準剛体回転流による高精度湿式遠心分級

— バッチ方式の分級原理と性能 —

Accurate Wet-type Centrifugal Classification Using an Almost Rigidly Rotating Flow — Classification Principle and Performance of the Batch-type Classification —

中 林 功 一*, 土 田 陽 一*

Koichi NAKABAYASHI, Yoichi TSUCHIDA

We have proposed a new system for an accurate wet-type centrifugal classification to which an almost rigidly rotating through-flow is applied. This flow can be produced within a highly rotating double-walled container, without any turbulent fluctuation. In the present paper, we have employed the batch-type classification with a cylinder-sphere-shaped container in classification experiments, theoretical and numerical flow analyses and flow-visualization measurements. Consequently, we have obtained the following main conclusions; (1) with decreasing Ekman number (i. e. increasing rotation rate) at a constant Rossby number or with decreasing Rossby number (decreasing through-flow rate) at a constant Ekman number, the cut size and fine yield decrease and the classification accuracy increases, (2) for the occurrence of rigid-rotation region which is indispensable to collect the coarse product, it is necessary to make the flow field inverse-C-shaped towards the rotation axis.

Key Words : Wet-type Centrifugal Classification, Almost Rigid Rotation, Partial Fractional Efficiency, Ekman Layer, Stewartson Layer

1. 緒 言

半導体産業をはじめとする先端技術分野を支える IC 基板、膜材料、ファインセラミックスなどの新素材では、その材料特性を高度化・高機能化するために、原料粉体の粒度調整が重要となっている。近年、ユーザー・ニーズの高度化と多様化に伴って、粒度の均一化とサブミクロン化の要求がますます厳しくなっており、今後なお一層その傾向が強まる方向にある。

粉体の製造プロセスは、ブレイキングダウン・プロセス（溶湯噴霧、機械的粉碎など）とビルディングアップ・プロセス（化学的合成）の二つに大別できるが、両プロセスともに程度の差こそあれ製造した粉体に粒度分布が生じることは避けることができない。したがって、上述の先端技術関連では製品化の最後の工程として精密微粉分級が必要である。

このような背景のもとに種々の乾式および湿式分級機が開発されてきた^{1~3)}が、粒度調整に対する上述の要求を十分に満たす精密微粉分級が実現しているとはいいがたい。これを達成するためには、持続的に働く強力な分離力、乱れのない流れ（層流）、良好な粒子分散、分級産物（粗粉産物と微粉産物）の混合阻止の4条件を兼ね備えることが必要である⁴⁾。しかし、従来の遠心分級方式では、強力な分離力を発生する高速回転において、乱れのない流れ条件を完全に満足することは原理的に不可能である。

そこで著者らは、いくら高速回転にしても原理的に乱れの発生しない準剛体回転成層流（安定な層流）の中で分級を行う新しい湿式遠心分級方式を提案する。この分級方式は、バッチ方式はもとより連続方式への拡張が可能である。Fig. 1は、バッチ方式の分級場の流れ構造と粒子軌道を示す。その詳細は後述するが、上記の準剛体回転流は高速回転する軸対称の二重容器（ハウジングとコア）内に微量の液体（水）を流すことによって生成され、この完全軸対称な層流の流れ場に原料粉体分散液を流すことにより精密微粉分級が可能となる。なお本分級方式では、分散液の質量濃度が希薄な場合（およそ数%以下）を対象としている。

1999年6月15日受付

粉体工学会1998年度秋期研究発表会（1998年11月、東京）にて発表

*名古屋工業大学機械工学科

〒466-8555 名古屋市昭和区御器所町 TEL 052-735-5323

Department of Mechanical Engineering,

Nagoya Institute of Technology

(Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya 466-8555)

Fig. 1 Schematic of the almost rigidly rotating flow structure and particle path within a rotating double-walled container for the batch-type classification (k, l, k', l': Ekman layers; m, n, n': Stewartson layers; i, i': interior regions; j: rigid-rotation region; hatching: Ekman extensions of Stewartson layers; ○: coarse particles; ●: fine particles; F_c , F_d : centrifugal and drag forces)

本分級方式は、従来の方式（乱れを伴う流れ場）に比べて分級精度の面で圧倒的に有利である。なぜなら、本方式の分級限界が原理的にブラウン拡散によって決まるのに対し、後者は乱流拡散の影響を受けるからである。例えば 1 気圧、20℃（絶対温度 $T=293\text{K}$ ）の水中（粘度 $\mu=1.002\times 10^{-3}\text{Pa}\cdot\text{s}$ 、カニングガムの補正係数 $C_c=1$ ）における直径 $D_p=0.1\mu\text{m}$ の球形粒子のブラウン拡散係数 $\kappa TC_c/(3\pi\mu D_p)$ は $4.28\times 10^{-12}\text{m}^2/\text{s}$ （ボルツマン定数 $\kappa=1.38\times 10^{-23}\text{J/K}$ ）であるが、乱流拡散係数は例えば湿式の水平流型重力分級機の場合 $10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ の程度であり、ブラウン拡散係数の値は乱流拡散係数に比べ格段に小さい。

