不確実性下の国際寡占市場における 排出削減 R & D について[†]

前 鶴 政 和*

Environmental R & D in an International Oligopolistic Market
under Uncertainty

Masakazu MAEZURU

Abstract

The purpose of this paper is to investigate the dynamic properties of environmental R & D and environmental policy by analyzing infinite horizon stochastic differential games between two governments. In this paper, we formulate stochastic differential games that need to be solved by the two governments, and derive and characterize the cooperative and Markov-perfect Nash equilibrium solutions. By comparing the two equilibrium solutions, the free-riding behavior of governments can be explored with regard to pollution control. The steady-state levels of emission tax, pollution stock and value function were also derived and compared. In conclusion, we obtained a higher emission tax, a lower pollution stock, a higher value function under the cooperative solution when compared to the Markov-perfect Nash equilibrium solution.

JEL Classification: F18, L13, Q58

Keywords: Stochastic Differential Game, Environmental R & D, International Oligopolistic Market, Emission Tax

1. は じ め に

近年、環境汚染が深刻となっており、1 国内の環境汚染だけではなく、地球温暖化や酸性雨のような、世界規模での環境汚染が問題となっている。これらの世界規模での環境汚染は、先進国が中心となって発生させてきたものであり、特に、先進国における寡占産業の生産活動が、その大きな要因となっていると考えられる。また、国際化の進展に伴い、先進国の寡占産業にとっては、国際市場への輸出が大きな意味を持つようになっている。そこで、現実の世界規模での環境汚染

[†] 本稿は、日本地域学会第 43 回年次大会 (2006 年 10 月 8 日, 千葉商科大学) において発表した論文を加筆・修正したものです。討論者の關哲雄教授 (立正大学), 上田孝行教授 (東京大学), 座長の藤岡明房教授 (立正大学), 本巻編集委員長の多和田眞教授 (名古屋大学) ならびにレフェリーの諸氏より, 大変有益なコメントを頂きました。ここに記して感謝の意を表します。ただし, 本稿における誤謬のすべては, 筆者の責任に帰するものです。なお, 本稿は大阪経済法科大学研究補助金の成果の一部です。感謝申し上げます。

* 大阪経済法科大学経済学部

2007 年 2 月 27 日受付 2008 年 4 月 20 日受理

© 日本地域学会 (JSRSAI) 2008

問題を考察し、各国政府が課す環境政策について検討するためには、国際寡占競争下の企業に課される環境政策を分析しなければならない。さらに、汚染物質は長期にわたって蓄積されていくものであり、その蓄積過程には、不確実性が生じると考えられる。

本稿では、2 国の企業が国際寡占市場に財を供給し、各国企業が汚染物質を排出するような財の生産を行っているが、同時に排出量を削減するような技術に研究開発(排出削減 R & D と呼ぶ)投資を行うような状況を想定する。各国政府は環境政策として、各国企業の排出量に排出税を課すものとする。また、汚染物質は、通時的に蓄積するものであり、ある国で発生すると国境を越えて世界全体に広がるものとし、世界全体の汚染物質の総量が自国・外国に同様に環境損失を与えるものとする。その際、蓄積過程に不確実性が生じるものとする。

本稿のモデルは、3 段階のゲームから構成されるものとする。まず、第 1 段階において、各国政府が排出税率を決定する。次に、第 2 段階において、第 1 段階において決定された排出税率に基づき、各国企業は排出削減 R & D 投資水準を決定する。最後に、第 3 段階においては、第 1 段階で決定された排出税率及び第 2 段階で決定された排出削減 R & D 投資水準に基づき、各国企業が生産量を決定するものとする。

本稿の目的は、以上のような想定の下で、2 国政府間の無限期間の確率微分ゲームを考えることによって、不確実性下の環境対策の動学的な性質を考察することである。その際、Markov 完全ナッシュ均衡解および協調均衡解を検討する。

本稿の分析は、以下に挙げるような先行研究に依存する。まず、排出削減 R & D と環境政策に関しては、以下のような研究が挙げられる。Katsoulacos & Xepapadeas [6] (1996) は、排出税及び排出削減 R & D 補助金が課されている状況で、同一国内でクールノー競争を行う 2 企業が排出削減 R & D に投資する際の、最適な排出税率及び排出削減 R & D 補助金率を導出している。しかし、本稿と異なり、彼らの研究は同一国内の 2 企業を対象としたものであり、さらに、動学的な分析は行われていない。

次に、微分ゲームに関しては、以下のような研究が挙げられる。Kort [7] (1996) は、同一国内にある 2 企業の最適な投資戦略に関して微分ゲームの枠組みで分析し、open-loop ナッシュ均衡において、排出権の価格に減耗率と利子率の和をかけたものと排出税率が等しいときに、定常状態の投資水準および資本ストックが等しくなるということを明らかにしている。Stimming [10] (1999) は、同一国内にある 2 企業の最適な投資戦略に関して微分ゲームの枠組みで分析し、open-loop ナッシュ均衡において、排出税が課されるより排出規制が課される時の方が投資は減少するということが示されている。しかし、本稿と異なり、彼らの研究は同一国内の 2 企業を対象としたものであり、さらに、政府の最適な戦略は考察されていない。

