準剛体回転流中の微粒子分級のスケール則

Scaling Law of Fine Particle Classification by Almost Rigidly Rotating Flow

中林 功一, 土田 陽一

Koichi NAKABAYASHI, Yoichi TSUCHIDA

Scaling law of fine particle classification by a centrifugal system was studied in the present work. The centrifugal system accurately classifies fine particles suspended in a liquid (water) at a low concentration by applying an almost rigidly rotating through-flow between the housing- and core-walls of a rotating double-walled container. We performed classification experiments under various conditions by changing classifier size, feeder, true relative density and size of feed powders, and Ekman and Rossby numbers. Consequently, we found that the scaling law is such that the ratio of cut-off size to the length scale of the fluid or particle motion (characteristic length of the classifier) is determined as a function only of the centrifugal-effect parameter which is the ratio of centrifugal force to drag force exerting on a particle.

Key Words : Wet-type Centrifugal Classification, Almost Rigid Rotation, Cut Size, Scale Up, Particle Motion

1. 緒 言

半導体産業をはじめとする先端技術分野を支える IC 基板や液晶ディスプレイ材料分野では、その材料特性を高度化・高機能化するために、原料粉体粒度の均一化とサブミクロン化の要求が非常に大きく、今後なお一層この要求が強まる傾向にある。このような高精度の微粒子分級に適合する方式を開発するためには、分級の流れ場中に乱れない条件に加え、遠心力を適宜自在に調節できるような分級の流れ場を作り出す必要がある。そこで、著者らはハウジングとコアからなる回転二重容器内の準剛体回転流を微粒子分級場に応用する精密湿式遠心分級方式を開発した。そして、コアが円柱面と球面、ハウジングが球面からなる形状（円柱・球形状と呼ぶ）の場合についてバッチ式と連続式の分級実験を行い、その結果、両者の場合ともに当初の予想以上に良好な分級精度が得られることが分かった^{1, 2)}。

一方、この方式の分級機で産業界の要望を満足させるための性能を実現するためには、種々改善すべき問

題点が多く残っていることが明らかになった。これらの問題点を解決するためには、まず、分級径は何によって決まるのかという分級径に対するスケール則を明らかにしておく必要がある。準剛体回転流を応用した分級方式についてのスケール則の研究はむろんないが、従来の分級機に対するものについてもスケール則としてまとめられた研究は見当たらない。ただし、遠心式空気分級機およびサイクロンについては、スケールアップ性能の観点からの考察がある^{3~5)}が、無次元パラメータを用いて十分明瞭な統一的に理解できるようなスケール則とはなっていない。

そこで、本報では準剛体回転流によるバッチ式分級方式を対象として、分級機の代表長さ、重力の方向に対する回転軸の方向、原料粉体の真比重、粒度分布および供給方法が相違する種々の実験条件で分級試験を行う。そして、粒子運動方程式に基づく理論的考察から、粒子運動を支配する最も重要な無次元パラメータを求め、それにより実験データを整理して、準剛体回転流による分級方式におけるスケール則を明らかにする。

2. 分級試験とその結果

2. 1 試験装置の形状と試料粉体

Table 1 は、本研究および既報¹⁾ で用いた幾何学的に相似な分級場の形状（円柱・球形状）をもつ 3 種類

2000年6月27日受付

名古屋工業大学機械工学科

(〒466-8555 名古屋市昭和区御器所町) TEL 052-735-5323

Department of Mechanical Engineering,

Nagoya Institute of Technology

(Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya 466-8555)

Table 1 Three kinds of geometrically similar sphere-cylinder classifiers, A (Fig. 1), B (Fig. 2), and C¹⁾, and four kinds of feed powder, silica S (SS), silica M (SM), silica L (SL), and polymethyl methacrylate (PM)¹⁾, used in the present and pervious¹⁾ studies

Classifier	A	B	C ¹⁾
Characteristic length a^*	50.85mm	36.32mm	72.64mm
Ratio of geometrical similarity	7	5	10
Shaft	Vertical	Horizontal	Vertical
Feeder	Feed pipe	Feed ring	Feed pipe
Feed ratio k_0	0.20 (Partly 0.10, 0.30)	0.19	0.15
Feed mass-concentration	1.0 %	1.0 %	0.5 %
Feed powder	Silica S (SS)	Silica M (SM)	Silica L (SL)
			Polymethyl methacrylate (PM) ¹⁾
True relative density γ	2.2	2.2	2.2
Dynamic shape factor κ	1	1	1
Diameter range (μm)	0.1~3	0.2~3.6	0.2~4.8
Median diameter $D_{PM}^*(\mu\text{m})$	0.8	1.1	1.4