本方式は上述の特色をもつのみでなく、持続的に働く強力な分離力と分級産物の混合阻止の特色も兼ね備えている。すなわち後述のように、まずエクマン層での強いせん断流れにより粒子間距離が広がり、次のスチュワートソン層での高速回転流れによりさらにその距離が広がって分級が達成され、分級後の粗粉産物は剛体回転領域へ閉じ込められて微粉産物へ混入することはない。

一方、ウラン濃縮のためのガス遠心分離に関する研究⁵⁾では、回転円筒容器内に生成させたスチュワートソン層のみを主に活用し、本研究のようにエクマン

層、スチュワートソン層、剛体回転領域のすべてを積極的に活用する分離方式は未だ研究されていない。

本論文では、バッチ方式について、分級の原理と特徴、分級試験による性能評価、ならびに分級に应用している準剛体回転流について述べる。

2. 分級の原理

Fig. 1 は、回転二重容器内の安定な軸対称の準剛体回転流の構造および粒子軌道を示す。 Ω は回転容器の角速度、 Q は貫流量（原料粉体分散液の流量 Q_0 と水の流量 $Q-Q_0$ の合計）である。この準剛体回転流は、後に詳述するようにエクマン層 k, l, k', l'、スチュワートソン層 m, n, n'、内部領域 i, i' および剛体回転領域 j からなる。なお斜線部はスチュワートソン層とエクマン層が重なった部分（スチュワートソン層のエクマン・エクステンション）である。原料粉体分散液は、フィードパイプによりコアの回転軸上に供給され、そこから n の下部のエクマン・エクステンションを経て k（コア壁面側）へ進む。他方、流入口から供給される水は n を経て k（内部領域 i 側）または l へ進む。粉体粒子は k と m において、粒径に応じた遠心力 F_c と流体抗力 F_d による分級作用を受ける。その結果、微粒子（●）は m から k' または l' に進み、流出口から微粉産物として捕集される。一方、粗粒子（○）は m から剛体回転領域 j に入り、j に接したハウジング壁面に付着する。付着した粗粒子は、分級終了後に流出口から粗粉産物として捕集される。なお j にいったん入り込んだ粗粒子は流れ構造上ここから出ることが不可能で、粗粒子が微粉産物へ混入することは起こり得ない。

微小な球形粒子に働く遠心力 F_c および流体抗力（ストークス抵抗） F_d は、次式で与えられる。

$$F_c = (\rho_p - \rho_f) (\pi D_p^3 / 6) \Omega^2 r^* i \quad (1)$$

$$F_d = 3\pi\mu D_p (v^* - u^*) \quad (2)$$

$$\therefore |F_c|/|F_d| = (\gamma - 1) (D_p/a)^2 r / (18ER_s |v - u|) \quad (3)$$

ここで、上付き添字* がとれた変数 (r, v, u) は、代表長さ a あるいは代表速度 U_E による無次元量である。本研究では、 a をコアの円柱面の半径、 U_E を厚さが $O((\nu/\Omega)^{0.5})$ のエクマン層内の平均半径速度の目安である $Q/\{4\pi a(\nu/\Omega)^{0.5}\}$ とする。 E, R_s は次式で定義される流れの支配パラメータで、それぞれエクマン数（流体に作用するコリオリ力に対する粘性力の比）、ロスビー数（コリオリ力に対する慣性力の比）である。

(a) Total system (C : rotating container ; D : driving system, T_0 , T_w : tanks for the feed suspension and water ; O_0 , O_w : overflow tanks for the feed suspension and water ; N_0 : dispersion nozzle)

(b) Rotating container C and slip ring (dimensions (units mm) : housing : $R_H=94.49$; core : $a=72.64$, $R_R=87.90$; inlet : $d=\phi 21.8$, $l=179.5$; outlet : $d_f=4-\phi 4$, $d_s=\phi 34$)

Fig. 2 Experimental apparatus

γ は流体密度に対する粒子密度の比 ($\gamma=\rho_p/\rho_f$) である。

$$E=\nu/(\Omega a^2)\sim 1/n, \\ R_S=U_E/(\Omega a)\sim Q/n^{0.5} \quad (n=30\Omega/\pi) \quad (4)$$

前述の準剛体回転流は、後述するように微小な E および R_S の条件下で生成される。すなわち、微小な貫流量 Q のもとではいくら回転数 n を高速にしても流れに乱れがまったく発生しないので、層流状態を保ったまま回転数を自由に増減でき、Eq. (3) の遠心力と流体抗力の比を任意に設定できる。ゆえに E を減少 (n を増大) または R_S を減少 ($Q/n^{0.5}$ を減少) させてこの比を増大させることにより、高精密なサブミクロン分級が可能となる。

3. 分級試験による性能評価

3.1 実験装置および方法

Fig. 2 (a) は分級実験装置を示す。これは、回転容器 C、駆動系 D、スリップリング、原料粉体分散液用タンク T_0 、給水用タンク T_w 、ならびにそれぞれ原料粉体分散液、水を一定流量で供給するオーバーフロータンク O_0 、 O_w よりなる。なお、ポンプとノズル N_0

は実験中の分散液の凝集防止のために用いた。

Fig. 2 (b) は C とスリップリングの詳細を示す。ハウジング (透明なアクリル樹脂製) の内面は球面 (半径 94.49mm) で、コア (ジュラルミン製) の外面は球面 (半径 87.90mm) と円柱面 ($a=72.64$ mm) からなる。フィードパイプは、スリップリングの静止系に固定されている。

