地方政府の長期計画と内生的成長理論

藤 岡 明 房

第1章 はじめに

地方政府は地域的公共サービスを提供しているが、その財源はかならずしも地方税だけに基いているわけではない。ある程度の部分は中央政府からの補助金に依存している（ただし、東京都などの富裕団体は事情が異なる）。これは、地方政府の財源を地方税のみに求めると、産業立地の地域間格差が大きいため、収入が少ない地域が多く生じてしまうからである。また、中央政府にとっては全国のあらゆる地域でナショナル・ミニマムを満たさなければならないため、地域間の所得格差を是正する必要から補助金を配分するのである。あるいは、中央政府が奨励的に補助金を配分することもある。しかも、補助金については法律や制度でその根拠が明確にされており、地方政府が一定の条件を満たしている限り補助金をもらえる可能性は高い。もちろん、他の地方政府より多くの補助金をもらおうとするならば中央政府への陳情などが必要となる。

地方政府が長期計画を作成するに当たり、財源の制約を考慮に入れる必要があるが、その際中央政府からの補助金を所与のものと見なすことができる。そこで、補助金を含んだ地方政府の長期計画を作成することになる。

中央政府から地方政府へ与えられる補助金には、使い途の決まっていない一般補助金と使い途の決まっている特定補助金がある。従来の研究では補助金を含めた地方政府の行動分析については、静学分析が大部分であり動学分析は少なかった。数少ない動学分析の一つが Heng-Fu Zou [1] の研究である。しかし、彼の研究では技術進歩が考慮に入れられておらず、地方政府自身の政策が長期の均衡状態に反映しにくくなっている。

本論文では、地方政府が長期計画の作成に当たり中央政府からの補助金を考慮に入れるとともに、技術進歩を内生化することによって地方政府の政策の効果も検討することにする。

以下、2章では、地方政府の行動についての仮定を設けることにする。3章では、技術進歩を想定しない場合の地方政府の長期計画策定のためのモデルを構築する。4章では、この技術進歩がない場合のモデルの検討を行う。5章では、内生的技術進歩を導入した場合の地方政府の長期計画策定のためのモデルを構築する。6章では、この内生的技術進歩を導入した場合のモデルの検討を行

敬愛大学経済学部

本論文は平成9年9月敬愛大学で開催された日本地域学会の第34回年次大会における報告に加筆・修正したものである。大会においては討論者である専修大学の伊東洋三先生と早稲田大学の藁谷友紀先生から適切なコメントをいただいた。また、匿名のレフェリーには細部にわたるまで詳しく検討してもらい、論文を作成するうえで重要な指摘をいただいた。記して感謝するしだいである。

う。そして、7章では、全体のまとめを行う。

第2章 地方政府の行動についての仮定

地方政府が長期計画を策定するに当たり、その地域での資源の最適配分を求めることになる。それに加えて、中央政府からの補助金による財源の補填も考慮することになる。以下、分析の簡単化のためいくつかの仮定を設けることにする。

第1に、地方政府は地域の住民の長期的満足 W の最大化を図る。ここで、地域の住民の満足は、社会的厚生関数 W によって表されるものとする。この社会的厚生関数は、各期間の満足 $W(t)$ を現在から無限期間まで合計したものである。

$$W = \int_0^{\infty} W(t)e^{-\rho t} dt$$

ここで、 $e^{-\rho t}$ は将来時点の値を現在価値化する時間割引であり、 ρ は時間割引率である。また、地域住民は同質的であると見なすため、 $W(t)$ は代表的個人の効用関数と同じものを用いる。

第2に、各期間 t の満足 $W(t)$ は各期間の消費 $c(t)$ と地方政府による地域公共サービス $e(t)$ に依存する。しかも、社会的厚生関数の型は加法的であるとする。

$$\begin{aligned} W(t) &= W(c(t), e(t)) \\ &= u(c(t)) + v(e(t)) \end{aligned}$$

ここで、社会厚生関数は、

$$u' > 0, u'' < 0, v > 0, v' > 0, v'' < 0$$

という性質をもっているものとする。

第3に、地方政府の財源 R は、地方税 T と中央政府からの補助金 G から成り立つ。この補助金は、使い途の決まっていない一般補助金 g と使い途の決まっている特定補助金 g' から成り立つ。さらに、特定補助金は地域公共サービス e に比例するものとする。

$$\begin{aligned} R &= T + G \\ &= T + g + g' \\ &= T + g + \alpha e \end{aligned}$$