Fig. 1 Sphere-cylinder classifier A and details of the feeder section S (vertical shaft; dimensions (units mm) : $a^* = 50.85$; $R_c^* = 61.53$; $R_H^* = 66.14$; $d^* = \phi 15.3$; $H^* = 5.00$; $R_1^* = 1.0$)

Fig. 2 Sphere-cylinder classifier B and details of the feeder section S (horizontal shaft; dimensions (units mm) : $a^* = 36.32$; $R_c^* = 43.95$; $R_H^* = 47.25$; $d^* = \phi 46.0$; $d_o^* = 4 - \phi 2.0$; $d_f^* = 4 - \phi 4.0$; $d_s^* = \phi 40.0$; $d_r^* = \phi 48.0$; $t_s^* = 0.1$; $t_z^* = 3.0$; $t_r^* = 1.0$)

の分級試験装置, A (Fig. 1), B (Fig. 2), C (既報¹⁾の Fig. 2), ならびに 4 種類の原料粉体, シリカ S (SS), シリカ M (SM), シリカ L (SL), ポリメタクリル酸メチル (PM, 既報¹⁾) の諸元を示す。

Table 2 Experimental results of the 50% cut size D_{P50}^* obtained in the present and previous¹⁾ studies under 22 test-conditions distinguished by the classifier (A, B, and C¹⁾), the feed powder (SS, SM, SL, and PM¹⁾), the feed ratio ($k_0 = 0.10, 0.15, 0.19, 0.20$, and 0.3), the Ekman number ($E = (2.0 \sim 9.0) \times 10^{-6}$) and the Rossby number ($R_S = (2.0 \sim 22.0) \times 10^{-3}$)

(a) Present data							
Condi- tion	Classi- fier	Feed powder	k_0	E	R_S	D_{P50}^* [μm]	C_E
1	A	SS	0.20	2.0×10^{-6}	3.0×10^{-3}	0.48	2.00×10^8
2	A	SS	0.10	2.0×10^{-6}	3.0×10^{-3}	0.48	2.00×10^8
3	A	SS	0.30	2.0×10^{-6}	3.0×10^{-3}	0.49	2.00×10^8
4	A	SS	0.20	2.0×10^{-6}	4.0×10^{-3}	0.54	1.50×10^8
5	A	SS	0.20	4.0×10^{-6}	2.0×10^{-3}	0.59	1.50×10^8
6	A	SS	0.20	2.0×10^{-6}	6.0×10^{-3}	0.63	1.00×10^8
7	A	SS	0.20	4.0×10^{-6}	3.0×10^{-3}	0.69	1.00×10^8
8	A	SS	0.20	4.0×10^{-6}	4.0×10^{-3}	0.78	7.50×10^7
9	B	SM	0.19	2.0×10^{-6}	6.0×10^{-3}	0.50	1.00×10^8
10	B	SM	0.19	2.0×10^{-6}	8.3×10^{-3}	0.58	7.23×10^7
11	B	SM	0.19	2.0×10^{-6}	11.3×10^{-3}	0.64	5.30×10^7
12	B	SL	0.19	5.4×10^{-6}	6.0×10^{-3}	0.89	3.71×10^7
13	B	SL	0.19	5.4×10^{-6}	8.3×10^{-3}	1.06	2.69×10^7
14	B	SL	0.19	7.0×10^{-6}	8.3×10^{-3}	1.16	2.07×10^7
15	B	SL	0.19	9.0×10^{-6}	8.3×10^{-3}	1.35	1.61×10^7
16	B	SL	0.19	5.4×10^{-6}	16.4×10^{-3}	1.50	1.36×10^7
(b) Previous data ¹⁾							
Condi- tion	Classi- fier	Feed powder	k_0	E	R_S	D_{P50}^* [μm]	C_E
17	C	PM	0.15	5.0×10^{-6}	7.0×10^{-3}	3.86	5.42×10^6
18	C	PM	0.15	5.0×10^{-6}	8.3×10^{-3}	3.93	4.57×10^6
19	C	PM	0.15	5.0×10^{-6}	10.0×10^{-3}	3.93	3.80×10^6
20	C	PM	0.15	7.0×10^{-6}	8.3×10^{-3}	4.40	3.27×10^6
21	C	PM	0.15	8.0×10^{-6}	8.3×10^{-3}	4.50	2.87×10^6
22	C	PM	0.15	5.0×10^{-6}	22.0×10^{-3}	6.29	1.73×10^6