原料粉体分散液は、原料粉体、分散媒および分散剤よりなる。原料粉体は真比重 γ が 1.19 のポリメタクリル酸メチルの球形粒子 (積水化成工業、テクポリマー MB-4)、分散媒は水、分散剤は液体の合成洗剤 (日本生活協同組合連合会、Kソフト) である。本実験では、原料粉体分散液に対する原料粉体の質量濃度 C_0 を 0.5%、分散剤の質量濃度を 0.6% とした。

分級試験方法は以下のとおりである⁶⁾。まず原料粉体分散液の代わりに水を供給して、回転容器の回転数 n 、貫流量 Q 、原料粉体分散液の流量 Q_0 を設定する。すなわちエクマン数 E 、ロスビー数 R_S 、原料粉体分散液の流量比 $k_0(=Q_0/Q)$ を設定する。次に水を原料粉体分散液に切り換えることにより分級試験を開始し、再び水に戻すことによって終了する。なお本実験装置 (代表長さ $a=0.07264$ m) では、20℃ の水の

場合、 E , R_S と n (rpm), Q (m^3/s) との間に次の関係がある。

$$E = 1.82 \times 10^{-3} / n, \quad R_S = 4.65 \times 10^4 Q / n^{0.5} \quad (5)$$

$$n = 1.82 \times 10^{-3} / E, \quad Q = 9.16 \times 10^{-7} R_S / E^{0.5} \quad (6)$$

本実験では流量比 k_0 を 0.15 の一定値に設定したが、この場合の原料粉体分散液の流量 Q_0 は、原料粉体分散液が供給されるエクマン層 k を通過する流量（後述のエクマン輸送量 q ）の理論値の約 30 % に相当する。

粒度測定は、光透過式の遠心沈降式粒度分布測定装置（島津製作所，SA-CP4L）により行い、ふるい上積算分布（質量基準） $R(D_p)$ を求めた。

$$\begin{aligned} \eta_F &= \text{微粉産物の質量流量} / \text{原料粉体の質量流量} \\ &= \rho_f Q C_F / (\rho_f Q_0 C_0) = C_F / (k_0 C_0) \end{aligned} \quad (7)$$

で定義される微粉収率 η_F は、 k_0 , C_0 が上述のように設定値であるので、微粉産物の質量濃度 C_F を測定することにより求められる。 C_F は、微粉産物を濾紙で濾過後、 -300mmHg 、約 60°C で減圧乾燥させて求めた（常圧下での高温乾燥では粉体に変質するため）。

3.2 分級性能の評価方法

本研究では、分級性能をより正確に評価するため、粒度測定によって得られる原料粉体、微粉産物のふるい上積算分布 $R_0(D_p)$, $R_F(D_p)$ の離散データを、次式のように関数近似した（添字 O, F は省略）。

$$\begin{aligned} R &= 10 \exp(-10 \exp y) \\ (\text{i.e., } y &= \log_{10}(\log_{10}(1/R))), \\ y &= A_1 x + A_2 \sin(A_3 x) + A_4, \quad x = \log_{10} D_p \end{aligned} \quad (8)$$

ただし A は定数で、最小 2 乗近似法により求めた。この関数近似は、Fig. 3 に示すように、ロージン・ラムラー線図 (x - y 平面) 上での直線近似 $y = A_5 x + A_6$ （ロージン・ラムラー近似に対応）よりも近似精度がよく、 R の近似誤差を粒度測定の繰返し測定の誤差以下（約 5 % 以下）に抑えることができた。

次式で定義される原料粉体、微粉産物の頻度分布 f_0 , f_F は、Eq. (8) から得られる微分係数 dR/dD_p および Eq. (7) の微粉収率 η_F より求められる。

$$f_0(D_p) = -dR_0/dD_p, \quad f_F(D_p) = -\eta_F dR_F/dD_p \quad (9)$$

微粉産物の部分分級効率¹⁾は、次式により求められる。

Fig. 3 Approximation of the mass-base oversize distribution $R(D_p)$ in the Rosin-Rammler diagram of the x - y plane (D_p (μm), R (-))

$$\Delta\eta(D_p) = f_F(D_p) / f_0(D_p) \quad (10)$$

なお粗粉産物のふるい上積算分布と頻度分布は、分級前後の質量保存則から次式のように求められる。

$$R_C = (R_0 - \eta_F R_F) / (1 - \eta_F) \quad (11)$$

$$f_C(D_p) = f_0(D_p) - f_F(D_p) \quad (12)$$

3.3 分級試験結果および考察

Fig. 4 は、エクマン数 $E = 7.0 \times 10^{-6}$ 、ロスビー数 $R_S = 8.3 \times 10^{-3}$ (Eq. (6) より $n = 260\text{rpm}$, $Q = 2.87 \times 10^{-6}\text{m}^3/\text{s}$) の場合に得られる (a) ふるい上積算分布 $R(D_p)$, (b) 頻度分布 $f(D_p)$, (c) 部分分級効率 $\Delta\eta(D_p)$ を示す。ふるい上積算分布の各離散データは、前述の近似関数 (Eqs. (8), (11)) による曲線でほぼ正確に近似されている。頻度分布から知られるように分級径 D_{p50} ($f_F = f_C$ となる粒径) は $4.40\mu\text{m}$ でミクロンオーダーであるが、これは回転数 n が上記のように低いためである。しかしながら、部分分級効率から知られるように分級の鋭さ S ($\Delta\eta$ が 25 % と 75 % となる粒径の比 D_{p25}/D_{p75} で完全分級の場合 $S=1$) は 1.49 であり、低速回転にもかかわらず比較的高精度値が得られる。

