標識放流によるクジラ資源量の推定

田 中 昌 一

(東海区水産研究所)

Estimation of Whale Population on the Basis of Tagging Experiments

Syoiti TANAKA*

Maximum likelihood estimates of biological populations have been obtained on the basis of sequential tagging experiments without replacement. At the time just before the t -th sample ($t=1, 2, \dots, T$) is taken, the size of a population may be represented by N_{t-1} and the number of tagged individuals by A_{t-1} . Let us assume x_t tagged individuals are found in t -th sample of size n_t drawn at random from this population. Then, m_t individuals are taken out from the population again, tagged and released regardless whether or not they have been tagged before. If y_t among m_t has already been tagged, an actual increase in tagged individuals during the t -th experiment is $m_t - y_t - x_t$.

Under usual circumstances it could be assumed that $N_{t-1} \gg n_t$ and $N_{t-1} \gg A_{t-1}$; hence x_t is expected to follow Poisson distribution with mean of $n_t A_{t-1} / N_{t-1}$, and y_t is negligibly small. From these models the maximum likelihood estimates have been derived by using the successive approximations as DELURY did (formulae 1-6). Approximate coefficient of variation of estimated $1/N_0$ or $F = \Sigma n_t / N_0$ is given by the reciprocal of square root of the total number recaptured (formulae 11 and 12).

If A_{t-1} is not too small in contrast with N_{t-1} , the binomial distribution is more suitable than Poisson distribution to be used as a basic mathematical model. The estimates are obtained in the same procedure as before (formulae 7 and 8).

When data drawn from a constructed binomial population were analysed by using A_t and A_t' , for both models of binomial and Poisson populations, it has been found that the effect of the difference of population models is small enough, and that the effect of neglecting y_t is not serious, though the results based on correct A_t are always smaller than on approximate A_t' (Tables 1 and 2).

For another example, the methods are applied to the data obtained from the marking experiments of fin whale which were carried out in the 1954 and 1955 seasons in one of three major whaling grounds of the northern North Pacific, located north of Aleutian Islands and east of 180° meridian. On the basis of biological surveys and tagging experiments it has been believed so far that there are a few different populations, each frequenting to one of these whaling grounds where they would stay for a considerable length of the season every year. This fact makes the situation simple for the statistical estimation by marking experiments. The data and results of calculations are shown in Tables 3-6. In addition, catch-effort records (Table 7) are analysed by DELURY's method to compare them with the results of the marking experiments. Although these estimates have only a little reliability, it might be safely said that the size of the fin whale population in the region under study is 5,000-50,000.

I. は し が き

標識試験 (tagging experiment) は、生物集団の量を推定するための有力な方法として広く用いられ、又これに関する統計的方法も多くの著者によつて発表されている⁷⁾。しかし水産資源については、その歴史が古いにもかかわらず、湖水等の小さな水域の場合をのぞいて、資源量推定のためにはほとんど実用化されてい

ない。ところで、水産資源の場合に他の生物集団と最も異なっている点といえば、対象が水中の生物であること、及び再捕が実際の漁業によつて行われることであろう。そのために、標識放流にともなう死亡率の変化、生物集団に対する漁業の圧力の不均質さ、再捕記録の不完全さは、さけがたいことである。そしてその程度が大きく、又見積ることが困難だとすれば、標識放流による資源量の推定はほとんど不可能ということになる。

一口に水産資源といつても、たとえばクジラ等では上に述べたような一般的制約の条件はかなり緩和されていると考えられるので、ある程度の期待をかけることはできよう。しかしその場合でも、漁業が行われるということは、たえず資源が減少しているということであつて、従来の資源量を一定としての統計的推定の立場、たとえば SOHNABEL の例⁶⁾ と大きなちがひがある。そのために、著者はこの点を考慮して推定式を導き、それによつてクジラの資源量の計算を試みた。ここで特につけ加えたいことは、たとえ推定式が精密な数学的方法で導かれたとしても、いろいろの不確かな仮定や、制約条件が存在するかぎり、標識放流試験にはおのずから限度があるということである。