ただし、

$$g' = \alpha e$$

である。ここで、 α は補助金の補助率である。

第4に、地域公共サービス e はフローとして扱われる。そして、ストックとして蓄積しないものとする。

この仮定は、地方政府が社会資本を自らは供給しないことを意味する。これは、地方政府が長

期計画を策定するに当たって民間資本と社会資本を区別しないことを想定しているからである。

第5に、資本 k は、民間資本にも社会資本にも転用可能と見なす。

第6に、地域住民の数 N は一定とする。

これら5と6の仮定は分析の単純化のための仮定である。

これらの仮定により地方政府の長期計画を策定するための最適化モデルが定式化できる。

第3章 技術進歩を伴わない地方政府の長期計画モデル

地方政府は、地域住民の長期的厚生を最大化するため地域資源と財政の制約の下で最適な消費 c 、地方公共サービス e 、資本 k を求めるものとする。ただし、この章では生産について技術進歩を明示的には取り上げないこととする。

前章の仮定に基づくと次のようなモデルを構築することができる。

[モデル 1]

$$\max_{s, t} W = \int_0^{\infty} \{u(c) + v(e)\} e^{-\rho t} dt \quad (1)$$

$$\dot{k} = I - \delta k \quad (2)$$

$$e = T + g + ae \quad (3)$$

$$y = y(k) \quad (4)$$

$$y - T = c + I \quad (5)$$

ここで、 $u' > 0$, $u'' < 0$, $v' > 0$, $v'' < 0$, $y' > 0$, $y'' < 0$, である。

このモデル1で、(1) 式は住民の厚生を最大化を表す。(2) 式は資本の蓄積を表す。(3) 式は政府の予算制約式である。(4) 式は生産関数を表す。(5) 式は財の需給均衡を表す式である。すなわち、供給は、 $y = c + s + T + g + ae$ であり、需要は $y = c + I + e$ なので、可処分所得 ($= y - T$) が消費と投資に等しくなる。

(2) 式に (3) 式, (4) 式, (5) 式を代入し整理すると,

$$\dot{k} = y(k) - c - e + g + ae - \delta k \quad (6)$$

となる。

このモデルを解くために、ハミルトニアンを設定する。

$$H = u(c)e^{-\rho t} + v(e)e^{-\rho t} + \lambda \{y(k) - c - e + g + ae - \delta k\} \quad (7)$$

ここで、 λ は補助変数である。

このハミルトニアンを用いて最適条件を求めることにする。

$$\partial H / \partial c = u' e^{-\rho t} - \lambda = 0$$

ゆえに,

$$\lambda = u' e^{-\rho t} \quad (8)$$

また,

$$\partial H / \partial e = v' e^{-\rho t} - \lambda + \lambda \alpha = 0$$

ゆえに,

$$\lambda = v' e^{-\rho t} / (1 - \alpha) \quad (9)$$

となる。

オイラー方程式は,

$$\dot{\lambda} = -\partial H / \partial k \quad (10)$$

$$\dot{k} = \partial H / \partial \lambda \quad (11)$$

である。

境界条件は,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda(t) k(t) e^{-\rho t} = 0 \quad (12)$$

となる。

最適条件から,

$$u'(c) = v'(e) / (1 - \alpha) = \lambda e^{\rho t} \quad (13)$$

という式が得られる。

(10) 式から,

$$\dot{\lambda} = \lambda \{ y' - \delta \} \quad (14)$$

が得られる。

(14) 式に (8) 式を代入すると,

$$\dot{c} = (y' - \delta + \rho) u' / u'' \quad (15)$$

が得られる。

また, (14) 式に (9) 式を代入すると,

$$\dot{e} = (y' - \delta + \rho) v' / v'' \quad (16)$$

が得られる。

オイラー方程式の (11) 式から,

$$\dot{k} = y - c - (1 - \alpha) e + g - \delta k \quad (17)$$

である。

このように動学方程式が (15) 式, (16) 式, (17) 式の 3 本得られることになる。しかし, 最適条件 (13) 式から, e は c および a の関数となる。そこで, 新たに, (13) 式から e の関数 E を定義することにする。