Fig. 1は、分級装置Aの本体および原料粉体分散液供給部Sの詳細を示す。この装置は既報¹⁾の分級装置Cと同様の縦軸形で、Cの7/10のスケールであり、コアの円柱部分の半径 $a^* = 50.85\text{mm}$ および球面部分の半径 $R_c^* = 61.53\text{mm}$ 、ハウジングの球面半径 $R_H^* = 66.14\text{mm}$ 、供給水の流入円筒部の直径 $d^* = 15.3\text{mm}$ である。原料粉体分散液は、分級装置Cの場合と同様に、フィードパイプによって回転コアの軸上に供給される。

Fig. 2は、分級装置Bの本体および原料粉体分散液供給部Sの詳細を示す。この装置は横軸形で、既報¹⁾の分級装置Cの1/2のスケールである($a^* = 36.32\text{mm}$, $R_c^* = 43.95\text{mm}$, $R_H^* = 47.25\text{mm}$)。ただし、供給水の流入円筒部の直径 d^* は、高速回転できるように

にコアのシャフトを流入側にもつけたため、相似の値の4.2倍($d^* = 46.0\text{mm}$)とかなり大きくなっている。この分級装置Bでは、原料粉体分散液が、分級装置AおよびCの場合とは相違して、コアのシャフトの中空部分から軸対称のフィードリングを介してコア側エクマン層へ直接供給される。

上述の分級装置A、Bで用いた原料粉体は、Table 1に示したように、真比重 γ が2.2の高純度合成球状シリカ(アドマテックス、SO-E2とSO-E3)の球形粒子(動力学的形状係数 $\kappa = 1$)であり、その粒径範囲とメジアン径 D_{PM}^* (質量基準)がそれぞれ約 $0.1 \sim 3\mu\text{m}$, $0.8\mu\text{m}$ のシリカS(SS)を分級装置Aで使用し、一方、それぞれ $0.2 \sim 3.6\mu\text{m}$, $1.1\mu\text{m}$ のシリカM(SM)ならびにそれぞれ $0.2 \sim 4.8\mu\text{m}$, $1.4\mu\text{m}$ の

シリカ L (SL) を分級装置 B で使用した (これらの頻度分布 f_0 については後述の Fig. 4 参照)。なお、上述のシリカの分散剤としてセルナ (中京油脂, D-305) を使用した。そして、原料粉体分散液 (分散媒は水) に対する原料粉体、分散剤の質量濃度をともに 1.0 % の希薄な値とした。

なお、既報¹⁾ の分級装置 C で用いた原料粉体は、真比重 γ が 1.19 のポリメタクリル酸メチル (積水化成工業, MB-4) の球形粒子で、その粒径範囲とメジアン径は、それぞれ約 1~12 μm , 4.7 μm である。

分級試験の方法は既報¹⁾ と同じで、初めに原料粉体分散液の代わりに水を用いて、安定な定常・軸対称流が生成されるようにハウジング・コアの回転角速度 Ω^* , 貫流量 Q^* , 原料粉体分散液の流量 Q_0^* の設定、すなわち、次式で定義されるエクマン数 E , ロスビー数 R_s , 原料粉体分散液の流量比 k_0 の設定を行い、その後、水から原料粉体分散液に切り換えることにより、分級実験を開始し、再び水に戻すことによって終了する。

$$\begin{aligned} E &= \nu^* / (\Omega^* a^{*2}), \quad R_s = U_E^* / (\Omega^* a^*), \\ k_0 &= Q_0^* / Q^* \\ (U_E^* &= Q^* / \{4\pi a^* (\nu^* / \Omega^*)^{0.5}\}) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 ν^* は流体の動粘度、 U_E^* は厚さが $O((\nu^* / \Omega^*)^{0.5})$ のエクマン層内の平均半径速度の概略値である。

本研究では、Table 2 (a) に示す 16 通りの試験条件で分級試験を行った。試験条件は、分級装置と原料粉体の種類ならびに原料粉体分散液の流量比 k_0 , エクマン数 E , ロスビー数 R_s の値によって分類されている。なお、分級装置 A, B において、 k_0 の値を Table 2 (b) に示す既報¹⁾ (分級装置 C) の試験条件と同じ 0.15 に設定すると、微粉産物の分散液濃度が低下して正確な粒度測定が困難であったので、分級装置 A では k_0 を 0.20 (ただし試験条件 2 と 3 ではそれぞれ 0.10, 0.30), 分級装置 B では 0.19 のそれぞれ高い値に設定した。表中の遠心効果パラメータ C_E については、後述する。

また、分級径を求めるのに必要となる頻度分布の求め方も既報¹⁾ と同じである。まず、原料粉体、微粉産物の各ふるい上積算分布 (質量基準) $R_0(D_p^*)$, $R_F(D_p^*)$, を光透過式の遠心沈降式粒度分布測定装置 (島津製作所, SA-CP4L) により測定し、次にこれらの測定値の近似関数を求めて、その微分値と微粉収率 η_F の値から各頻度分布 $f_0(D_p^*)$, $f_F(D_p^*)$ を求めた。