また、Reynolds [9] (1987) は、同一国内の 2 企業が生産設備に投資する状況を考察し、open-loop ナッシュ均衡解と Markov 完全ナッシュ均衡解を比較し、Markov 完全ナッシュ均衡における定常状態の設備水準は open-loop ナッシュ均衡における定常状態の設備水準より大きいということが示されている。しかし、本稿と異なり、彼らの研究は、同一国内の 2 企業を対象として

おり、さらに環境問題に関する分析は行われていない。

Wir1 [11] (2004) は、排出量を戦略変数として、確率微分ゲームの枠組みで地球温暖化問題を分析し、定常状態において不確実性の増大が均衡排出量を減らすという結果が得られている。

以上のような先行研究に基づき、本稿では確率微分ゲームの枠組みを用いて国際寡占競争下における排出削減 R & D と排出税について分析し、Markov 完全ナッシュ均衡解と協調均衡解を導出し、汚染物質の蓄積過程の不確実性がどのような影響をもたらすかを明らかにする。

本稿の構成は以下の通りである。2 節で基本モデルを提示する。3 節で各国政府の確率的動的最大化問題を定式化し、確率微分ゲームの枠組みを用いて各国政府間の排出税ゲームの Markov 完全ナッシュ均衡を求める。4 節で協調均衡を求める。5 節で結論と今後の課題を述べる。

2. モデル

本節では、基本モデルを提示する。自国・外国の 2 国に、汚染物質を排出するような同質財を生産する企業が 1 社ずつ存在し、国際寡占市場においてクールノー競争を行うモデルを考える。各国企業は、自国及び外国の市場には供給しないものとする¹。このように想定する理由は、自国市場や外国市場への影響を考慮に入れず、自国と外国の戦略的競争関係のみに注目して分析するためである。

まず、国際寡占市場の逆需要関数は次式で与えられるものとする。

$$p=p(Q)=a-Q \quad (1)$$

ただし、 p は価格、 q_i は企業 i の生産量、 $Q=q_1+q_2$ である。

ここで、各国企業の生産活動は生産物と同量の汚染物質を排出するものとする。排出された汚染物質は、国境を越え、通時的に蓄積されていくものとする。具体的には、当該産業が鉄鋼産業であり、生産する際に石炭を使用するため、二酸化炭素が排出され、その蓄積により地球温暖化が引き起こされているものとする。各国企業は、汚染物質の排出量を減少させるために排出削減 R & D 投資を行うものとする。排出削減 R & D 投資が行われると、生産過程において汚染物質を減らすような技術が採用され、排出量が減少する。排出削減 R & D 投資が行われなければ、各国企業の生産活動は、生産物と同量の汚染物質を排出する。

排出削減 R & D 投資が行われた後の、企業 i の排出量は、次のように表される。

$$E_i=q_i-x_i \quad (i=1, 2) \quad (2)$$

ここで、 x_i は、排出削減 R & D 投資の成果としての排出削減水準を表す。 x_i だけ排出量を減少させるための排出削減 R & D 投資費用関数は、以下の式で表される

$$g(x_i)=\gamma(x_i)^2/2 \quad (i=1, 2), \quad \gamma>0 \quad (3)$$

¹ このような国際寡占市場モデルについては、Barrett [1] (1994), Brander & Spencer [2] (1985) などを参照。

ここで、各国政府は環境対策として、各国企業の排出量に1単位あたり τ_i だけの排出税を課すものとする。

上記の仮定を所与として、企業 i の利潤 π_i は次のように表される。

$$\pi_i = p(Q)q_i - \tau_i E_i - g(x_i) \quad (i=1, 2) \quad (4)$$

ただし、生産費用は0と仮定する。

このゲームは、3段階ゲームで構成される。まず、第1段階において、各国政府が排出税率を決定する。次に、第2段階において、各国企業は排出削減水準を選択し、第3段階において生産量を選択する。

このゲームを後ろ向きに解いていく。まず、各国企業は第3段階において、排出税率及び排出削減水準を所与として、各国企業の利潤を最大化するように生産量を選択する。このとき、生産量に関する利潤最大化の1階の条件は次式で与えられる。

$$a - 2q_i - q_j - \tau_i = 0 \quad (i, j=1, 2; i \neq j) \quad (5)$$

(5) 式より、サブゲーム均衡における各国企業の生産量は次式で与えられる。

$$q_i(\tau_i, \tau_j) = (a - 2\tau_i + \tau_j)/3 \quad (i, j=1, 2; i \neq j) \quad (6)$$

ここで、(6) 式を (4) 式に代入して整理すると、企業 i の利潤 π_i は以下のように与えられる。

$$\pi_i = q_i(\tau_i, \tau_j)^2 + \tau_i x_i - \gamma(x_i)^2/2 \quad (i, j=1, 2; i \neq j) \quad (7)$$

次に、第2段階において、各国企業は排出税率を所与として、利潤を最大化するように排出削減水準を決定する。

排出削減水準に関する利潤最大化の1階の条件は、(7) 式より、次式で与えられる。

$$\tau_i - \gamma x_i = 0 \quad (i=1, 2) \quad (8)$$

したがって、サブゲーム均衡における排出削減水準は、次式で与えられる。

$$x_i = \tau_i/\gamma \quad (i=1, 2) \quad (9)$$

3. Markov 完全ナッシュ均衡

本節では、各国政府間の排出税ゲームに関する Markov 完全ナッシュ均衡²を導出する。各国政府は、各時点において状態変数である汚染ストックに依存して排出税率を決定する、Markov 戦略を採用するものと仮定する。