$$e=E(c; a) \quad (18)$$

この関数型 E は、(13) 式を全微分することによって、

$$dE/dc > 0, dE/da > 0,$$

という性質をもっていることが確認できる。この (18) 式を用いると、(15) 式と、

$$\dot{k} = y - c - (1-a)E(c; a) - g + \delta k \quad (19)$$

という c と k に関する連立方程式が得られる。

この 2 つの式から、 $\dot{c} = \dot{k} = 0$ の時長期均衡点が求められる。すなわち、

$$y'(k) = \delta + \rho \quad (20)$$

$$y(k) = c + (1-a)E(c; a) - g + \delta k \quad (21)$$

なので、この 2 つの式を満たす値が長期均衡点である。また、(18) 式の e の関数から e の長期均衡点も求められる。そこで、 c, e, k の長期均衡点を、地方政府の外生変数（中央政府にとっては政策変数） α, g の関数として、

$$c = c^*(\alpha, g) \quad (22)$$

$$e = e^*(\alpha, g) \quad (23)$$

$$k = k^*(\alpha, g) \quad (24)$$

と表すことができる。

第 4 章 モデル 1 の長期均衡点の検討

4-1. 安定性分析

長期均衡点の安定性を検討するために、安定性分析を行うことにする。

(14) 式と (15) 式の連立方程式を均衡点の近傍において線形近似すると、

$$\dot{c} = 0(c - c^*) + (u'y''/u'')(k - k^*) \quad (25)$$

$$\dot{k} = \{-1 - (1-a)\}E'(c - c^*) - y'(k - k^*) \quad (26)$$

となる。これから、

$$A = \begin{vmatrix} 0 & (u'y''/u'') \\ \{-1 - (1-a)\}E' & -y' \end{vmatrix}$$

という係数行列が得られる。

この係数行列から、トレースと行列式を求めてみると、

$$Tr(A) = 0 - y' < 0 \quad (27)$$

$$|A| = -(u'y''/u'')\{-1 - (1-a)E'\} > 0 \quad (28)$$

図 1

図 2

となる。

トレースが負で、行列式が正であるから、長期均衡点が安定であるための必要条件が満たされることになる。

このような長期均衡点の安定性をあらためて位相図を用いて検討してみる。位相図を描くに当たって、その前提となる生産関数と補助金を描いたのが図 1 である。

位相図としては、図 2 のように横軸に k 、縦軸に c を取ることにする。そのため、通常は (15) 式、(16) 式、(17) 式の 3 つの式を位相図で表すことは困難になる。しかし、 e は c と a の関数として表すことができるのでその関係を利用すると、 c と k に関する位相図を描くことができることになる。そこで、すでに求めている (15) 式と (19) 式を用いることにする。

まず、(15) から長期均衡点を求めると (20) 式になる。この式から k は、

$$k = k^* \quad (\text{一定}) \quad (29)$$

となるので、(20) 式は k^* を通る垂直線となる。

次に、(19) 式は補助金を含んだ地域内収支の動学方程式である。この式に基づいて長期均衡点を求めると (21) 式になる。この (21) 式は収支の均衡条件である。もし補助金がなければ通常の新古典派的な均衡条件と同じである。そこで、新古典派的な均衡条件に補助金の分を追加してみる。

第 1 に、一般補助金 g については、生産関数 $y = y(k)$ から消費 c と地域公共サービス e を除いた貯蓄関数を g の分だけ上に移動させる。したがって、貯蓄関数は原点 0 ではなく縦軸の高さ g の所から出発することになる。

第 2 に、特定補助金 $g' (= ae)$ については貯蓄関数の傾きを変化させることになる。しかし、貯蓄関数の傾きをどれだけ変化させるかは関数型に依存するので一般には不明である。

これらの関係から図 2 のような位相図が描けることになる。この図で長期均衡点は A である。しかも、(15) 式と (19) 式から動学条件を求めると図 2 のようになる。したがって、この長期均衡点が鞍点であることがわかる。均衡点が鞍点ならば、この長期均衡点に収束するナイフ・エッジ・カーブが描けることになる。

4-2. 比較静学分析

長期均衡点が鞍点であることが確認されたので、それを前提にしてあらためて長期均衡点の比較静学分析を行うことにする。ただし、比較静学分析を行う際は e の関数 (17) 式は用いず、それを導出した (12) 式を用いることにする。