本報告を発表するにあたり、クジラに関する資料を提供していただいた、水産庁調査研究部の川上武彦技官に感謝の意を表する。

II. 推 定 式

漁期の初めの資源量(尾数)を N_0 とし、そのうち A_0 が標識をつけているものとする。漁期を 1, 2, ..., T と T の区間にわけて考え、各回の漁獲尾数を n_t 、その中での標識をもつたものの数を x_t とあらわす。又、各回の漁獲のおつた後で、 m_t 尾に新たに標識をつける*。このようにすると、 t 回目の試験直前の資源量は

$$N_{t-1} = N_0 - \sum_{j=1}^{t-1} n_j$$

又 N_{t-1} 中での標識をつけたものの数は

$$A_{t-1} = A_0 + \sum_{j=1}^{t-1} (m_j - x_j)$$

となる。

N_{t-1} が n_t , A_{t-1} にくらべて非常に大きく、又捕獲が random に行われているものと仮定すると、 x_t の分布はだいたい Poisson 分布となるので、再捕記録 $x_1, x_2, \dots, x_T$ が得られた時の尤度函数は

$$e^L = \prod_{t=1}^T \exp \left\{ -\frac{n_t A_{t-1}}{N_{t-1}} \right\} \frac{\left(\frac{n_t A_{t-1}}{N_{t-1}} \right)^{x_t}}{x_t!} \quad (1)$$

となる。 $\partial L / \partial N_0 = 0$ とおくと

$$\sum_{t=1}^T \left\{ \frac{n_t A_{t-1}}{N_{t-1}^2} - x_t \frac{\frac{n_t A_{t-1}}{N_{t-1}^2}}{\frac{n_t A_{t-1}}{N_{t-1}}} \right\} = 0$$

これから

$$\sum_{t=1}^T \frac{n_t A_{t-1}}{N_{t-1}^2} = \sum_{t=1}^T \frac{x_t}{N_{t-1}} \quad (2)$$

を得る。この式を解いて N_0 を求めれば、それが N_0 の最尤解である。しかし、そのまま解くことは困難なので、DeLury²⁾ のように逐次近似法を利用する。(2)式を多少かきかえると

$$N_0 = \sum n_t A_{t-1} \left(\frac{N_0}{N_{t-1}} \right)^2 / \sum x_t \left(\frac{N_0}{N_{t-1}} \right)$$

$W_t = N_0 / N_{t-1}$ とおくと

$$N_0 = \sum n_t A_{t-1} W_t^2 / \sum x_t W_t \quad (3)$$

* この場合、 m_t 中にはすでに標識をもっているものが含まれていることもある。これを無視すると、その分だけすでに標識した数を実際より大きく見積らせる結果となる。しかし、普通に行われる状況のもとでは、これを 0 とおいても大きな間違はない。(III 参照のこと)。

となるが、ここで W_t は仮定により 1 に近い値であるから、第 1 近似として $W_t^{(1)}=1$ とおくと

$$N_0^{(1)} = \Sigma n_t A_{t-1} / \Sigma x_t \quad (4)$$

となる。 $N_0^{(1)}$ は N_0 に近い値になっているであろう。この $N_0^{(1)}$ を W_t に代入すると $W_t^{(2)}$ が得られ、さらに $N_0^{(2)}$ が得られる。このように

$$N_0^{(i+1)} = \Sigma n_t A_{t-1} (W_t^{(i+1)})^2 / \Sigma x_t W_t^{(i+1)} \quad (5)$$

$$W_t^{(i+1)} = N_0^{(i)} / N_{t-1}^{(i)} \quad (6)$$

として $N_0^{(i)} = N_0^{(i+1)}$ となるまで計算を続けければ、その時の $N_0^{(i)}$ は (2) 式の解であり、 N_0 の最尤推定値である。

もし、 A_{t-1} が N_{t-1} に比較してかなり大きい時は、Poisson 分布よりも二項分布の方がより適当であろう。その時の (3) 式に対応する式は

$$N_0 = \Sigma (n_t - x_t) A_{t-1} \frac{N_0^2}{N_{t-1} (N_{t-1} - A_{t-1})} / \Sigma x_t \frac{N_0}{N_{t-1}} \quad (7)$$