2国の企業によって排出される汚染物質は、国境を越え、一部は自然浄化されるが、浄化されない部分は通時的に蓄積する。また、蓄積過程に不確実性が生じるものとする。すなわち、 $S(t)$ を t 時点での地球規模での汚染ストックとすれば、 $S(t)$ は以下の確率微分方程式に従って蓄積され

² 確率微分ゲームの Markov 完全ナッシュ均衡については、Dockner et al. [4] (2000) などを参照。

ていく。

$$dS(t) = \{E_1(t) + E_2(t) - \delta S(t)\}dt + \sigma S(t)dw(t) \quad (10)$$

ただし、 δ は自然浄化率を表す。

現実の汚染物質の蓄積過程から生じる結果は不確実であると考えられる。そこで、確率的要素として (10) 式には幾何的ブラウン運動を表す項 σSdw を導入している。パラメータ $\sigma > 0$ は分散パラメータを表し、 dw は Wiener 過程 w の増分である。このモデルは、平均的な汚染物質の蓄積が増加すればするほど、汚染物質の蓄積の変動が大きくなるということを意味する。

各国の社会厚生関数は、以下のように表される。

$$W_i = \pi_i + \tau_i E_i - D(S) \quad (11)$$

ただし、 $D(S) = dS^2/2$ は汚染物質によって引き起こされる環境損失を表す。

各国政府は、汚染物質の蓄積過程 (10) 式の制約の下で、各国の社会厚生 (割引率 ρ で割引かれた) 期待割引現在価値を最大化するように、その排出税率を選択するものとする。したがって、各国政府の確率的動的最大化問題は、次式で表される³。

$$V_i(S_0) = \max_{\tau_i} E \left(\int_0^{\infty} e^{-\rho t} W_i dt \right) \quad (12)$$

$$s.t. \ dS = \{E_1 + E_2 - \delta S\}dt + \sigma Sdw, \ S(0) = S_0$$

V_i は政府 i の価値関数であり、以下の Hamilton-Jacobi-Bellman 方程式を満足しなければならない。

$$\begin{aligned} \rho V_i &= \max_{\tau_i} \left\{ \frac{(a - 2\tau_i + \tau_j)^2}{9} + \frac{\tau_i^2}{2\gamma} + \frac{\tau_i \{\gamma a - (2\gamma + 3)\tau_i + \gamma\tau_j\}}{3\gamma} - \frac{dS^2}{2} + V_i' \left\{ \frac{2\gamma a - (3 + \gamma)(\tau_i + \tau_j)}{3\gamma} - \delta S \right\} + \frac{\sigma^2 S^2}{2} V_i'' \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

このゲームの linear-quadratic の構造から、価値関数は以下のような S に関する 2 次関数であると考えられる。

$$V_i = (1/2)\beta S^2 + \phi S + \psi \quad (14)$$

(14) 式より、次の式が得られる。

$$V_i' = \beta S + \phi \quad (15)$$

$$V_i'' = \beta \quad (16)$$

(13) 式の右辺の最大化から、排出税率に関して以下の式を得る。

³ 確率的動的最大化問題については、Chang [3] (2004), Kamien & Schwartz [5] (1991) などを参照。

$$\tau = \frac{-\gamma a - 3(\gamma+3)(\beta S + \phi)}{5\gamma+9} \quad (17)$$

ただし, $\tau = \tau_1 = \tau_2$ である。また, $\tau \geq 0 \Leftrightarrow S \geq -\frac{\gamma}{3(\gamma+3)\beta}a - \frac{\phi}{\beta}$ であるが, $-\frac{\gamma}{3(\gamma+3)\beta}a - \frac{\phi}{\beta} < 0$ であり, 汚染ストックは $S > 0$ であると考えられるため, 常に $S > -\frac{\gamma}{3(\gamma+3)\beta}a - \frac{\phi}{\beta}$ が成立することとなる。したがって, 常に $\tau > 0$ が成り立つ。

(13) 式に (14) 式の価値関数, (15), (16) 式と (17) 式の最大化の条件を代入して係数比較を行うと, (14) 式の価値関数のパラメータに関して, 以下の式を得る。

$$\beta = \frac{(\rho+2\delta-\sigma^2)\gamma(5\gamma+9)^2 - \sqrt{(\rho+2\delta-\sigma^2)^2\gamma^2(5\gamma+9)^4 + 4d\gamma(\gamma+3)^2(5\gamma+9)^2(16\gamma+27)}}{2(\gamma+3)^2(16\gamma+27)} < 0 \quad (18)$$

$$\phi = \frac{\gamma\{2(5\gamma+9)^2 + \gamma(\gamma+3)\}\beta}{3\{(\rho+\delta)\gamma(5\gamma+9)^2 - (\gamma+3)^2(16\gamma+27)\beta\}} a < 0 \quad (19)$$

$$\psi = \frac{9(\gamma+3)^2(16\gamma+27)\phi^2 + 6\gamma a\{2(5\gamma+9)^2 + \gamma(\gamma+3)\}\phi + \gamma a^2\{2(5\gamma+9)^2 - \gamma(14\gamma+27)\}}{18\rho\gamma(5\gamma+9)^2} \quad (20)$$