Fig. 5 は、ロスビー数が一定 ($R_S = 8.3 \times 10^{-3}$, $Q/n^{0.5} = 1.78 \times 10^{-7}\text{m}^3/\text{s}^{0.5}$) の場合における部分分級効率のエクマン数 E (回転数 n) への依存性を示す。部分分級効率は、 E の減少 (n の増大) に対して大きな粒径においてかなり減少する一方で、小さな粒径では少し増大し、横軸に垂直な完全分級の効率曲線に近づく。

Fig. 6 は、Fig. 5 から求めた分級の鋭さ S および分級径 D_{p50} ($\Delta\eta = 50\%$ となる粒径) のエクマン数 E への依存性を示す。 D_{p50} は E の減少 (回転数 n の増大) とともに小さくなる。これは、粒子に作用する流体抗

(a) Oversize distributions

(b) Frequency distributions

Fig. 4 Classification performance for $E=7.0 \times 10^{-6}$ and $R_s=8.3 \times 10^{-3}$

Fig. 5 Dependence of the partial fractional efficiency on the Ekman number E for $R_s=8.3 \times 10^{-3}$

力に対する遠心力の比 (Eq. (3)) が E の減少に伴って増大するためである。他方, S は E の減少とともに完全分級値 ($S=1$) に近づく。これは、遠心力効果

Fig. 6 Dependence of the sharpness index and the cut size on the Ekman number for $R_s=8.3 \times 10^{-3}$

Fig. 7 Dependence of the sharpness index and the cut size on the Rossby number for $E=5.0 \times 10^{-6}$

(a) Ekman number dependence for $R_s=8.3 \times 10^{-3}$

(b) Rossby number dependence for $E=5.0 \times 10^{-6}$

Fig. 8 Dependence of the yield of fine product on the Ekman and Rossby numbers

の増大が分級精度の向上をもたらすことを示している。

Fig. 7 は、エクマン数が一定 ($E=5.0 \times 10^{-6}$, $n=363$ rpm) の場合に得られる分級の鋭さ S および分級

径 D_{P50} のロスビー数 R_S (貫流量 Q) への依存性を示す。 D_{P50} は R_S の減少 (Q の減少) とともに小さくなる。これは、流体抗力に対する遠心力の比 (Eq. (3)) が R_S の減少に伴って増大するためである。つまり、貫流量の減少による流体抗力の減少のため相対的に遠心力効果が増大し、その結果分級径は小さくなる。他方、 S は R_S の減少とともに 1 に近づく。この分級精度の向上も、上述の遠心力効果の増大による。

Fig. 8 は、微粉収率 η_F のエクマン数 E 、ロスビー数 R_S への依存性を示す。 η_F は、 R_S が一定 ($Q/n^{0.5}$ が一定) の場合 E の減少 (n の増大) とともに、そして E が一定 (n が一定) の場合は R_S の減少 (Q の減少) とともに小さくなる。これは、上述のように流体抗力に対する遠心力の比が E あるいは R_S の減少に伴って増大するため、より細かい粒子が粗粉産物となり、その結果微粉産物の割合が減少するからである。

4. 分級に応用している準剛体回転流の考察

4.1 準剛体回転流の概略

原料粉体分散液の質量濃度が希薄な場合、流れは媒液 (非圧縮・粘性流体である水) の単相流として取り扱うことができる。回転座標系におけるこの定常流れ (速度 $\mathbf{u}$ 、遠心力を除いた圧力 p) の無次元支配方程式 (無次元化は前と同じ) は、次式のナビエ・ストークス式 (各項の意味を明記) と連続式で与えられる。

$$R_S(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + 2\mathbf{k} \times \mathbf{u} = -\nabla p + E \nabla^2 \mathbf{u} \quad (13)$$

(慣性力) (コリオリ力) (圧力勾配) (粘性力)

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (14)$$

準剛体回転流^{7, 8)} は、ロスビー数 R_S が微小 (微小貫流量・高速回転) の場合の流れで、次式で表される。

$$2\mathbf{k} \times \mathbf{u} = -\nabla p + E \nabla^2 \mathbf{u} \quad (15)$$

壁近傍や流れのせん断の大きなところに生じるエクマン層、スチュワートソン層と呼ばれる境界層内では、上式が支配方程式となる。境界層以外の内部領域と呼ばれる領域では、粘性力の影響が無視できるので、コリオリ力と圧力勾配がつりあう地衡流平衡の流れとなる。そこでは速度が回転軸方向には変化しないというテイラー・プラウドマンの定理が成立する。

エクマン層 (Fig. 1 の k, l, k', l') は、回転軸に平行でない壁近傍に形成される境界層で、内部領域 (i, i') の速度分布を壁面粘着条件と整合させる働きをもつ。一方、スチュワートソン層 (m, n, n') は、回転軸に平