となり、第 1 近似は

$$N_0^{(1)} = \Sigma (n_t - x_t) A_{t-1} / \Sigma x_t \quad (8)$$

である。

N_0 の最尤解の精度を計算することは困難であるが、近似値を求めることはできる。しかしその際、 N_0 のかわりに漁獲率 $F = \Sigma n_t / N_0$ として考えた方が簡単である。

(3) 式で両辺の逆数をとると

$$\frac{1}{N_0} = \frac{\Sigma x_t W_t}{\Sigma n_t A_{t-1} W_t^2}$$

となる。ここで W_t は勿論確率変数であるが、 F が 1 より非常に小さい時には、 N_0 の誤差によつておこる W_t の誤差は、 x_t の変動にくらべて充分小さいので、 W_t を確定数と考えても大きなあやまりはないであろう。このようにすると、推定値の期待値や分散は容易に求められ、期待値については

$$E \frac{\Sigma x_t W_t}{\Sigma n_t A_{t-1} W_t^2} = \frac{\Sigma n_t A_{t-1} W_t^2 / N_0}{\Sigma n_t A_{t-1} W_t^2} = \frac{1}{N_0} \quad (9)$$

となるので、不偏推定値であることがわかり、又分散は

$$V \frac{\Sigma x_t W_t}{\Sigma n_t A_{t-1} W_t^2} = \frac{\Sigma n_t A_{t-1} W_t^3 / N_0}{(\Sigma n_t A_{t-1} W_t^2)^2} \quad (10)$$

変動係数で示せば

$$\epsilon^2 = \frac{V(1/N_0)}{(E1/N_0)^2} = \frac{\Sigma n_t A_{t-1} W_t^3}{\Sigma x_t W_t \cdot \Sigma n_t A_{t-1} W_t^2} \quad (11)$$

となる。 W_t が 1 に近い時には

$$\epsilon^2 \approx 1 / \Sigma x_t \quad (12)$$

となる。したがって、だいたいの見当としては、再捕総数の逆数の平方根としてあらわすことができる。たとえば、再捕総数が 10 尾程度であれば、 ϵ は 1/3 見当であるが、もし 100 尾も再捕された時には 10 % の変動係数で推定できることになる。

ϵ の値が得られたならば、 $F(1 \pm 2\epsilon)$ として、だいたいの F の 95 % の信頼限界が得られる。

Poisson 分布の仮定からでて来た (4), (5), (6) 式は、 N_{t-1} に対して A_{t-1} がかなり大きな時にもそのまま用いてさしつかえない。この場合には、実際の分散は (10) 式で得られる値より小さくなっている。又計算を行うにも、(5), (6) 式の方が (7) 式よりも簡単であり、さらに、第 1 近似でのかたよりは、(8) 式より (4) 式の方が小さい。(Ⅲ参照のこと)

Ⅲ. モデル実験

Table 1 は二項分布を仮定して乱数表をつかつて行なつたモデル的実験の結果である。

この表中、 y_t とは、標識のために抽出した m_t 尾の中ですでに標識をつけていたものの数で、実際には観測されずに二重標識となるものである。したがって、正しい A_t はわからず、 A_t' のみが既知の数値となる。

Table 1. Data drawn from a constructed binomial population. A_t is real number of marked individuals and can not be observed unless y_t always is zero. However, in the study dealing with data from actual experiments approximate value A_t' has to be substituted for it neglecting y_t . For the explanations of other notations see synopsis

t	n_t	x_t	m_t	y_t	N_t	A_t	A_t'
0					10000	100	100
1	100	1	50	2	9900	147	149
2	100	2	50	2	9800	193	197
3	100	3	50	3	9700	237	244
4	100	2	50	1	9600	284	292
5	100	2	50	0	9500	332	340
6	100	4	50	1	9400	377	386
7	100	6	50	4	9300	417	430
8	100	6	50	2	9200	459	474
9	100	4	50	0	9100	505	520
10	100	3	50	5	9000	547	567