なお, β に関しては正の共役解も存在するが, 経路の安定条件のために, β は負でなければならない。

次に, 汚染ストックの経路について検討する⁴。(10) 式に最適な排出税率の式 (17) を代入すると, 次式を得る。

$$dS = \left[\frac{4\gamma(\gamma+2)a + 2(\gamma+3)^2\phi}{\gamma(5\gamma+9)} - \frac{\gamma\delta(5\gamma+9) - 2(\gamma+3)^2\beta}{\gamma(5\gamma+9)} S \right] dt + \sigma S dw, \quad S(0) = S_0 \quad (21)$$

以下の議論を単純化するために, $A^N = \frac{4\gamma(\gamma+2)a + 2(\gamma+3)^2\phi}{\gamma(5\gamma+9)}$, $B^N = \frac{\gamma\delta(5\gamma+9) - 2(\gamma+3)^2\beta}{\gamma(5\gamma+9)}$ とおく。

(21) 式を確率積分方程式として書き換えると, 次式を得る。

$$S(t) = S_0 + \int_0^t [A^N - B^N S(s)] ds + \int_0^t \sigma S dw \quad (22)$$

汚染ストックの経路の期待値は確率分布とは独立であり, 次のようになる。

$$E[S(t)] = S_0 + \int_0^t [A^N - B^N E[S(s)]] ds \quad (23)$$

この式は, 初期値 $E[S(0)] = S_0$ を有する, $E[S^N(t)]$ に関する常微分方程式であり, その解は次のように与えられる。

$$E[S^N(t)] = \exp(-B^N t) S_0 + (1 - \exp(-B^N t)) A^N / B^N \quad (24)$$

⁴ 以下の議論については, Prasad & Sethi [8] (2004) を参照。

経路の安定条件が成立するためには、 $B^N > 0$ である必要があり、そのためには、上述したように、 $\beta < 0$ でなければならない。

ここで、定常状態における Markov 完全ナッシュ均衡の汚染ストックの期待値は、以下のよう求められる。

$$\hat{S}^N = \frac{4\gamma(\gamma+2)a + 2(\gamma+3)^2\phi}{\delta\gamma(5\gamma+9) - 2(\gamma+3)^2\beta} \quad (25)$$

ただし、上付の N は Markov 完全ナッシュ均衡を表す。 $\hat{\cdot}$ は定常状態における期待値を表す。

(25) 式は汚染ストックであるため、 $\hat{S}^N > 0$ でなければならない。(25) 式の分母は正であるため、(25) 式の分子が正であるための条件について考察する。

まず、(25) 式の分子に (19) 式を代入すると、次のように表される。

$$4\gamma(\gamma+2)a + 2(\gamma+3)^2\phi \\ = \frac{12\gamma(\gamma+2)a(\rho+\delta)\gamma(5\gamma+9)^2 + [2(\gamma+3)^2\gamma\{2(5\gamma+9)^2 + \gamma(\gamma+3)\} - 12\gamma(\gamma+2)a(\gamma+3)^2(16\gamma+27)]\beta}{3\{(\rho+\delta)\gamma(5\gamma+9)^2 - (\gamma+3)^2(16\gamma+27)\beta\}} \quad (26)$$

(25) 式の分子が正であるためには、(26) 式が正でなければならない。(26) 式の分母は正であるため、(26) 式の分子が正であればよいことになる。

すなわち、(26) 式の分子について、

$$12\gamma(\gamma+2)a(\rho+\delta)\gamma(5\gamma+9)^2 + [2(\gamma+3)^2\gamma\{2(5\gamma+9)^2 + \gamma(\gamma+3)\} - 12\gamma(\gamma+2)a(\gamma+3)^2(16\gamma+27)]\beta > 0 \quad (27)$$

が成立する必要がある。

ここで、 $\beta < 0$ であるため、(27) 式が成立するためには、以下の式が成立する必要がある。

$$2(\gamma+3)^2\gamma\{2(5\gamma+9)^2 + \gamma(\gamma+3)\} - 12\gamma(\gamma+2)a(\gamma+3)^2(16\gamma+27) \\ = 2(\gamma+3)^2\gamma\{2(5\gamma+9)^2 + \gamma(\gamma+3) - 6(\gamma+2)(16\gamma+27)a\} < 0 \quad (28)$$

(28) 式より、 $a > \frac{2(5\gamma+9)^2 + \gamma(\gamma+3)}{6(\gamma+2)(16\gamma+27)}$ が成立すれば、すなわち、国際寡占市場の規模を表すパラメータ a が十分に大きければ、 $\hat{S}^N > 0$ が成り立つ。

(25) 式を (17) 式に代入すると、定常状態における Markov 完全ナッシュ均衡の排出税率の期待値は以下のよう表される。

$$\hat{\tau}^N = - \frac{\gamma a \{\delta\gamma(5\gamma+9) - 2(\gamma+3)^2\beta\} + 3(\gamma+3) [\phi \{\delta\gamma(5\gamma+9) - 2(\gamma+3)^2\beta\} + \beta \{4\gamma(\gamma+2)a + 2(\gamma+3)^2\phi\}]}{(5\gamma+9) \{\delta\gamma(5\gamma+9) - 2(\gamma+3)^2\beta\}} \quad (29)$$

(17) 式より、 $S > 0$ であれば $\tau > 0$ が成立するので、(25) 式において $\hat{S}^N > 0$ が成立すれば、 $\hat{\tau}^N > 0$ となる。