Fig. 3 50 % cut size D_{P50}^* and the median diameter D_{PM}^* of feed powder (f_0 and f_F are frequency distributions of the feed powder and the fine product, respectively)

なお、既報¹⁾ ではふるい上積算分布の繰返し測定の誤差が約 5 % 以下であったが、本報では測定に細心の注意を払って約 2 % 以下の誤差に抑えた。

2.2 分級試験結果

Table 2 (a), (b) には、前述の本報および既報¹⁾ における 22 通りの試験条件のもとで行われた分級試験により得られた 50 % 分離粒径 (分級径) D_{P50}^* の値も示されている。ここで D_{P50}^* は、Fig. 3 に示すように微粉産物の頻度分布 $f_F(D_p^*)$ の値が原料粉体の頻度分布 $f_0(D_p^*)$ の 50 % となる粒径 D_p^* の値である。すなわち、 D_{P50}^* は f_F と $f_0/2$ の曲線の交点の粒径である。なお、原料粉体のメジアン径 D_{PM}^* は f_0 曲線と横軸で囲まれた面積を二分する粒径であり、分級径 D_{P50}^* とは一致しない。

Fig. 4 (a), (b), (c) は、Table 2 (a) のそれぞれ試験条件 1~8 (分級装置 A, 原料粉体 SS), 9~11 (B, SM), 13~16 (B, SL) で得られた微粉産物の各頻度分布 f_F (実線) を、原料粉体の頻度分布 f_0 (一点鎖線) とその 1/2 の頻度分布 ($f_0/2$, 破線) とともに示す。Fig. 4 (a) において、原料粉体分散液の流量比 k_0 が一定の場合、試験条件 6 $\rightarrow$ 4 $\rightarrow$ 1 あるいは 8 $\rightarrow$ 7 $\rightarrow$ 5 の結果から、エクマン数 E が一定すなわち回転数が一定ならば f_F の分布曲線はロスビー数 R_s の減少 (貫流量の減少) とともに粒径の小さい方向に寄ることが知られる。これにともなって、分級径 D_{P50}^* (各 f_F と $f_0/2$ との交点の横座標) も小さくなる。これは、既報¹⁾ で報告したように、貫流量の減少による流体抗力の減少のため、相対的に遠心力の効果が増大するからである。これに対して、試験条件 7 $\rightarrow$ 3 あるいは 8 $\rightarrow$ 4 の結果から知られるように、 R_s が一定ならば分級径は E の減少 (回転数の増大) とともに小さくなる。これは、回転数の増大にともなう遠心力効果の増大による。他方、 E , R_s がともに一定で k_0 の値が変化する場合、試験条件 1, 2, 3 の結果から知られるように、 f_F 曲線および分級径に大

(a) Test-conditions 1~8 (Classifier A
($a^* = 50.85\text{mm}$), SS)

(b) Test-conditions 9~11 (Classifier B
($a^* = 36.32\text{mm}$), SM)

(c) Test-conditions 13~16 (Classifier B
($a^* = 36.32\text{mm}$), SL)

Fig. 4 Frequency distributions $f_F(D_p^*)$ of the fine products (solid lines) obtained under the various test-conditions presented in Table 2 (a) (frequency distribution $f_0(D_p^*)$ of each feed powder and its half frequency distribution $f_0(D_p^*)/2$ are shown by dashed-and-dotted and broken lines, respectively)

きな変化は見られない。

以上のFig. 4 (a) の場合とは分級機の大きさ、原料粉体の粒度分布が相違するFig. 4 (b), (c)においても、 k_0 が一定の場合、 E が一定ならば分級径は R_s の減少とともに小さくなる (試験条件 11→10→9)、あるいは、 R_s が一定ならば分級径は E の減少とともに小さくなる (試験条件 15→14→13) という同様の結果が得られる。

しかしながら、上述のような考察では、Fig. 4 (a), (b), (c) にわたる分級径の変化を統一的に説明する

ことができない。そこで、次章では統一的な説明をめざして、粒子運動方程式に基づく理論的考察から新たな無次元パラメータの導入を試みる。

3. 分級場における粒子運動とスケール則

本研究のように、原料粉体分散液の質量濃度が希薄 (0.5~1%) で粒子が微小 (0.1~12 μm) な場合には、流れに対する粒子運動の影響を無視することができる、かつ粒子同士の相互干渉も無視することができるので、流れ (非圧縮・粘性流) と粒子 (単一粒子) の運動をそれぞれ独立に解析することができる。