行な壁面近傍 (m のうちコアの円柱壁面近傍部分) および方位角方向速度の勾配をもつ回転軸に平行なところ (m の残りの部分と n, n') に形成される境界層である。前者の壁面上のスチュワートソン層は、この層の片側に位置する領域の速度分布を壁面粘着条件と整合させる働きをもち、後者の自由スチュワートソン層は、この層の両側の領域の速度分布を整合させる働きをもつ。

4.2 エクマン層および内部領域流れ

まず部分分級効率に影響を与えるエクマン層と内部領域の流れ構造について説明する。Eqs. (15), (14) で表される定常・軸対称のエクマン層・内部領域流れの理論解は、Eq. (15) の最高階微分の係数 E が微小であるので特異摂動法により以下のように導出できる⁹⁾。

内部領域 (Fig. 1 の i, i') の速度成分

$$u_i = 0 + O(E) \quad (16a)$$

$$v_i = -4C_Q r^{-1} [(1 + b_L'^2)^{0.25} + (1 + b_U'^2)^{0.25}]^{-1} + O(E^{0.5}) = O(E^0) \quad (16b)$$

$$\begin{aligned} w_i &= -C_Q E^{0.5} r^{-1} \\ &\quad \times (1 + b_L'^2)^{-0.75} (1 + b_U'^2)^{-0.75} \\ &\quad \times \{b_L' b_L'' (1 + b_U'^2) - b_U' b_U'' (1 + b_L'^2)\} \\ &\quad \times [(1 + b_L'^2)^{0.25} + (1 + b_U'^2)^{0.25}]^{-2} + O(E) \\ &= O(E^{0.5}) \end{aligned} \quad (16c)$$

エクマン層 (k, l, k', l') の速度成分

$$u = -(1 + b'^2)^{-0.5} v_i \exp(-\tau) \sin \tau = O(E^0) \quad (17a)$$

$$v = v_i [1 - \exp(-\tau) \cos \tau] = O(E^0) \quad (17b)$$

$$w = -b' (1 + b'^2)^{-0.5} v_i \exp(-\tau) \sin \tau = O(E^0) \quad (17c)$$

$$\begin{aligned} G &= (1 + b'^2)^{-0.5} (b' w + u) \\ &= -v_i \exp(-\tau) \sin \tau = O(E^0) \end{aligned} \quad (17d)$$

ここで、 b は軸対称の壁形状を表す r の任意関数であり、添字 L, U は各流れ場において b の値がそれぞれ小、大の壁 (下壁, 上壁) 近傍のエクマン層に関する変数を表す。 C_Q は上、下壁間を流れる無次元流量で、 τ (次式) は後述のエクマン層厚さ相当の (ν/Ω_N)^{0.5} で無次元化された各壁に垂直な拡大座標である。

$$\begin{aligned} \tau &= \tau^* / (\nu/\Omega_N)^{0.5} \\ &= (\pm 1) E^{-0.5} (z - b) (1 + b'^2)^{-0.75} \\ &\quad (\pm 1 = 1 \text{ (下壁)}, -1 \text{ (上壁)}) \end{aligned} \quad (18)$$

Fig. 9 Radial distributions of the azimuthal and axial velocity components, v_i and w_i , in the interior region i

Fig. 10 Normal (τ) distributions of the azimuthal and tangential velocity components v and G , divided by $-v_i$, in the Ekman layer

Fig. 9は、Fig. 2 (b) の実験装置の同心二重球面部分の

$$\begin{aligned} \text{下壁: } b_L &= \{1.21^2 - r^2\}^{0.5}, \\ \text{上壁: } b_U &= \{1.30^2 - r^2\}^{0.5} \quad (0.15 < r < 1, z > 0) \end{aligned} \quad (19)$$

の間の内部領域 i ($C_Q = 1$) の速度分布を示す。方位角方向速度 v_i は、半径 r の増大とともに回転系の速度 ($v_i = 0$) に近づく。これは、Eq. (16b) において、下、上壁球面の性質上、傾き b_L' , b_U' の絶対値が r とともに増大するからである。一方、 $O(E^{0.5})$ の微小量で、壁の傾きだけでなくその変化率 b_L'' , b_U'' にも依存する軸方向速度 w_i (Eq. (16c)) は、絶対値が r とともに増大する負の値 (軸方向下向き流れ) を示す。なお半径方向速度 u_i は、 u_i によるコリオリ力が方位角方向の圧力勾配とつりあうので ($u_i = -r^{-1} \partial p_i / \partial \phi$)、軸対称流である限り壁形状に無関係に零である。

Fig. 10は、上述の同心二重球面近傍に生じるエクマン層での方位角方向速度 v 、接線方向速度 G の壁の法線 (τ) 方向分布を示す。 $v/(-v_i)$ および $G/(-v_i)$ の τ 分布形状は、回転二円板 ($b_L' = b_U' = 0$) の場合と同じであり、分布形状に壁形状 (傾き b' 、曲率 b'') の影響が陽に現れない。これは、Eqs. (17b), (17d) から知られるように壁形状の影響が v_i (Eq. (16b)) と τ (Eq. (18)) にすべて含まれるからである。なお半径および軸方向速度 u , w の分布形状には b' が陽に現れる。

