が大きいほど面積-周長法で求めたフラクタル次元 D_a の値も大きくなるという良い相関関係を示すことが分かった。したがって、個々の粒子のフラクタル次元を求めなくても、各粒子の投影面積と周長を両対数プロットして得られる直線の傾きから全体の平均的フラクタル次元を求めても、粒子表面の凹凸状態の程度を相対的評価できることが分かった。ただし、得られたフラクタル次元の絶対値を比較すると、次元が大きいほど面積-周長法で求めた次元の絶対値は、ディバイダー法で求めた値よりも大きくなるという結果となった。このような結果が得られた原因としては、粒子表面の凹凸状態が粒子径に対して必ずしも相似形でないことや、電子顕微鏡の解像度やピント合わせの難しさなどの問題から小さな粒子表面の微小な凹凸が見えにくく、それらの粒子の周長が実際よりも短くなり、表面の凹凸が激しい粒子ほど面積-周長法の直線の傾きが急になることなどが考えられるが、今後さらに検討が必要と思われる。

以上述べてきたように、面積-周長法では、全体の平均的なフラクタル次元は求められるものの、個々の粒子の形状の違いがフラクタル次元で表せないという問題がある。しかし、個々の粒子のフラクタル次元は求められないものの、そのばらつきの程度は投影面積と周長の両対数プロットが直線からどれだけばらついているのかを表す標準偏差から推定出来るではないかと考え検討した。Fig. 11に各試料粉体についてディバイダー法で求めた個々の粒子のフラクタル次元のば

らつきを表す標準偏差 S_d と面積-周長法の最小自乗法で求めた直線からの各プロット点のばらつきを表す標準偏差 S_a との関係を示した。なお、標準偏差 S_d の定義式は

$$S_d = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (D_{di}^2 - D_d^2)} \dots\dots\dots (3)$$

ここで M は対象粒子数、 D_{di} はディバイダー法で求めた i 番目の粒子のフラクタル次元、 D_d はディバイダー法で求めたフラクタル次元の算術平均値である。一方、標準偏差 S_a の定義式は

$$S_a = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (P_j^2 - P_{(Aj)}^2)} \dots\dots\dots (4)$$

ここで M は対象粒子数、 P_j は j 番目の粒子の周長、 $P_{(Aj)}$ は面積-周長法でフラクタル次元を求めるために最小自乗法で求めた直線を使って j 番目の粒子の投影面積 A_j から求めた周長である。

図から分かるように S_d が大きくなるほど S_a も大きくなる傾向があることが分かった。このことは面積-周長法でフラクタル次元を求める際にプロット点の直線からのずれを表す標準偏差を求めておけば、平均的なフラクタル次元ばかりでなく、個々の構成粒子について求めたフラクタル次元のばらつきの大きさも推定できることを意味している。

5. 結 論

粉体粒子の電子顕微鏡写真から各粒子の投影面積と周長を求め、これを両対数プロットして得られる直線の傾きから平均的フラクタル次元を求める面積-周長法を5種類の粉体粒子に適用した。得られたフラクタル次元は、個々の構成粒子についてディバイダー法で求めた次元の算術平均値と絶対値は多少異なるものの良い相関関係を示した。したがって、本方法は特別なソフトなしに簡単に粒子投影像の平均的なフラクタル次元を求める場合に有効であると考えられる。また、面積-周長法でフラクタル次元を求める際にプロット点の直線からのずれを表す標準偏差は、個々の構成粒子について求めたフラクタル次元のばらつきの大きさを表していることが明らかとなった。

〔謝 辞〕 本研究は、セントラル科学貿易(株)のご厚意によりお借りした画像解析ソフトを使って行いました。また、本研究は(財)ホソカワ粉体工学振興財団の研究組成を受けました。これらのご協力と助成に心から感謝いたします。

Fig. 11 Relation between standard deviation of fractal dimension by divider method and standard deviation of plots from regression line of particle perimeter on particle projected area

Nomenclature

A : projected area of a particle profile	(-)	N : number of steps in divider method	(-)
A_j : projected area of particle j	(-)	P : particle perimeter	(-)
D : cumulative undersize	(-)	P_j : particle perimeter of particle j	(-)
D_a : fractal dimension by area-perimeter method	(-)	$P_{(A_j)}$: particle perimeter of particle j calculated by regression line	(-)
D_d : arithmetic mean of fractal dimension by divider method	(-)	r : step length of divider method	(-)
D_{di} : fractal dimension of particle i by divider method	(-)	S_a : standard deviation from regression line of perimeter on particle area	(-)
D_p : particle diameter	(-)	S_d : standard deviation of fractal dimension by divider method	(-)
M : number of particles for fractal analysis	(-)		

References

- 1) Suzuki, M. : "Fractal Dimension and its Application for Powder Technology", *J. Soc. Powder Technol. Japan*, **27**, 639-699(1990)
- 2) Suzuki, M. and T. Oshima : "The Fractal Dimension in a Randomly Packed System of Uniform-sized Spheres, Simulated by Four Different Algorithms", *ibid.*, **26**, 250-254(1988)
- 3) Suzuki, M., Y. Muguruma, M. Hirota and T. Oshima : "Fractal Dimensions of Particle Projected Shapes" *ibid.*, **25**, 287-291(1988)
- 4) Mandelbrot, B. B. : "Fractal Geometry", pp.108-115, Nikkei-Science Co.(1984)
- 5) Lovejoy, S. : "Area-Perimeter Relation for Rain and Cloud Areas", *Science*, **216**, 185-187(1982)
- 6) Oshima, T., Y. L. Zhang, M. Hirota, M. Suzuki and T. Nakagawa : "The Effect of the Types of Mill on the Flowability of Ground Powder", *J. Soc. Powder Technol. Japan*, **30**, 496-501(1993)