流れの支配方程式は、本方式の主な分級場がエクマン層とスチュワートソン層であると考えられるので、次式の回転系における準剛体回転流の無次元ナビエ・ストークス式および連続式で与えられる。なお、無次元化の代表長さ (長さスケール) は、分級機の代表長さである回転コアの円柱部分の半径 a^* 、代表速度 (速度スケール) は前述 (Eq. (1)) の U_E^* である。

$$2\mathbf{k} \times \mathbf{U} = -\nabla p + E \nabla^2 \mathbf{U} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (3)$$

ここで $\mathbf{U}$ は流体速度、 p は遠心力項と重力項を含む圧力、 $\mathbf{k}$ は軸方向の単位ベクトルである。周知のように、準剛体回転流ではロスビー数 R_s を含む慣性項 ($R_s \mathbf{U} \cdot \nabla \mathbf{U}$) が無視されているので、流れの無次元支配パラメータはエクマン数 E のみである。

他方、単一粒子の有次元運動方程式は、次式の回転円筒座標系 (r^*, ϕ, z^*) におけるバセット・ブジネスク・オセーン式で与えられる。

$$\begin{aligned} & \rho_p^* (\pi D_p^{*3}/6) \{ d\mathbf{V}^*/dt^* + 2\Omega^* \mathbf{k} \times \mathbf{V}^* \\ & - \Omega^{*2} r^* \mathbf{i} \} \\ & = -(\rho_p^* - \rho^*) (\pi D_p^{*3}/6) g \mathbf{k} \\ & - 3\pi \kappa \rho^* \nu^* D_p^* (\mathbf{V}^* - \mathbf{U}^*) \\ & + \rho^* (\pi D_p^{*3}/6) \{ d\mathbf{U}^*/dt^* \\ & + 2\Omega^* \mathbf{k} \times \mathbf{U}^* - \Omega^{*2} r^* \mathbf{i} \} \\ & + \alpha \rho^* (\pi D_p^{*3}/6) \{ d\mathbf{U}^*/dt^* \\ & + 2\Omega^* \mathbf{k} \times \mathbf{U}^* - d\mathbf{V}^*/dt^* - 2\Omega^* \mathbf{k} \times \mathbf{V}^* \} \quad (4) \end{aligned}$$

ここで、 ρ_p^* 、 D_p^* 、 $\mathbf{V}^*$ 、 κ 、 α は粒子のそれぞれ真密度、球相当径 (供試球形粒子の直径)、速度、動力学的形状係数 (球形粒子では1)、仮想質量係数 (球形粒子では0.5) であり、 g は重力加速度、 t^* は時間、 $\mathbf{i}$ は半径方向単位ベクトルである。なお、粒子は微小であるので、流体抗力 $\mathbf{F}_d^*$ を次式のようにストークス抵

抗 (C_d は抗力係数, Re_p は粒子レイノルズ数) とおき, バセット項 (粒子速度が変化することによって流体が得る総運動量の時間的変化) を無視している。

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_d^* &= C_d \{ \rho^* (\mathbf{V}^* - \mathbf{U}^*) |\mathbf{V}^* - \mathbf{U}^*| / 2 \} (\pi D_p^{*2} / 4) \\ &= 3\pi\kappa\rho^*\nu^* D_p^* (\mathbf{V}^* - \mathbf{U}^*) \\ (C_d &= 24\kappa / Re_p, Re_p = |\mathbf{V}^* - \mathbf{U}^*| D_p^* / \nu^*) \quad (5) \end{aligned}$$

本研究で対象とする微小な粒子の運動の時間スケールは, 流れによって決定づけられるので, 粒子運動の時間スケールは流れの時間スケール a^* / U_E^* と同じであると考えられる。すなわち, 粒子運動の長さスケールと速度スケールは, 流れのそれぞれ長さスケール a^* , 速度スケール U_E^* と同じであると考えられる。そこで, これらのスケールにより Eq. (4) の無次元化を行うと, 次式の単一粒子の無次元運動方程式が得られる。

$$\begin{aligned} &\gamma \{ d\mathbf{V}/dt + 2\mathbf{k} \times \mathbf{V} / R_S - r\mathbf{i} / R_S^2 \} \\ &= -(\gamma - 1)\mathbf{k} / F_r^2 \\ &\quad - 18\kappa (\mathbf{V} - \mathbf{U}) |\mathbf{V} - \mathbf{U}| / (D_p Re_p) \\ &\quad + \{ d\mathbf{U}/dt + 2\mathbf{k} \times \mathbf{U} / R_S - r\mathbf{i} / R_S^2 \} \\ &\quad + \alpha \{ d\mathbf{U}/dt + 2\mathbf{k} \times \mathbf{U} / R_S - d\mathbf{V}/dt \\ &\quad - 2\mathbf{k} \times \mathbf{V} / R_S \} \quad (6) \end{aligned}$$