長期均衡条件と最適条件から、

$$y'(k) = \delta + \rho \quad (31)$$

$$y(k) = c + (1 - \alpha)e - g + \delta k \quad (32)$$

$$u' = v' / (1 - \alpha) \quad (33)$$

という均衡条件を得る。

これらの3つの式で内生変数は c, e, k の3つである。それに対し、政策変数は α と g の2つである。

これら3つの式を全微分して整理すると、

$$dc/d\alpha = ?, de/d\alpha > 0, dk/d\alpha = 0$$

$$dc/dg > 0, de/dg > 0, dk/dg = 0$$

という関係が得られる。

ただし、

$$dc/d\alpha = e / \{1 + (1 - \alpha)^2 \cdot u''/v''\} \cdot (1 - \eta) \quad (34)$$

である。

ここで、

$$\eta = -ev''/v' \quad (35)$$

は、地域公共サービスの限界厚生関数の弾力性である。

したがって、

$$\eta < 1 \text{ のとき, } dc/d\alpha < 0$$

$$\eta = 1 \text{ のとき, } dc/d\alpha = 0$$

$$\eta > 1 \text{ のとき, } dc/d\alpha > 0$$

となる。

これらから、特定補助金の補助率 α を引き上げると、限界厚生関数が非弾力的な場合には消費 c は減少し、弾力的な場合には消費 c は増加する。弾力性が1の場合は消費 c は変化しない。

また、補助率 α を引き上げると、地域公共サービス e は増加するが、資本 k は変化しない。

次に、補助金 g を増加させると消費 c や地域公共サービス e は増加するが、資本 k は変化しない。

この地域にとって外生変数である α と g が変化した場合の効果を位相図に基づいて調べてみ

図3

ることにする。それを示したのが図3である。

図3で、当初の長期均衡点はA点である。ここで、一般補助金 g が増加すると、貯蓄関数が上へ移動するので長期均衡点はBになる。したがって、 c 、それに伴い e も増加することになる。しかし、 k は一定のままである。

この結果、新しい均衡点Bに収束する新しいナイフ・エッジ・カーブが描ける。

次に、特定補助金 α が増加すると貯蓄関数が変化するが、一般にその方向、傾きは不明なので c が増加するかどうか不明である。したがって、この位相図からは e の変化も不明になる。また、 k は、やはり一定のままである。

第5章 地方政府の技術進歩を伴う長期計画

5-1. 技術進歩の考え方

新古典派的な生産関数(前章では(4)式として表された)技術進歩を明示的には示していない。したがって、技術進歩がどのように行われるのかについては分からない。それに対し、技術進歩を明示的に示したモデルが1960年代から数多く提案されるようになってきた。例えば、技術の水準を $A=A(t)$ で表すと、技術進歩を明示的に含んだ生産関数は、

$$y=y(k, l, A) \quad (36)$$

として示されることになる。

この技術進歩を含んだ生産関数は、技術進歩が外生的に与えられる場合と内生的に決定される場合とに分けられ。外生的に与えられた場合の方が取り扱いが簡単であった。

外生的な技術進歩の場合、

$$\text{ヒックス中立 } y=A(t)Y(k, l) \quad (37)$$

$$\text{ハロッド中立 } y=y(k, A(t)l) \quad (38)$$

$$\text{ソロー中立 } y=y(A(t)k, l) \quad (39)$$

といった定式化行われている。

それに対して、技術進歩がどのようにして生じるのかを明示的に示していこうというのが内生的技術進歩の考え方である。そして、内生的技術進歩について新しい意味付けを行ったが a la Romer である。彼によれば、内生的技術進歩では、知識 (Knowledge) が重要な役割を果たしていることになる。そして、知識は 2 つの主要な要素から成り立っており、そのうちの 1 つが個人に帰属する人的資本 (Human Capital) である。もう 1 つが、知識はあらゆる人によって共有されるという非競合的な性質をもっているということである。

この内生的技術進歩の定式化としては、ハロッド中立がよく用いられる。その理由は定常状態の概念とハロッド中立の概念が完全に一致しているからである。また、労働生産性の上昇とも対応しているからである。

このようなことから、本論文においてもこの Romer 型の技術進歩を導入することが望ましいことになる。しかし、一方では前提の中で住民の数は一定と想定している。そのため、通常のように Romer 型の技術進歩を導入できないことになる。