Table 2. Successive approximations and the results from the data of Table 1. Four estimates consist with each other. However, the effect of neglecting y_t is larger than that of the difference of population model

N_0	As a binomial population		As a Poisson population	
	Using A_t	Using A_t'	Using A_t	Using A_t'
$N_0^{(1)}$	8898	9134	9245	9491
$N_0^{(2)}$	10005	10258	9906	10152
$N_0^{(3)}$	9865	10114	9858	10106
$N_0^{(4)}$	9881	10130	9861	10109
$N_0^{(5)}$	9879	10128	—	—
C. V. of estimated $1/N_0$			0.1745	0.1745
Approximation of C. V., $1/\sqrt{\sum x_t}$			0.1741	0.1741
95 % confidence interval			15147~7310	15528~7494

Table 1 の数値を用いて、いろいろな場合について計算した結果を Table 2 に示す。ここに用いた程度の条件のもとでは、計算法の差による推定値の差は問題とならない。

IV. 北洋のナガスクジラの資源について^{3,4,5)}

北洋のクジラ漁場は、千島、カムチャッカ南東沖の東径漁場、及び西径のアリューシャン列島をはさんだ北側と南側の三つに大別される。漁期は5月から9月頃までの夏を中心とした時期である。これ等の漁場におけるナガスクジラの洄游状況については、まだ充分にあきらかにされていないが、生物学的調査や標識試験の結果からみると、各漁場個有のポピュレーションがあり、比較的長い間漁場内にとどまっているようである。

西径漁場におけるナガスクジラの標識は1954年からはじめられた。標識方法は、捕鯨船とは別の標識専門の船が、漁場附近でクジラをみつけ次第標識モリを打込むという操作をとっている。

以上の点よりして、次の事を仮定する。

- 1) 漁期中漁場への出入はなく、又自然死亡も無視し得る。
- 2) 漁獲率、標識率は小さい。二重標識の問題は無視し得る。
- 3) 捕獲は random に行われている。
- 4) 2), 3) の結果より Poisson 分布のモデルがよく適合する。
- 5) 標識発見率は、実際には1よりかなり小さいが、簡単のため1とみなす。

これ等の仮定のもとで、漁獲率、資源量を推定することができる。

以下において、北洋漁場中最も再捕数の多かったアリューシャン北側の漁場について結果を示す。ここに用いたデータはすべて水産庁の川上技官より提供されたものである。

Table 3 は 1954 年におけるデータである。計算結果を Table 4 に示す。(1)式及び(2)式によつて計算した変動係数の値は一致している。

Table 3. Data from marking experiment for the fin whale, *Balaenoptera physalus* (L.) in the north of the Aleutian Islands in 1954

Period	n_t	x_t	m_{t-1}	A_{t-1}'
June { 1~10 11~20 21~30			1	1
July { 1~10 11~20 21~31	35 31	1	32 13	33 45 45
August { 1~10 11~20 21~31	95 157		77 51 4	122 173 177
September { 1~10 11~20 21~30	96 170	2 3	2 29	178 205 202
Total	584	7	209	

Table 4. Estimates for the fin whale population in the region in 1954

Item	Estimates
Size of population, N_0	13657
Rate of exploitation, F	0.0428
C.V. of F , ε	0.378
$1/\sqrt{\Sigma x_t}$	0.378
95 % confidence interval	
N_0	7784~55830
F	0.0751~0.0105

次に、1955 年について考える。データを Table 5 に示す。この年には、前年放流のもの 7 頭、同年放流のもの 2 頭を再捕している。前年同漁場で放流したもので、他漁場で捕獲されたものはない。ここでさらに次のことを仮定する。

6) 前年放流して再捕されなかつたもの全部が同じ漁場に洄游して来て、その間に死亡、逸散はない。

すると、 A の値は Table 5 に示す通りになつて、前年同様な計算ができる。結果を Table 6 に示す。推定資源量は 1954 年の約 2 倍となつてゐるが、推定値の誤差が大きいので、その差は有意でない*。しかし、仮定 6) をうたがう一つの根拠とはなるであろう。