上式は, 無次元粒径 D_p の粒子運動 (粒子速度 $\mathbf{V}$) が粒子の真比重 γ , 動力学的形状係数 κ , 仮想質量係数 α , およびロスビー数 R_S , フルード数 $F_r (= U_E^* / (a^* g)^{0.5})$, 粒子レイノルズ数 Re_p , ならびに流体速度 $\mathbf{U}$ (すなわち $\mathbf{U}$ を決定するエクマン数 E) により支配されていることを表している。

上式において, 前述の分級試験条件を考慮すれば, 支配パラメータについて, さらに以下のことが導かれる。なお, 粒子レイノルズ数 Re_p (Eq. (5)) については, 次の変形式を用いる。

$$Re_p = |\mathbf{V}^* - \mathbf{U}^*| D_p^* / \nu^* = |\mathbf{V} - \mathbf{U}| D_p R_S / E \quad (7)$$

まず, Table 1, Table 2, Fig. 1, Fig. 2 の分級試験・装置の条件より

$$\begin{aligned} D_p &= (0.02 \sim 1.7) \times 10^{-4}, \gamma = 1.19 \sim 2.2, \\ \kappa &= 1, \alpha = 0.5, F_r = (0.1 \sim 2.6) \times 10^{-1}, \\ R_S &= (2.0 \sim 22.0) \times 10^{-3}, E = (2.0 \sim 9.0) \times 10^{-6}, \\ r &= 0.15 \sim 1.1 \quad (8) \end{aligned}$$

が得られ, また粒子速度 $\mathbf{V}$ と流体速度 $\mathbf{U}$ については

$$\begin{aligned} |d\mathbf{V}/dt| &\sim 10^0, |\mathbf{V}| \sim 10^0, \\ |d\mathbf{U}/dt| &\sim 10^0, |\mathbf{U}| \sim 10^0 \quad (9) \end{aligned}$$

と推測できるので, Eq. (6) の各項を次式の [] に示すように見積もることができる。

$$\begin{aligned} &\frac{\gamma (d\mathbf{V}/dt + 2\mathbf{k} \times \mathbf{V} / R_S - r\mathbf{i} / R_S^2)}{[1 \sim 2] [(0.1 \sim 2) \times 10^3] [(0.004 \sim 6) \times 10^5]} \\ &= -(\gamma - 1)\mathbf{k} / F_r^2 \\ &\quad [(0.003 \sim 6) \times 10^3] \\ &\quad - 18\kappa (\mathbf{V} - \mathbf{U}) E / (R_S D_p^2) \\ &\quad \frac{[(0.000006 \sim 2) \times 10^{10} |\mathbf{V} - \mathbf{U}|]}{+ (d\mathbf{U}/dt + 2\mathbf{k} \times \mathbf{U} / R_S - r\mathbf{i} / R_S^2)} \\ &\quad [1] [(0.09 \sim 1) \times 10^3] [(0.003 \sim 3) \times 10^5] \\ &\quad + \alpha (d\mathbf{U}/dt + 2\mathbf{k} \times \mathbf{U} / R_S - d\mathbf{V}/dt \\ &\quad [5 \times 10^{-1}] [(0.5 \sim 5) \times 10^2] [5 \times 10^{-1}] \\ &\quad - 2\mathbf{k} \times \mathbf{V} / R_S) \\ &\quad [(0.5 \sim 5) \times 10^2] \quad (10) \end{aligned}$$

上式の各項の見積もり結果より, 下線部の遠心力項と流体抗力項が支配的で, その他の項は無視できることが分かる。したがって, 粒子運動を決定づけるこれらの支配項のつりあいから,

$$\begin{aligned} \mathbf{V} - \mathbf{U} &= (\gamma - 1) D_p^2 r \mathbf{i} / (18\kappa E R_S) \\ &= C_E D_p^2 r \mathbf{i} / 18 \quad (11) \end{aligned}$$

が得られる。ただし

$$C_E = (\gamma - 1) / (\kappa E R_S) \quad (12)$$

は, 密度 ρ^* の流体中における真密度が ρ_p^* , 粒径が D_p^* の単一粒子に作用する遠心力と流体抗力の比を特徴づける無次元パラメータであり, 本論文ではこれを遠心効果パラメータと呼ぶ。Eq. (11) は, 流線からの粒子のずれを引き起こす無次元相対速度 $\mathbf{V} - \mathbf{U}$ が, 無次元粒径 D_p と上述の遠心効果パラメータ C_E により支配されていることを表している。よって, C_E は分級径を支配する重要なパラメータであると考えられる。