ここで、定常状態における Markov 完全ナッシュ均衡の排出税率の期待値及び汚染ストックの

期待値が、種々のパラメータの変化によってどのように影響を受けるかということを検討する。

(25), (29) 式から、次のような命題が得られる。

命題 1

定常状態における Markov 完全ナッシュ均衡の排出税率の期待値 $\bar{\tau}^N$ 及び汚染ストックの期待値 $\bar{S}^N$ は、パラメータの変化によって、以下のような影響を受ける。

- (i) 排出削減 R & D 投資費用に関して、 $\partial \bar{\tau}^N / \partial \gamma > 0$, $\partial \bar{S}^N / \partial \gamma > 0$ が成立する。
- (ii) 割引率に関して、 $\partial \bar{\tau}^N / \partial \rho < 0$, $\partial \bar{S}^N / \partial \rho > 0$ が成立する。
- (iii) 環境損失に関して、 $\partial \bar{\tau}^N / \partial d > 0$, $\partial \bar{S}^N / \partial d < 0$ が成立する。
- (iv) 分散に関して、 $\partial \bar{\tau}^N / \partial \sigma^2 > 0$, $\partial \bar{S}^N / \partial \sigma^2 < 0$ が成立する。

命題 1 の (i) に関して、 $\partial \bar{S}^N / \partial \gamma > 0$ という結果が得られている。これは、 γ が排出削減 R & D 投資費用のパラメータであり、 γ が上昇するということは、排出削減水準が減少するということを意味する。したがって、汚染ストックが増加するものと考えられる。

次に、排出削減水準について見ることにする。(29) 式を (9) 式に代入すると、定常状態における Markov 完全ナッシュ均衡の排出削減水準の期待値は、次のように表される。

$$\begin{aligned} \hat{x}^N &= \bar{\tau}^N / \gamma \\ &= - \frac{\gamma a \{ \delta \gamma (5\gamma + 9) - 2(\gamma + 3)^2 \beta \} + 3(\gamma + 3) [\phi \{ \delta \gamma (5\gamma + 9) - 2(\gamma + 3)^2 \beta \} + \beta \{ 4\gamma(\gamma + 2)a + 2(\gamma + 3)^2 \phi \}]}{\gamma(5\gamma + 9) \{ \delta \gamma (5\gamma + 9) - 2(\gamma + 3)^2 \beta \}} \quad (30) \end{aligned}$$

(25) 式において $\bar{S}^N > 0$ が成立すれば、(29) 式において $\bar{\tau}^N > 0$ となるので、 $\hat{x}^N > 0$ が成立する。

(30) 式から、次の命題が得られる。

命題 2

定常状態における Markov 完全ナッシュ均衡の排出削減水準の期待値 $\hat{x}^N$ は、パラメータの変化によって、以下のような影響を受ける。

- (i) 排出削減 R & D 投資費用に関して、 $\partial \hat{x}^N / \partial \gamma < 0$ が成立する。
- (ii) 割引率に関して、 $\partial \hat{x}^N / \partial \rho < 0$ が成立する。
- (iii) 環境損失に関して、 $\partial \hat{x}^N / \partial d > 0$ が成立する。
- (iv) 分散に関して、 $\partial \hat{x}^N / \partial \sigma^2 > 0$ が成立する。

ここで、(14) 式に (25) 式を代入すると、定常状態における Markov 完全ナッシュ均衡の価値関数は、次のように表される。

$$\hat{V}^N = (1/2)\beta(\bar{S}^N)^2 + \phi \bar{S}^N + \psi \quad (31)$$

ただし、 $\hat{V}^N = \hat{V}_1^N = \hat{V}_2^N$ である。

(31) 式から、次の命題が得られる。

命題 3

定常状態における Markov 完全ナッシュ均衡の価値関数の期待値 $\hat{V}^N$ は、パラメータの変化によって、以下のような影響を受ける。

- (i) 排出削減 R & D 投資費用に関して、 $\partial \hat{V}^N / \partial \gamma < 0$ が成立する。
- (ii) 割引率に関して、 $\partial \hat{V}^N / \partial \rho < 0$ が成立する。
- (iii) 環境損失に関して、 $\partial \hat{V}^N / \partial d > 0$ が成立する。
- (iv) 分散に関して、 $\partial \hat{V}^N / \partial \sigma^2 > 0$ が成立する。

命題 3 の (iv) に関して、 $\partial \hat{V}^N / \partial \sigma^2 > 0$ という結果が得られている。これは、汚染物質の蓄積過程の不確実性が増大するとき、予想以上に汚染ストックが増加する可能性を見越して、各国企業が積極的に排出削減 R & D 投資を行うと考えられ、その結果、社会的価値が増加するものと考えられる。

4. 協 調 均 衡

本節では、各国政府が、汚染物質の蓄積過程 (10) 式の制約の下で、各国政府の社会厚生との (割引率 ρ で割り引かれた) 期待割引現在価値を最大化するように、その排出税率を選択するものとする。 $\tau_T = \tau_1 = \tau_2$ とすると、各国政府の確率的動的最大化問題は、次式で表される。

$$V_T(S_0) = \max_{\tau_T} E \left(\int_0^{\infty} e^{-\rho t} W_T dt \right) \quad (32)$$

$$s.t. \quad dS = \{E_1 + E_2 - \delta S\} dt + \sigma S dw, \quad S(0) = S_0$$

ただし、 $W_T = W_1 + W_2$ である。

V_T は両国政府全体の価値関数であり、以下の Hamilton-Jacobi-Bellman 方程式を満足しなければならない。

$$\rho V_T = \max_{\tau_T} \left\{ \frac{2(a - \tau_T)^2}{9} + \frac{\tau_T^2}{\gamma} + \frac{2\tau_T\{\gamma a - (\gamma + 3)\tau_T\}}{3\gamma} - dS^2 + V_T \left\{ \frac{2\gamma a - 2(3 + \gamma)\tau_T}{3\gamma} - \delta S \right\} + \frac{\sigma^2 S^2}{2} V_T'' \right\} \quad (33)$$