Fig. 10において、 v , G がともに $\tau \approx \pi$ (有次元量では $\tau^* \approx \pi(\nu/\Omega_N)^{0.5}$) で内部領域での各値 (G_i は $O(E^{0.5})$ の微小量) に漸近することから、エクマン層厚さ (有次元 δ^* 、無次元 δ) について次式が得られる。

$$\begin{aligned} \delta^* &\approx \pi(\nu/\Omega_N)^{0.5}, \\ \delta &= \delta^* / a \approx \pi E^{0.5} (1 + b'^2)^{0.25} = O(E^{0.5}) \end{aligned} \quad (20)$$

以下でさらにエクマン層流れを考察するため、次式で定義されるエクマン輸送量 q (各エクマン層の r 断面を通過する流量で Q による無次元量) を導入する。

$$\begin{aligned} q &= 0.25 \int_0^\infty 2ru(1 + b'^2)^{0.75} d\tau \\ &= C_Q(1 + b'^2)^{0.25} [(1 + b_L'^2)^{0.25} \\ &\quad + (1 + b_U'^2)^{0.25}]^{-1} + O(E^{0.5}) = O(E^0) \end{aligned} \quad (21a)$$

$$\therefore q_L + q_U = C_Q, \quad q_L' + q_U' = 0 \quad (21b)$$

このエクマン輸送量 q と前述のエクマン層厚さ δ 、内部領域の軸方向速度 w_i との間には、Eqs. (20), (16c) より、次式の関係が成立することが知られる。

$$\begin{aligned} q_L/q_U &= (1 + b_L'^2)^{0.25} / (1 + b_U'^2)^{0.25} \sim \delta_L/\delta_U \quad (22a) \\ w_i &= -2E^{0.5} r^{-1} q_L' = 2E^{0.5} r^{-1} q_U' \\ &= -E^{0.5} r^{-1} (q_L' - q_U') \end{aligned} \quad (22b)$$

Fig. 11は、下、上壁が任意形状の場合のエクマン層 k , l 、内部領域 i について上記の関係を示す。 δ はEq. (20) より $\Omega_N^{0.5}$ に反比例する。ゆえにFig. 11に示すような下壁の曲率が上壁よりも大きい場合には、 r において $\Omega_{NL} < \Omega_{NU}$ であるので $\delta_L > \delta_U$ となる。したがって、Eq. (22a) (δ の大きい方が大きなエクマン輸送量 q を示す) より $q_L > q_U$ となる。そして上記の r よりも大きな半径では、上壁のエクマン層厚さ δ_U が r でのその厚さよりも厚くなるが (Ω_{NU} の減少のため)、下壁の δ_L の方がさらに厚くなるので、 q_U は r 位置でのその値よりも減少し、 q_L の方は増大する (Eq. (21b) の $q_L' + q_U' = 0$ のゆえ)。なお、これらのエクマン輸送量の増減は、Eq. (22b) から知られるように内部領域での下向きの軸方向流れ w_i によっても

Fig. 11 Schematic of the relationship among the Ekman transport q , the thickness δ of the Ekman layer, and the interior axial velocity component w_i

たらされる。

4. 3 剛体回転領域生成のための条件

剛体回転領域 j (Fig. 1) は、粗粉産物の捕集域として不可欠である。その生成条件は次のようである。流れ場が Fig. 1 の j 部分に見られるように外側が閉じた形状でありさえすれば（壁形状 b_L , b_U の関数形には無関係）、 j 内の r が一定の円筒面を通過する流量 C_Q は零であるので、Eqs. (16), (17) よりすべての速度成分が零となり j は剛体回転領域となる。すなわち、生成条件は流れ場を回転軸に向かって凹型形状にすることである。

4. 4 スチュワートソン層の流れ構造

部分分級効率に最も重要な役割を果たすのは、Fig. 1 中のエクマン層 k とスチュワートソン層 m の流れである。エクマン層についてはすでに述べたので、ここではスチュワートソン層の流れ構造の概略を述べる。

Fig. 12 は、実験装置の容器形状に対して既報¹⁰⁾の数値解析手法により得た軸対称の準剛体回転流の流線図を示す。なお左の図は右の図の拡大図であるが、流れ関数の値が異なる流線を示している。コアの円柱面およびその延長線の近傍にスチュワートソン層が生じ、それは円柱面に沿った貫流領域とその外側の循環流領域からなっている。スチュワートソン層は一般に $O(E^{1/3})$ および $O(E^{1/4})$ の厚さの $E^{1/3}$ 層と $E^{1/4}$ 層からなる複合層である。Fig. 12 では E の値に対応した $E^{1/3}$ および $E^{1/4}$ の厚さを記入している。これより $E^{1/3}$ 層が貫流領域、 $E^{1/4}$ 層が循環流領域に対応することが分かる。

4. 5 安定な準剛体回転成層流の生成条件

安定・軸対称の準剛体回転流の生成条件を実験的に求めるため、貫流に注入したウラン色素 ($C_{20}H_{10}$

Fig. 12 Numerically simulated stream lines of the axisymmetric almost rigidly rotating flow for $E=5.0 \times 10^{-6}$ and $R_s=1.22 \times 10^{-2}$

Fig. 13 Stable axisymmetric regime of the almost rigidly rotating flow for $E=5.0 \times 10^{-6}$ and $R_s=1.5 \times 10^{-2}$

