Recruitment のあるときの PETERSEN 型 資源量推定法について

能 勢 幸 雄

(1961 年 7 月 13 日受理)

ON THE PETERSEN-TYPE ESTIMATE OF FISH POPULATION UNDER THE EXISTENCE OF RECRUITMENT

Yukio Nose*

The extent of overestimation in the PETERSEN-type estimate of fish population size, caused by the recruitment occurring throughout the experiment, was analysed. Here, the type of recruitment was considered for two cases, i. e., a constant rate of recruitment which means that the ratio of recruitment to the size of fish population at each time is constant, (Table 1 and Fig. 1), and a constant size of recruitment which means that the size of recruitment in each period is constant, but the ratio of recruitment to the population size at each time is generally not constant (Table 2 and Fig. 2).

By using the tagged ratio method, it was easy to remove the bias in the PETERSEN-type estimate, caused by the constant rate of recruitment (Eqns. 16 and 17). But, the bias in the case of the constant size of recruitment was a little difficult to remove, except the case in which the relationship between time and the reciprocal of sample tagged ratio is approximately linear (Eqns. 22, 23 and 24).

The validity of these methods were ascertained by the bead-drawing experiment (Table 3, Fig. 3 and Fig. 4).

Moreover, the bias of the estimate by PETERSEN method when the tag diminution and the recruitment exist simultaneously will obviously be larger than the bias which occurs when they exist independently (Eqns. 28, 29 and 30).

It was possible to remove the bias of estimate, caused by the constant rate of recruitment and tag diminution occurring simultaneously, by the tagged ratio method (Eqns. 31 and 32). However, it was very difficult to remove the bias caused by the simultaneous occurrence of the constant size of recruitment and the tag diminution (Eqn. 34).

標識魚の再捕尾数を用いて放流時の資源尾数を推定するとき、放流後に加入 (Recruitment) があると、ふつうの PETERSEN 式による計算結果は過大推定となる。

このかたよりを除く方法として、1) 標識魚の年令や成長を考慮して、放流後の漁獲物中から放流時に一定の大きさ以下であつたものの数を除いて計算する純生物学的な方法^{1),2)}、2) 加入と死亡があつても資源尾数が平衡状態にあると仮定できる場合に、標本標識率の平方根を逆正弦変換した値の系列を用いて放流時の母標識率を推定する方法³⁾、3) 移入 (Immigration) と逸散 (Emmigration) が現存尾数に比例すると仮定して、DELURY の Catch-Effort 法^{4),5)} を非標識魚、標識魚の漁獲尾数の双方に適用して、かたよりのない推定値を得る方法などがある。

本報では、標識放流後に継続して加入がある場合、それが各期の現存尾数に比例して起こるときと、ある一定の水準で起こる場合とに分けて、ふつうの PETERSEN 式を用いた場合の過大推定の程度を見つもと

* 東大農学部水産学部 (Fish. Inst., Fac. of Agr., Univ. of Tokyo, Bunkyo-ku, Tokyo).

ともに、標本標識率の逆数の系列を用いて、このかたよりを除く方法をみちびき、さらにビーズを用いたモデル実験で、この方法の実用性を検討した結果について述べる。

なお、本研究の費用の一部は文部省科学研究費によつた。

加入のあるときの推定値のかたよりの大きさ

(1) 加入が現存尾数に比例する場合

推定の対象とする漁獲資源の初期尾数を N_0 , うち X_0 尾を標識魚とする。漁獲係数を F , 自然死亡係数を M , 加入係数を R とすると、標識放流後第 r 期までの総漁獲尾数 C_r は,

$$C_r = \frac{FN_0}{F+M-R} \left\{ 1 - e^{-(F+M-R)r} \right\} \quad (1)$$

($F+M-R \neq 0$ のとき)

であらわせる。ただし、データを集計する等しい小期間（日、週、旬など）の単位を 1 とし、 F, M, R などはいずれもこの単位にもとづいてはかつたものとする。

$F+M-R=0$ のときの C_r は,

$$C_r = rFN_0 \quad (2)$$

である。また、第 r 期までの標識魚の総再捕尾数 C_{Xr} は,

$$C_{Xr} = \frac{FX_0}{F+M} \left\{ 1 - e^{-(F+M)r} \right\} \quad (3)$$

である。したがつて、 C_r, C_{Xr} および標識放流尾数 X_0 を用いて、ふつうの PETERSEN 式で放流時の資源尾数を推定すると,

$$\hat{N}_{(r)} = N_0 \left\{ \frac{(F+M)(1 - e^{-(F+M-R)r})}{(F+M-R)(1 - e^{-(F+M)r})} \right\} \quad (4)$$