このゲームの linear-quadratic の構造から、価値関数は以下のような S に関する 2 次関数であると考えられる。

$$V_T = (1/2)bS^2 + fS + h \quad (34)$$

(34) 式より、次の式が得られる。

$$V'_T = bS + f \quad (35)$$

$$V''_T = b \quad (36)$$

(33) 式の右辺の最大化から、排出税率に関して以下の式を得る。

$$\tau_r = \frac{\gamma a - 3(\gamma + 3)(bS + f)}{4\gamma + 9} \quad (37)$$

ただし、 $\tau_r \geq 0 \Leftrightarrow S \leq \frac{\gamma}{3(\gamma + 3)b}a - \frac{f}{b}$ であるが、 $\frac{\gamma}{3(\gamma + 3)b}a - \frac{f}{b} < 0$ であり、汚染ストックは $S > 0$ であると考えられるため、常に $S > \frac{\gamma}{3(\gamma + 3)b}a - \frac{f}{b}$ が成立することとなる。したがって、常に $\tau_r > 0$ が成り立つ。

(33) 式に (34) 式の価値関数、(35)、(36)式と (37) 式の最大化の条件を代入して係数比較を行うと、(34) 式の価値関数のパラメータに関して、以下の式を得る。

$$b = \frac{(\rho + 2\delta - \sigma^2)\gamma(4\gamma + 9) - \sqrt{(\rho + 2\delta - \sigma^2)^2\gamma^2(4\gamma + 9)^2 + 16d\gamma(\gamma + 3)^2(4\gamma + 9)}}{4(\gamma + 3)^2} < 0 \quad (38)$$

$$f = \frac{2\gamma b(\gamma + 2)}{(\rho + \delta)\gamma(4\gamma + 9) - 2(\gamma + 3)^2b}a < 0 \quad (39)$$

$$h = \frac{9(\gamma + 3)^2f^2 + 18\gamma(\gamma + 2)fa + 2\gamma(4\gamma + 9)a^2}{9\rho\gamma(4\gamma + 9)} \quad (40)$$

なお、 b に関しては正の共役解も存在するが、経路の安定条件のために、 b は負でなければならない。

次に、汚染ストックの経路について検討する。(10) 式に最適な排出税率の式 (37) を代入すると、次式を得る。

$$dS = \left[\frac{2\gamma(\gamma + 2)a + 2(\gamma + 3)^2f}{\gamma(4\gamma + 9)} - \frac{\gamma\delta(4\gamma + 9) - 2(\gamma + 3)^2b}{\gamma(4\gamma + 9)}S \right]dt + \sigma Sdw, \quad S(0) = S_0 \quad (41)$$

以下の議論を単純化するために、 $A^c = \frac{2\gamma(\gamma + 2)a + 2(\gamma + 3)^2f}{\gamma(4\gamma + 9)}$ 、 $B^c = \frac{\gamma\delta(4\gamma + 9) - 2(\gamma + 3)^2b}{\gamma(4\gamma + 9)}$ とおく。

(41) 式を確率積分方程式として書き換えると、次式を得る。

$$S(t) = S_0 + \int_0^t [A^c - B^c S(s)]ds + \int_0^t \sigma Sdw \quad (42)$$

汚染ストックの経路の期待値は確率分布とは独立であり、次のようになる。

$$E[S(t)] = S_0 + \int_0^t [A^c - B^c E[S(s)]]ds \quad (43)$$

この式は、初期値 $E[S(0)] = S_0$ を有する、 $E[S^c(t)]$ に関する常微分方程式であり、その解は次のように与えられる。

$$E[S^c(t)] = \exp(-B^c t) S_0 + (1 - \exp(-B^c t)) A^c / B^c \quad (44)$$

経路の安定条件が成立するためには、 $B^c > 0$ である必要があり、そのためには、上述したように、 $b < 0$ でなければならない。

ここで、定常状態における協調均衡の汚染ストックの期待値は、以下のように求められる。

$$\hat{S}^c = \frac{2\gamma(\gamma+2)a + 2(\gamma+3)^2 f}{\delta\gamma(4\gamma+9) - 2(\gamma+3)^2 b} \quad (45)$$

ただし、上付の C は協調均衡を表す。 $\hat{\cdot}$ は定常状態における期待値を表す。

(45) 式は汚染ストックであるため、 $\hat{S}^c > 0$ でなければならない。(45) 式の分母は正であるため、(45) 式の分子が正であるための条件について考察する。

まず、(45) 式の分子に (39) 式を代入すると、次のように表される。

$$2\gamma(\gamma+2)a + 2(\gamma+3)^2 f = \frac{2\gamma(\gamma+2)a\{(\rho+\delta)\gamma(4\gamma+9) - 2(\gamma+3)^2 b\} + 4\gamma(\gamma+2)(\gamma+3)^2 b}{(\rho+\delta)\gamma(4\gamma+9) - 2(\gamma+3)^2 b} > 0 \quad (46)$$