O_5Na_2) にアルゴンレーザを照射して蛍光色素流脈を観察した。**Fig. 13** (a) は原料粉体分散液の代わりに水を流した場合の流脈写真であるが、分散液の濃度が希薄であるため分散液を流した場合との明確な相違は認められなかった。観察により $0 < R_s \leq 2.5 \times 10^{-2}$, $4.0 \times 10^{-6} \leq E \leq 8.0 \times 10^{-6}$ の流れ条件では、Fig. 13 (b) (流脈から求めた流線のスケッチ) に示すよう

な安定・軸対称の準剛体回転流が生成されることが分かった。

4. 6 流れ構造と分級性能との関係

前述したように原料粉体分散液をコアの回転軸上に導きエクマン層 k 内に供給することが必要である。なぜならもしもすきま全体に供給すれば原料粉体分散液がエクマン層 l にも入り込み (Fig. 1, Fig. 12 参照), ハウジング壁近傍に達する微粒子はスチュワートソン層 m において剛体回転領域 j へと進むため, 粗粉産物として捕集されてしまうので分級精度が悪化するからである。

エクマン層 k に供給された粒子は, 壁の接線方向速度 (Fig. 10 の $G/(-v_l)$) によりコア壁に沿って方位角方向の強いせん断作用 ($v/(-v_l)$ 参照) を受けて, 粒子の軌道分離が生じる。また内部領域の軸方向速度 (Fig. 9 の w_l) が負なのでハウジングからコアに向かう流れ (Fig. 11 参照) が存在するため, 微粒子がハウジング側のエクマン層 l に運ばれるようなことは起こり得ない。エクマン層 k からスチュワートソン層 m に達した粒子は, $E^{1/3}$ 層あるいは $E^{1/4}$ 層 (Fig. 12) において軌道分離が促進され, 最終的に粗粒子は剛体回転領域に閉じ込められ, 微粒子は流出口から排出される。

以上のように, 本分級方式は, エクマン層内での強いせん断流れとスチュワートソン層での高速回転流れを相乗的に利用して粒子の軌道分離を効果的に促進するとともに, 内部領域流れおよび剛体回転領域を利用して高精度分級を達成するという特色をもっている。

分級試験で得られた分級の鋭さ, 分級径, 微粉収率 (3. 3 節) に及ぼす E と R_s の影響については, 粒子に作用する遠心力と流体抗力の比 (Eq. (3)) から分かるように定性的には同じ影響を与える。しかし, 実験結果が示すように定量的に相違が見られるのは, Eq. (3) における粒径 D_p の差と入口における粒子のバラツキの状態によって, それぞれの粒子の軌道に差が生じ, そのため $|v-u|$ が粒子ごとに相違してくる。したがって時間的に積分された粒子軌道を考察しなければ詳細は解明できない。現在, それについて研究している段階である。

5. 結 言

高速回転二重容器内に微量の水を貫流させて生成した安定な軸対称の準剛体回転流を分級に応用する新しい湿式遠心分級方式を提案する。このような準剛体回転流では, 微小な貫流量下でいくら高速回転にしても完全な軸対称成層流が保たれるので, 従来の方式では得られない高性能の分級が可能である。また, 粒子に作用する流体抗力に対する遠心力の比を任意に設定できる特徴がある。したがって, 本方式は原理的にサブミクロン粒子に至る広範囲の微小粒径で高精度分級が可能である。本論文では, 円柱・球形状の容器を用いたバッチ方式分級について考察し, 以下の結論を得た。

- (1) 回転数が一定の場合貫流量が小さいほど, また貫流量が一定の場合回転数が大きいほど, 分級径および微粉収率は小さく, 分級の鋭さは完全分級の値に近づく。
- (2) 粗粉産物の捕集域である剛体回転領域を生成させるための条件は, 流れ場の形状を回転軸に向かって任意の凹型の片側が閉じた形状にすることである。
- (3) 内部領域の軸方向流れは, 半径方向にエクマン輸送量が減少する壁から増大する壁に向かう方向をとる。
- (4) スチュワートソン層は, 回転コアの円柱面に沿った貫流領域とその外側の循環流領域からなる。
- (5) $4.0 \times 10^{-6} \leq E \leq 8.0 \times 10^{-6}$, $0 < R_s \leq 2.5 \times 10^{-2}$ の範囲のエクマン数 E , ロスビー数 R_s の流れ条件では, 安定な軸対称の準剛体回転流が生成される。
- (6) 高精度の分級性能は, 流れの構造の詳細を理解することによってもたらされるものである。すなわち, 回転コア壁近傍のエクマン層 k への原料粉体分散液の供給, エクマン層内の強いせん断流れによる粒子の分散, ハウジングからコアに向かう内部領域流れ i により微粒子をコア壁近傍にとどめようとする作用, ならびにスチュワートソン層 m での高速回転流れの相乗効果による粒子軌道分離の促進によるものであると考えられる。