そこで、本論文では、技術進歩を促進あるいは抑制するような技術への資源投入を明示的に考えることにする。それが、Karl Shell の定式化に基づく定式化である。

Shell モデルにおける生産関数は、

$$y(t) = y(k(t), l(t), A(t)) \quad (40)$$

と定式化されている。

次に、知識のストックは次のように定式化される。

$$\dot{A}(t) = \theta y(k, A) - \gamma A \quad (41)$$

ここで、 A は知識ストック、 θ は知識の増加のために投入される生産物からの投資割合を表す。 γ は、知識ストックの減価償却である。

この知識ストックの定式化に基づいて、改めて、技術進歩がある場合の地方政府の長期計画を考えことにする。

5-2. 技術進歩を伴う長期計画モデルの構築

第 2 章の仮説に基づき技術進歩を伴う地方政府の行動を定式化してみる。

[モデル 2]

$$\max_{c, e} W = \int_0^{\infty} \{u(c) + v(e)\} e^{-\alpha t} dt \quad (42)$$

$$\dot{k} = (1 - \theta)y - c - T - \delta k \quad (43)$$

$$e = T + g + ae \quad (44)$$

$$y = y(k, A) \quad (45)$$

$$\dot{A} = \theta y(k, A) - \gamma A \quad (46)$$

ここで, $u' > 0$, $u'' < 0$, $v' > 0$, $v'' < 0$, $y' > 0$, $y'' < 0$, である。

このモデル 2 で, (42) 式は住民の厚生を最大化を表す。(43) 式は, 資本の蓄積関数を表す。(44) 式は政府の予算制約式である。(45) 式は生産関数である。(46) 式は技術の蓄積関数である。

モデル 2 をモデル 1 と同様な方法で解いてみることにする。

はじめに, (44) 式と (45) 式を (43) 式に代入して整理すると,

$$\dot{k} = (1 - \theta)y - c - (1 - \alpha)e + g - \delta\lambda \quad (47)$$

となる。

(46) 式と (47) 式から A と k は時間を通じて変化することになる。そこで, ハミルトニアンを用いて解くことにする。

$$\begin{aligned} H = & \{u(c) + v(e)\}e^{\rho t} + \lambda\{(1 - \theta)y(k, A) - c - (1 - \alpha)e + g - \delta k\} \\ & - \mu\{\theta y(k, A) - \gamma A\} \end{aligned} \quad (48)$$

一次の最適条件から求めてみる。

$$\partial H / \partial c = u' e^{-\rho t} + (-)\lambda = 0 \quad (49)$$

$$\partial H / \partial e = v' e^{-\rho t} + (\alpha - 1)\lambda = 0 \quad (50)$$

また, k, A についてのオイラー方程式は,

$$\dot{\lambda} = -\lambda\{(1 - \theta)y_k - \delta\} + \mu\theta y_k \quad (51)$$

$$\dot{\mu} = \lambda(1 - \theta)y_A - \mu\{\theta y_A - \gamma\} \quad (52)$$

それぞれの対応する動学方程式は,

$$\dot{k} = (1 - \theta)y - c - (1 - \alpha)e + g - \delta k \quad (53)$$

$$\dot{A} = \theta y(k, A) - \gamma A \quad (54)$$

である。

これらの 6 本の方程式に対して未知数は c, e, k, A, λ, μ の 6 個である。したがって, 解が得られる可能性がある。以下, 解が得られるものとして話を進める。

これら 6 本の方程式から長期均衡解を求めることにする。

定静状態は, $\dot{\lambda} = \dot{\mu} = \dot{k} = \dot{A} = 0$ のとき達成される。そのとき,

$$\lambda\{(1 - \theta)y_k - \delta\} = \mu\theta y_k \quad (55)$$

$$\lambda(1 - \theta)y_A = \mu(\theta y_A - \gamma) \quad (56)$$

$$(1 - \theta)y = c + (1 + \alpha)e - g + \delta k \quad (57)$$

$$\theta y(k, A) = \gamma A \quad (58)$$

という均衡条件が得られる。これらの均衡条件を満足するのが長期均衡解である。均衡解が達成されるならば, それらは定静状態になる。 $(c^*, e^*, k^*, A^*, \lambda^*, \mu^*)$ として示される。この定静状