Fig. 5 は, Table 2 の分級試験条件 1~22 で得られた分級径 D_{p50}^* の無次元値 D_{p50} を遠心効果パラメータ C_E に対して示す。実線で示すように, D_{p50} は C_E の一意的な関数として定まる。すなわち, 無次元分級径は, 原料粉体の粒度分布 (粒径範囲やメジアン径), 重力の方向に対する回転軸の方向 (縦軸・横軸) や, 原料粉体分散液の供給方法 (Fig. 1 に示したフィードパイプによるか, あるいは Fig. 2 のフィードリングに

Fig. 5 Relationship between the dimensionless 50% cut size D_{P50} and the centrifugal-effect parameter C_E under the test-conditions 1~22 in Table 2, guided by a solid line (○ 1~8 : classifier A ($a^* = 50.85\text{mm}$), SS ; ■ 9~11 : classifier B ($a^* = 36.32\text{mm}$), SM ; □ 12~16 : classifier B ($a^* = 36.32\text{mm}$), SL ; ● 17~22 : classifier C ($a^* = 72.64\text{mm}$), PM ; broken line is given by Eq. (14))

よるか), 供給割合 (原料粉体分散液の流量比 k_0) の多少の相違にも依存せず, 遠心効果パラメータ C_E のみにより一意的に決まることが明らかになった。

一方, 図中の破線は, 粒子運動方程式 Eq. (5) において, 粒子に作用する遠心力の大きさと流体抗力の大きさの比が一定であるときの粒径が分級径を与えると仮定した場合に得られる関係

$$\begin{aligned} & \{(\rho_P^* - \rho^*)(\pi D_{P50}^{*3}/6)\Omega^2 r^*\} \\ & / \{3\pi\kappa\rho^*\nu^* D_{P50}^* |V^* - U^*|\} \\ & = C_E D_{P50}^{*2} r / (18 |V - U|) = \text{const.} \\ & \therefore D_{P50} \sim C_E^{-0.5} \end{aligned} \quad (13)$$

において, 比例定数を実験値との最小自乗近似から求めた 0.13 としたときの次の関係を示す。

$$D_{P50} = 0.13 / C_E^{0.5} \quad (14)$$

上述の実験結果は, この関係によくあっている。同様に 0%, 100% 分離粒径の D_{P0} , D_{P100} についても C_E に対してプロットすれば, これらの値が D_{P50} と同様に C_E の一意的な関数として定まる。ただし, D_{P0} , D_{P100} の実験値のバラツキは D_{P50} の場合よりも大きい。

以上の考察より, 本方式における主な分級場はエクマン層とシュワートソン層であり, 粒子運動の長さスケールと速度スケールは, 流れのそれらと同じものであると考えてよいことが分かった。

4. スケールアップについて

本章では, 前章で得たスケール則に基づいて, 本分

Fig. 6 Dependence of the 50% cut size D_{P50}^* on the characteristic length a^* of the classifier

級方式をスケールアップした場合の有次元の分級径 D_{P50}^* の変化について考察する。有次元の分級径は, Eq. (14) より次式のように得られる。

$$D_{P50}^* = C_a / a^* \quad (15)$$

ただし

$$\begin{aligned} C_a &= 0.13 a^{*2} / C_E^{0.5} \\ &= 0.065 \times \nu^{*0.25} \kappa^{0.5} Q^{*0.5} \\ & \quad / \{\pi^{0.5} (\gamma - 1)^{0.5} \Omega^{*0.75}\} \end{aligned} \quad (16)$$

Fig. 6 は, 分級機の代表長さ (回転コアの円柱部分の半径) a^* を増大させたときの分級径 D_{P50}^* の変化を示す。Eq. (15) から明らかなように, Eq. (16) の C_a を一定に保つスケールアップの場合, 例えば同一の原料粉体 (κ, γ が同じ) および溶媒 (ν^* が同じ) に対して $Q^{*0.5} / \Omega^{*0.75}$ を一定に保つ場合には, 分級径 D_{P50}^* は分級機の代表長さの a^* の増大に反比例して減少する。

なお, 分級機を運転するのに必要な動力については, Figs. 1 と 2 から知られるように, 分級機の流入側の半球において分級機から流体へ伝達されるトルクが流出側の半球において回収できるので, ベアリングでの摩擦トルクのみを考慮すればよいと考えられる。

5. 結 言

水に希薄濃度で分散させた原料粉体の微粒子を, 準剛体回転流を用いて分級する方式について, 以下のスケール則を明らかにした。粒子運動の長さスケールと速度スケールは, 流れのそれらと同じものである。そして, 長さスケール a^* に対する分級径 D_{P50}^* の比すなわち無次元分級径 D_{P50}^* / a^* は, 分級機の回転軸の方向や原料粉体の粒度分布およびその供給方法が相違