本研究は, 文部省科学研究費補助金・試験研究 B2 (H3~5 年度 03555037) の援助を受けた。ここに付記し謝意を表す。

Nomenclature

A	: constants (Eq. (8))	(-)	(characteristic length)	(m)
a	: radius of the cylindrical part of the rotating core	b	: dimensionless arbitrary function of r , presenting	

an axisymmetric wall configuration	(-)	(u, v, w)	: dimensionless velocity components in the rotating cylindrical coordinate system	(-)	
C	: mass concentration of suspension	(-)	U_E	: characteristic velocity, $Q / \{4\pi a (\nu / \Omega)^{0.5}\}$	(m/s)
C_Q	: flow rate, non-dimensionalized by Q , of the flow between lower and upper walls	(-)	$\mathbf{v}^*$	: particle velocity vector, $U_E \mathbf{v}$	(m/s)
D_p	: diameter of a spherical particle	(m)	x	: $\log_{10} D_p$ (Eq. (8))	(-)
D_{pN}	: particle diameter for $\Delta\eta = N(\%)$ (D_{p50} : cut size)	(m)	y	: $A_1 x + A_2 \sin(A_3 x) + A_4$ (Eq. (8))	(-)
E	: Ekman number (Eq. (4))	(-)	γ	: ρ_p / ρ_f	(-)
$f(D_p)$	: frequency distribution (mass base, Eqs. (9), (12))	(m^{-1})	η_F	: yield of fine product (Eq. (7))	(-)
F_c	: centrifugal force acting on the particle (Eq. (1))	(N)	$\Delta\eta(D_p)$	: partial fractional efficiency of the fine product (Eq. (10))	(-)
F_d	: drag acting on the particle (Eq. (2))	(N)	δ	: dimensionless Ekman-layer thickness at $r, \delta^* / a$ (Eq. (20))	(-)
G	: dimensionless velocity component tangential to the wall (Eq. (17d))	(-)	μ	: viscosity of fluid	(Pa · s)
i, k	: unit vectors in the radial and axial directions	(-)	ν	: kinematic viscosity of fluid, μ / ρ_f	(m^2/s)
$k_{(1)}$	: feed-suspension ratio, $Q_{(1)} / Q$	(-)	ρ_f, ρ_p	: densities of fluid and particle respectively	(kg/m^3)
n	: rotation rate of the rotating container, $30\Omega / \pi$	(rpm)	τ	: dimensionless stretched coordinate normal to the wall in each Ekman layer (Eq. (18))	(-)
p	: pressure reduced by a centrifugal force, non-dimensionalized by $\rho_f \Omega a U_E$	(-)	Ω	: angular velocity of the rotating container	(rad/s)
Q	: through-flow rate	(m^3/s)	$\Omega_\perp$	: angular velocity component normal to the wall at $r, (1 + b'^2)^{-0.5} \Omega$	(rad/s)
$Q_{(1)}$	: flow rate of the feed suspension	(m^3/s)	Subscripts		
q	: Ekman transport at r on each wall, non-dimensionalized by Q (Eq. (21a))	(-)	C, F	: concerning the coarse and fine products respectively	
$R(D_p)$	: oversize distribution (mass base, Eqs. (8), (11))	(-)	I	: concerning interior regions	
R_S	: Rossby number (Eq. (4))	(-)	L, U	: concerning the lower and upper walls with small and large axial coordinates respectively	
(r^*, ϕ, z^*)	: rotating cylindrical coordinate system (radial, azimuthal, and axial coordinates),	($m, -, m$)	O	: concerning the feed suspension	
S	: sharpness index, D_{p25} / D_{p75}	(-)	W	: concerning the water supplied	
$\mathbf{u}^*$	: flow velocity vector, $U_E \mathbf{u}$	(m/s)	Superscripts		
			'	: derivatives with respect to r	
			*	: variables with dimension corresponding to the dimensionless ones	

References

- 1) Tanaka, Z., T. Inoue, J. Hidaka and S. Miwa: "Basic Lectures of Powder Technology 2, Chapter 2 Classification", *J. Soc. Powder Technol., Japan*, **25**, 221-230 (1988)
- 2) Tanaka, Z., T. Miya and T. Takahashi: "Wet Size Classification for Fine Particles in Centrifuges", *J. Soc. Powder Technol., Japan*, **29**, 750-754 (1992)
- 3) Isshiki, Y., K. Fukui, H. Yoshida and A. Kobayashi: "The Control of Particle Size Separation by the Use of a Hydrocyclone", *J. Soc. Powder Technol., Japan*, **34**, 690-696 (1997)
- 4) Okuda, S.: "On Accurate Classification of Fine Particles", *J. Soc. Powder Technol., Japan*, **26**, 451-458 (1989)
- 5) Harada, I. and N. Ozaki: "A Numerical Study of Source-Sink Flows in a Rotating Cylinder", *J. Phy. Soc. Japan*, **45**, 1400-1409 (1978)
- 6) Nakabayashi, K. et al.: "Basic Study on Fine Particles in Almost Rigidly Rotating Flow (4th Report, Experimental Consideration of Classification Efficiency)", *Trans. Japan Soc. Mech. Eng.*, **594**, 586-592 (1996)
- 7) Kimura R.: "Introduction to Geophysical Fluid Dynamics", pp. 27-45, Tokyodo Press (1987)
- 8) Greenspan, H. P.: "The Theory of Rotating Fluids", pp. 28-118, Cambridge University Press (1968)
- 9) Nakabayashi, K. and Y. Tsuchida: "Basic Study on Fine Particles in Almost Rigidly Rotating Flow (1st Report, Theoretical Consideration of Flow)", *Trans. Japan Soc. Mech. Eng.*, **591**, 3989-3995 (1995)
- 10) Morinishi, Y. et al.: "Computational Method for Almost Rigidly Rotating Flow", *Trans. Japan Soc. Mech. Eng.*, **572**, 1234-1241 (1994)