態は、外生的に与えられる補助率 α 、補助金 g 、技術進歩投資への配分率 θ によって決定される。

$$c^* = c^*(\alpha, g, \theta)$$

$$e^* = e^*(\alpha, g, \theta)$$

$$k^* = k^*(\alpha, g, \theta)$$

$$A^* = A^*(\alpha, g, \theta)$$

$$\lambda^* = \lambda^*(\alpha, g, \theta)$$

$$\mu^* = \mu^*(\alpha, g, \theta)$$

第6章 モデル2の長期均衡点の検討

前章で求められた定常状態である長期均衡点の性質を検討するために、比較静学分析を行うことにする。

あらかじめ、(49) 式と (50) 式から λ と μ の関係を求めておく。そこで、この2つの式を整理すると、

$$y_k = -(\theta y_A - \gamma)\delta/\gamma \quad (59)$$

となる。

ただし、この (59) 式で $\lambda \neq 0$ 、 $\theta y_A \neq \gamma$ でなければならない。

この (59) 式を用いると、 μ は λ の関数となるので、独立な方程式は5本になる。

$$u'e^{-\rho t} - \lambda = 0 \quad (60)$$

$$\{(1/(1-\alpha))\}v'e^{-\rho t} - \lambda = 0 \quad (61)$$

$$(1-\theta)y_k = (\gamma - \theta y_A)\delta/\gamma \quad (62)$$

$$(1-\theta)y - c - (1-\alpha)e - \delta k + g = 0 \quad (63)$$

$$\theta y(k, A) - \gamma = 0 \quad (64)$$

これらの方程式を用いて全微分を行い、それに基づいて比較静学を行うと、次のような結果が得られた。

$$dc/d\alpha = ?, de/d\alpha > 0, dk/d\alpha = 0, dA/d\alpha = 0, d\lambda/d\alpha > 0,$$

$$dc/dg > 0, de/dg > 0, dk/dg = 0, dA/dg = 0, d\lambda/dg < 0,$$

$$dc/d\theta = ?, de/d\theta = ?, dk/d\theta < 0, dA/d\theta > 0, d\lambda/d\theta = ?,$$

ここで、 $dc/d\alpha$ は (34) 式と同じ符号条件である。

これらから、政策変数を変化させた場合の長期均衡点に与える効果がわかる。

第1に、特定補助金の補助率 α を引き上げると、社会厚生関数の弾力性が1より小さい場合は消費 c は減少してしまう。それに対し、社会厚生関数の弾力性が1より大きい場合には消費 c や公共サービス e は増加するが、資本 k は変化しない。また、技術の水準 A も変化しない。

第2に、一般補助金の額 g を引き上げると、消費 c や公共サービス e は増加するが、資本 k は

変化しない。また、技術の水準 A も変化しない。

第3に、技術進歩投資への配分率 θ を引き上げると、消費 c や公共サービス e への影響は不明であるが、資本 k は減少し、技術の水準 A は上昇する。

以上のように、モデル1を改良したモデル2においても、補助率、補助金、技術進歩投資などの変更によって長期均衡点を変化させる効果が存在することが確認された。

第7章 ま と め

中央政府から補助金を貰い受ける地方政府の長期計画の策定は、補助金を前提に策定されている。そのことは、補助率や補助金の額の変更によって計画内容が変更されることにも関連する。さらに、技術投資の変更を考慮に入れると、長期均衡状態における資本や知識の状態を促進させたり、抑制することも可能である。したがって、地方政府の長期計画は中央政府による補助金によって影響を受けるだけでなく、自ら技術投資を変更することによって長期均衡状態を変えることも可能である。

参 考 文 献

1. Barro, R. "Government Spending in a Simple Model of Endogeneous Growth", *Jornal of Political Economy*, 1990.
2. Rebelo, S. "Long Run Policy Analysis and Long Run Growth", *Journal of Political Economy*. 1991,
3. Romer, P.M. "Increasing Returns and Long Run Growth", *Journal of Political Economy*. 1986.
4. Shell, K. "Towards a Theory of Inventive Activity and Capital Accumulation", 1966.
5. Zou. H. "Dynamic Effects of Federal Grants on Local Spending", *Journal of Urban Economics*, 1994.

Dynamic Analysis of Local Government under Budget Constraint

Akifusa FUJIOKA

In this paper, we examine the behavior of local government which is supposed to get not only local taxes but also some kinds of national grant and to spend them into both recurrent expenditure (e) and public investment (I). We divide public capital (k) into two types: one type is public capital for consumption (kc) and another is public capital for production (ki). Local government receives a non-matching grant (g) and a matching grant for local public investment ($gi = \alpha I$) and for local recurrent expenditure ($ge = \beta e$). In Japan, as local government cannot receive national grant at face value, we introduce discount rates of national grant for each type grants: a matching grant for local public investment and local expenditure.

We build a dynamic model which is depending on these assumptions. We will solve this model by applying maximum principle. At the long-run equilibrium point, we get a set of equilibrium values. Then we examine the effects of national grants.