しても、遠心効果パラメータ C_E のみの関数で与えられることを明らかにした。

本研究は、文部省科学研究費補助金・基盤研究 C2

(H11～12 年度 11650172) の援助を受けた。ここに付記し謝意を表す。

Nomenclature

a^* : radius of the cylindrical part of the rotating core (characteristic length) (m)	R_c^* : radius of the spherical part of the rotating core (m)
C_a : quantity given by Eq. (14) (m^2)	Re_p : particle Reynolds number (Eq. (7)) (—)
C_d : drag coefficient of the particle (Eq. (5)) (—)	R_H^* : radius of the spherical part of the rotating housing (m)
C_E : centrifugal-effect parameter (Eq. (12)) (—)	R_S : Rossby number (Eq. (1)) (—)
d^* : diameter of the inlet (m)	t^* : time, ta^*/U_E^* (s)
D_p^* : sphere equivalent diameter, $D_p a^*$ (m)	U^* : flow velocity vector, UU_E^* (m/s)
D_{PM}^* : median diameter of the feed powder (mass base) (m)	U_E^* : characteristic velocity (Eq. (1)) (m/s)
D_{PN}^* : N % cut size, $D_{PN} a^*$ ($N = 0, 50, 100$) (m)	V^* : particle velocity vector, VU_E^* (m/s)
E : Ekman number (Eq. (1)) (—)	α : virtual-mass coefficient of the particle (0.5 for a spherical particle) (—)
$f(D_p^*)$: frequency distribution (mass base, $f_O = -dR_O/dD_p^*$, $f_F = -\eta_F dR_F/dD_p^*$, $f_C = -(1-\eta_F)dR_C/dD_p^* = f_O - f_F$) (m^{-1})	γ : true relative density ratio, ρ_p^*/ρ^* (—)
F_d^* : drag acting on the particle (Eq. (5)) (N)	η_F : yield of fine product (mass-base) (—)
F_r : Froude number, $U_E^*/(a^*g)^{0.5}$ (—)	κ : dynamic shape factor (1 for a spherical particle) (—)
g : acceleration of gravity (m/s^2)	ν^* : kinematic viscosity of fluid (m^2/s)
(i, j, k) : unit vectors in the rotating cylindrical coordinate system (—)	ρ^* : density of fluid (kg/m^3)
k_O : feed-suspension ratio, Q_O^*/Q^* (—)	ρ_p^* : true density of the particle (kg/m^3)
p : dimensionless pressure reduced by the centrifugal force and gravity $\{p^* - \rho^* \Omega^{*2} r^{*2} + \rho^* g z^*\} / (\rho^* \Omega^* a^* U_E^*)$ (—)	Ω^* : angular velocity of the rotating housing and core (rad/s)
Q^* : through-flow rate (m^3/s)	Subscripts
Q_O^* : flow rate of the feed suspension (m^3/s)	C, F : concerning the coarse and fine products respectively
(r^*, ϕ, z^*) : rotating cylindrical coordinate system (radial, azimuthal, and axial coordinates), (ra^*, ϕ, za^*) (m, —, m)	O : concerning the feed suspension
$R(D_p^*)$: oversize distribution (mass base) (—)	P : concerning the particle
	Superscripts
	* : variables with dimension corresponding to the dimensionless ones

References

- 1) Nakabayashi, K and Y. Tsuchida : "Accurate Wet-type Centrifugal Classification using an Almost Rigidly Rotating Flow - Classification Principle and Performance of the Batch-type Classification -", *J. Soc. Powder Technol., Japan*, **36**, 881-890 (1999)
- 2) Nakabayashi, K and Y. Tsuchida : "Accurate Wet-type Centrifugal Classification using an Almost Rigidly Rotating Flow - Classification Principle and Performance of the Continuous-type Classification -", *J. Soc. Powder Technol., Japan*, **36**, 891-896 (1999)
- 3) Ito, M. : "Cut Size Estimation in Centrifugal Air Classifiers", *J. Soc. Powder Technol., Japan*, **28**, 488-494 (1991)
- 4) Ito, M. : "Cut Size Simulation of a Centrifugal Air Classifier - The Influence of Relative Velocity, Shape and the Agglomerate of Particles -", *J. Soc. Powder Technol., Japan*, **31**, 92-99 (1994)
- 5) Fuyuki, T., Y. Yamada, H. Yoshida and K. Iinoya : "Scale-up Performance of Dry Classification Cyclones - Evaluation by Different Particle Size Measurement Instruments -", *J. Soc. Powder Technol., Japan*, **32**, 526-532 (1995)