(45) 式の分子が正であるためには、(46) 式が正でなければならない。(46) 式の分母は正であるため、(46) 式の分子が正であればよいことになる。

すなわち、(46) 式の分子について、

$$2\gamma^2(\rho+\delta)(4\gamma+9)(\gamma+2)a - 4\gamma(\gamma+2)(\gamma+3)^2(a-1)b > 0 \quad (47)$$

が成立する必要がある。

ここで、 $b < 0$ であるため、(47) 式が成立するためには、以下の式が成立する必要がある。

$$4\gamma(\gamma+2)(\gamma+3)^2(a-1) > 0 \quad (48)$$

(48) 式より、 $a > 1$ 、すなわち、国際寡占市場の規模を表すパラメータ a が 1 を上回っていれば、 $\hat{S}^c > 0$ が成り立つ。

(45) 式を (37) 式に代入すると、定常状態における協調均衡の排出税率の期待値は以下のよう表される。

$$\hat{\tau}_f^c = \frac{\gamma a \{\delta\gamma(4\gamma+9) - 2(\gamma+3)^2 b\} - 3(\gamma+3) [f \{\delta\gamma(4\gamma+9) - 2(\gamma+3)^2 b\} + b \{2\gamma(\gamma+2)a + 2(\gamma+3)^2 f\}]}{(4\gamma+9) \{\delta\gamma(4\gamma+9) - 2(\gamma+3)^2 b\}} \quad (49)$$

(37) 式より、 $S > 0$ であれば $\tau_f > 0$ が成立するので、(45) 式において $\hat{S}^c > 0$ が成立すれば、 $\hat{\tau}_f^c > 0$ となる。

ここで、定常状態における協調均衡の排出税率の期待値及び汚染ストックの期待値が、種々のパラメータの変化によってどのように影響を受けるかということを検討すると、(45)、(49)式より、定常状態における Markov 完全ナッシュ均衡の排出税率の期待値及び汚染ストックの期待値に関する命題 1 と同様の結果が得られる。

次に、排出削減水準について見ることにする。(49) 式を (9) 式に代入すると、定常状態における協調均衡の排出削減水準の期待値は、次のように表される。

$$\begin{aligned} \hat{x}_f^c &= \hat{\tau}_f^c / \gamma \\ &= \frac{\gamma a \{ \delta \gamma (4\gamma + 9) - 2(\gamma + 3)^2 b \} - 3(\gamma + 3) [f \{ \delta \gamma (4\gamma + 9) - 2(\gamma + 3)^2 b \} + b \{ 2\gamma(\gamma + 2)a + 2(\gamma + 3)^2 f \}]}{\gamma(4\gamma + 9) \{ \delta \gamma (4\gamma + 9) - 2(\gamma + 3)^2 b \}} \end{aligned} \quad (50)$$

(45) 式において $\hat{S}^c > 0$ が成立すれば、(49) 式において $\hat{\tau}_f^c > 0$ となるので、 $\hat{x}_f^c > 0$ が成立する。

ここで、定常状態における協調均衡の排出削減水準の期待値が、種々のパラメータの変化によってどのように影響を受けるかということを検討すると、(50) 式より、定常状態における Markov 完全ナッシュ均衡の排出削減水準の期待値に関する命題 2 と同様の結果が得られる。

次に、(34) 式に (45) 式を代入すると、定常状態における協調均衡の価値関数は、次のように表される。

$$\hat{V}_f^c = (1/2)b(\hat{S}^c)^2 + f\hat{S}^c + h \quad (51)$$

ここで、定常状態における協調均衡の価値関数の期待値が、種々のパラメータの変化によってどのように影響を受けるかということを検討すると、(51) 式より、定常状態における Markov 完全ナッシュ均衡の価値関数の期待値に関する命題 3 と同様の結果が得られる。

ここで、Markov 完全ナッシュ均衡と協調均衡における各均衡値を比較すると、以下の命題が得られる。ただし、価値関数に関しては、協調均衡における両国政府全体の価値関数 $\hat{V}_f^c$ と、各国政府の価値関数の和 $2\hat{V}^N$ とを比較する。

命題 4

定常状態における Markov 完全ナッシュ均衡と協調均衡の汚染ストック、排出税率、排出削減水準および価値関数の期待値を比較すると、以下のような結果が得られる。

- (i) 汚染ストックに関して、 $\hat{S}^c < \hat{S}^N$ が成立する。
- (ii) 排出税率に関して、 $\hat{\tau}^N < \hat{\tau}_f^c$ が成立する。
- (iii) 排出削減水準に関して、 $\hat{x}^N < \hat{x}_f^c$ が成立する。
- (iv) 価値関数に関して、 $2\hat{V}^N < \hat{V}_f^c$ が成立する。

5. 結論と今後の課題

本稿は、2 国の企業が国際寡占市場に財を供給し、各国企業が汚染物質を排出するような財の生産を行っているが、同時に排出削減 R & D 投資を行うような状況を想定した。また、汚染物質の蓄積過程に不確実性が生じるものとした。そのような状況で、各国政府間で行われる排出税ゲームを確率微分ゲームの枠組みで分析し、Markov 完全ナッシュ均衡および協調均衡を導出し、比較静学を行った。