ここでさらにナガスクジラの資源についての考察を続けよう。Table 7 は西径の北側漁場におけるナガスクジラの捕獲数、努力数、及び努力当捕獲量である。両年とも CPUE は 2 頭半程度であつて、1955 年に前年よりふえたという様子は全くない。もし、標識放流から推定した両年の数値が標本誤差を含まないものとす

* 厳密な検定はむづかしいが、次のような試算から見当をつけることができる。

$$S = \{(27572 \times 0.333)^2 + (13657 \times 0.378)^2\}^{\frac{1}{2}} = 10500$$

$$t = \frac{27572 - 13657}{10500} = \frac{13915}{10505} = 1.33$$

この t の値は 2 にくらべてかなり低い。したがつて、二つの推定値の差を有意とみることはできない。

Table 5. Data from marking experiment for the fin whale in the north of the Aleutian Islands in 1955. All of marked individuals survived at the end of the previous season are assumed to return to the region in the season under study

Period	n_t	x_t	m_{t-1}	A_{t-1}'
June 21~30	2			202
July {	1~10	1		202
	11~20	2	2	203
	21~31	1	3	204
August {	1~10	2	1	204
	11~20		3	205
	21~31			205
September {	1~10	2*	4	209
	11~20	1	20	227
	21~30			226
Total	1177	9	33	

* Recapture from tagged in 1955.

Table 6. Estimates for the fin whale population in the region in 1955. Estimated number of individuals is about twice as many as that in 1954. The difference between two estimates, though not significant, seems to disprove the assumption that all marked members would return to the region

Item	Estimates
Size of population, N_0	27572
Rate of exploitation, F	0.0427
C. V. of F , ϵ	0.333
$1/\sqrt{2x_t}$	0.333
95 % confidence interval	
N_0	16543~82550
F	0.0711~0.0143

Table 7. Catch-effort data of whaling in the north of the Aleutian Islands. Following the DeLury's method, it is estimated that N_0 is about 5,000 and the ratio of catch per unit effort against the population, k , about 0.0005

Period	1954			1955		
	Catch	Effort (catcher × day)	C. P. U. E.	Catch	Effort (catcher × day)	C. P. U. E.
June {		10	0			
	1~10					
	11~20					
July {	21~30			2	4.5	0.4
	1~10	35	3.5	240	72	3.3
	11~20	31	3.1	215	90	2.4
August {	21~31			260	99	2.6
	1~10	95	3.8	59	18	3.3
	11~20	5	0			
September {	21~31	157	3.5	99	54	1.8
	1~10	96	1.9	127	72	1.8
	11~20	170	2.8	175	54	3.2
Total	584	215	2.7	1177	463.5	2.5

れば、推定値が2倍になっていることから、逆に、前年に再捕されなかつた標識クジラの約半分しか次の年には漁場に洄遊しなかつたことになる*。もちろん、これは一つの推定にすぎないのであつて、強く主張すべきものではない。

Table 7 から CPUE と努力数をつかつて、DeLury^{1),2)} にならつて資源量、漁獲率を計算すると、両年をこみにして CPUE と累積努力とでは、1 隻 1 日当の漁獲率は $k=0.000507$ 、又資源量は $N_0=6100$ 、CPUE と累積漁獲量の式からでは、 $k=0.000588$ 、 $N_0=4813$ その 95 %信頼限界は 1771~+ ∞ (負の部分のをぞく) となつて、極めて広いものとなつてゐる。両方の場合とも、回帰は 5 %水準で有意でない。(Appendix 参照のこと)

標識放流のデータから資源量を推定するには、標識発見率を補正しなければならないが、これを約 8 割とみると、1954 年では 6000~45000 頭、1955 年では 13000~66000 頭となる。努力量を用いた計算とも合せ考へて、5 千頭から 5 万頭と考えると、大きなあやまりはないであろう。(Appendix 参照のこと)

Y. 総 括

1) 漁業によつて資源が次第に減少する場合について、標識発見数から漁期初めの資源量を推定する最尤解を求めた。モデルとしては、Poisson 分布及び二項分布を用いた。

2) 模型的実験によつて数値例を示した。普通の条件のもとでは、モデルとしての分布の差、及び二重標識の影響は無視できる。

3) 北洋のナガスクジラの標識試験結果を用いて計算した。1954 年に標識したものがすべて翌年も同一漁場にもどつてくるものと仮定すると、1955 年の資源量は前年の約 2 倍となる。標識試験の結果の外に、漁獲量、努力量の資料も解析した。これ等の結果を総合して、資源量は 5 千から 5 万頭の間であろうと考えられた。

文 献

- 1) DeLury, D.B. : "On the estimation of biological populations", *Biometrics*, **3**, 145~167, (1947).
- 2) ———— : "On the planning of experiments for the estimation of fish populations", *J. Fish. Res. Board Canada*, **8**, 281-307 (1951).
- 3) 伊東英世・渡瀬節雄・秋岡正時 : 1954 年度に於ける三陸、北海道沖及び北洋に於ける鯨族標識調査報告、捕鯨船舶整備改善委員会, pp. 47~109, (1955).
- 4) 川上武彦 : *Ibid.*, pp. 111~130.
- 5) 日本捕鯨協会 : 北洋産鯨族資源の生物学的調査報告, (1956).
- 6) Schnabel, Z.E. : "Estimation of the total fish population of a lake", *Amer. Math. Monthly*, **45**, 348~352, (1938).
- 7) 吉原友吉 : "生物資源量の推定法", 日生態誌, **4**, 177~182, 及び **5**, 37~41, (1955).

Appendix

DeLury²⁾ は自然死亡及び漁場への出入がない時に、漁獲量と努力量の統計から資源量を推定する方法を発表している。その方法の概略は次のとおりである。

$C(t)$: CPUE

$E(t)$: t 期間の初めまでの累積努力量

$K(t)$: " " 漁獲量

k : 単位努力当りの漁獲率

N_0 : 漁期初めの資源量

* 標識の脱落ということもあるらしい。

以上のようにすると

$$\log C(t) = \log kN_0 - 0.4343 kE(t) \quad (1)$$

及び

$$C(t) = kN_0 - kK(t) \quad (2)$$

という関係がなり立つ。これ等の式は $E(t)$ と $\log C(t)$, 及び $K(t)$ と $C(t)$ の間に直線関係のあることを示しているので, 最小自乗法によつて直線をあてはめると, k 及び N_0 が推定される。

実際のデータに直線をあてはめるのに, 1954, 1955 両年をこみにして一本の直線をあてはめた。ただし, $E(t)$ 及び $K(t)$ は別々にもとめた。このようなことは, 両年で N_0 , k が変らない時は, 全く正しいことである。

各点にはその期間の努力数に比例した重みをつけた。又(1)式を用いる時は, 対数をとるために, さらに $(2.303 C(t))^2$ をかけて重みを補正した。そのために, 点の数が(2)の場合では 16 であるが, (1)の場合には $C(t)$ が 0 となつて重みが 0 となる点が 2 つあつたので, 14 点となつた。

このようにして直線をあてはめてみたが, どちらの場合も回帰は全く有意とはならなかつた。推定値としては, (1)からは $k=0.000507$, $N_0=6100$, 又(2)からは $k=0.000588$, $N_0=4813$, 95 %の信頼限界は 1771 $\sim (+\infty, -\infty) \sim -3186$ と出た。ここで上限が負となつたのは, 回帰が有意でないために $+\infty$ を通りこして負となつたものである。もし負の値をゆるさないとすれば, 下限は 1771 よりさらに小さくなる。

DeLury は標識試験と CPUE の解析とを組合せることを提案している。いろいろな誤差について考えてみると, 標識試験では漁場への出入, 自然死亡はすべて結果を大きめにかたよらせるようにはたらく。一方 CPUE の解析では, はいつてくるものがある時は結果を大きめにかたよらせるが, 出ていくものがある時, 自然死亡のある時は, とともに小さめにかたよらせる。その意味からいうと, CPUE の解析結果が標識試験の結果より小さく出たことはうなずけることである。正しい値はこれ等の中間にあると想像される。