本稿の分析によって、以下のような結果が得られた。まず、Markov 完全ナッシュ均衡および

協調均衡の両方に関して、以下のことが言える。

(1) 定常状態における排出税率の期待値は、排出削減 R & D 投資費用パラメータの上昇、割引率の下落、環境損失パラメータの上昇、分散の増大によって、上昇する。

(2) 定常状態における汚染ストックの期待値は、排出削減 R & D 投資費用パラメータの上昇、割引率の上昇、環境損失パラメータの下落、分散の減少によって、増加する。

(3) 定常状態における排出削減水準の期待値は、排出削減 R & D 投資費用パラメータの下落、割引率の下落、環境損失パラメータの上昇、分散の増大によって、増加する。

(4) 定常状態における価値関数の期待値は、排出削減 R & D 投資費用パラメータの下落、割引率の下落、環境損失パラメータの上昇、分散の増大によって、増加する。

次に、Markov 完全ナッシュ均衡と協調均衡の比較について、以下のことが言える。

(5) 定常状態において、Markov 完全ナッシュ均衡と協調均衡の汚染ストック、排出税率、排出削減水準および価値関数の期待値を比較すると、協調均衡の方が汚染ストックは小さく、排出税率、排出削減水準と価値関数は大きくなる。

特に、分散の増大（すなわち、不確実性の増大）によって、Markov 完全ナッシュ均衡および協調均衡において、定常状態における排出税率の期待値が上昇し、汚染ストックの期待値が減少し、排出削減水準が増加し、価値関数の期待値が増加する、という点は注意すべきである。実際、二酸化炭素などの蓄積過程には不確実性が働くと考えられ、その不確実性は、温暖化が深刻化していく中で、ますます高まっていくと予想される。その場合、不確実性がない場合と比較して、各国政府は長期的には（定常状態において）高い排出税率を課することが最適であり、その結果、各国企業の排出削減 R & D は活発になり、低い汚染ストックに落ち着くこととなり、各国にとって高い価値が生じることになる。また、各国政府は Markov 戦略を採用するとき「ただ乗り」しようとするため、協調均衡に比べて、排出税率、排出削減水準と価値関数は小さく、汚染ストックは大きくなる。

なお、本稿には次のような課題がある。まず、本稿は排出削減 R & D スピルオーバーを考慮に入れていない。また、差別化財も考慮に入れていない。これらの点で本稿の分析を拡張することが、今後の課題である。

参 考 文 献

- [1] Barrett, S., 'Strategic Environmental Policy and International Trade,' *Journal of Public Economics*, vol. 54, 1994, pp. 325-338.
- [2] Brander, J.A. and Spencer, B.J., "Export Subsidies and International Market Share Rivalry," *Journal of International Economics*, vol. 18, 1985, pp. 83-100.
- [3] Chang, F.R., *Stochastic Optimization in Continuous Time*, Cambridge University Press, 2004.
- [4] Dockner, E., Jorgensen, J., Long, N.V. and Sorger, G., *Differential Games in Economics and Management Science*, Cambridge University Press, 2000.
- [5] Kamien, M.I. and Schwartz, N.L., *Dynamic Optimization: The Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management (2nd Edition)*, North-Holland, 1991.

- [6] Katsoulacos, Y. and Xepapadeas, A., 'Environmental Innovation, Spillovers and Optimal Policy Rules,' in C. Carraro, Y. Katsoulacos and A. Xepapadeas(ed.), *Environmental Policy and Market Structure*, pp. 143-150, Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [7] Kort, P.M., "Pollution Control and the Dynamics of the Firm : The Effects of Market-Based Instruments on Optimal Firm Investments," *Optimal Control Applications & Methods*, vol. 17, 1996, pp. 267-279.
- [8] Prasad, A. and Sethi, S.P., "Competitive Advertising under Uncertainty : A Stochastic Differential Game Approach," *Journal of Optimization and Applications*, vol. 123, no. 1, 2004, pp. 163-185.
- [9] Reynolds, S.B., "Capacity Investment, Preemption and Commitment in an Infinite Horizon Model," *International Economic Review*, vol. 28, no. 1, 1987, pp. 69-88.
- [10] Stimming, M., "Capital Accumulation subject to Pollution Control : Open-loop versus Feedback Investment Strategies," *Annals of Operations Research*, vol. 88, 1999, pp. 309-336.
- [11] Wirl, F., "International Greenhouse Gas Emissions when Global Warming is a Stochastic Process," *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, vol. 20, 2004, pp. 95-114.

Environmental R & D in an International Oligopolistic Market under Uncertainty

Masakazu MAEZURU*

The purpose of this paper is to investigate the dynamic properties of environmental R & D and environmental policy by analyzing infinite horizon stochastic differential games between two governments. In this paper, we formulate stochastic differential games that need to be solved by the two governments, and derive and characterize the cooperative and Markov-perfect Nash equilibrium solutions. By comparing the two equilibrium solutions, the free-riding behavior of governments can be explored with regard to pollution control. The steady-state levels of emission tax, pollution stock and value function were also derived and compared. In conclusion, we obtained a higher emission tax, a lower pollution stock, a higher value function under the cooperative solution when compared to the Markov-perfect Nash equilibrium solution.

JEL Classification: F18, L13, Q58

Keywords: Stochastic Differential Game, Environmental R & D, International Oligopolistic Market, Emission Tax

* Department of Economics, Osaka University of Economics and Law, 6-10 Gakuonji, Yao, Osaka, Japan