($F+M-R \neq 0$ のとき)

および

$$\hat{N}_{(r)} = \frac{rN_0(F+M)}{1 - e^{-(F+M)r}} \quad (5)$$

($F+M-R=0$ のとき)

を得る。

(4) 式であらわされる $\hat{N}_{(r)}$ は、 $R=0$ のときの以外は常に N_0 より大きく、 r が増加するにつれて過大推定の程度も増大する。

いま、推定値のかたより率を $\gamma_{(r)}$ であらわすと、($\gamma_{(r)} = \hat{N}_{(r)}/N_0$), (4) 式からは,

$$\gamma_{(r)} = \frac{(F+M)(1 - e^{-(F+M-R)r})}{(F+M-R)(1 - e^{-(F+M)r})} \quad (6)$$

を得る。 $R=0$ のときは、 $\gamma_{(r)}=1$ となり、期待値としては当然かたよりを生じない。また、(5) 式からは,

$$\gamma_{(r)} = \frac{r(F+M)}{1 - e^{-(F+M)r}} \quad (7)$$

あるいは,

$$\gamma_{(r)} = \frac{rR}{1 - e^{-Rr}} \quad (8)$$

を得る。

Table 1. $\gamma_{(r)}$, value of $\hat{N}_r/N_0$, the extent of overestimation in the PETERSEN-type estimate, caused by the constant rate of recruitment which means that the ratio of recruitment to the size of fish population at each time is constant.

$Z = 0.01$							$Z = 0.05$				
$R \backslash r$	0.001	0.005	0.01	0.02	0.05	0.10	$R \backslash r$	0.01	0.02	0.05	0.10
1	1.00	1.00	1.00	1.01	1.02	1.05	1	1.00	1.01	1.02	1.05
2	1.00	1.00	1.01	1.02	1.05	1.11	2	1.01	1.02	1.05	1.10
3	1.00	1.00	1.01	1.03	1.08	1.16	3	1.01	1.03	1.08	1.16
4	1.00	1.00	1.02	1.04	1.11	1.23	4	1.02	1.04	1.10	1.22
5	1.00	1.00	1.04	1.05	1.13	1.29	5	1.02	1.05	1.13	1.29
10	1.00	1.03	1.05	1.10	1.29	1.70	10	1.05	1.09	1.27	1.65
20	1.01	1.05	1.10	1.22	1.68	5.78	20	1.09	1.17	1.58	2.72
50	1.02	1.12	1.27	1.65	4.06	25.1	50	1.18	1.37	2.72	12.2

$Z = 0.02$							$Z = 0.10$				
$R \backslash r$	0.001	0.005	0.01	0.02	0.05	0.10	$R \backslash r$	0.01	0.02	0.05	0.10
1	1.00	1.00	1.01	1.01	1.03	1.05	1	1.00	1.01	1.03	1.05
2	1.00	1.01	1.01	1.02	1.05	1.11	2	1.01	1.02	1.05	1.10
3	1.00	1.01	1.02	1.03	1.08	1.16	3	1.01	1.03	1.07	1.16
4	1.00	1.01	1.02	1.04	1.11	1.23	4	1.02	1.04	1.10	1.21
5	1.00	1.01	1.03	1.05	1.13	1.29	5	1.02	1.08	1.12	1.27
10	1.00	1.02	1.05	1.10	1.29	1.69	10	1.04	1.09	1.24	1.58
20	1.01	1.05	1.10	1.21	1.66	3.00	20	1.07	1.14	1.46	2.31
50	1.02	1.11	1.34	1.58	3.67	21.2	50	1.11	1.24	1.84	5.03

Z : Total mortality coefficient. R : Coefficient of recruitment.

r : The time after liberation, when the estimation is done.

Table 1 は, (6), (7) 式にもとづいて, 全減少係数 $Z=F+M$ が 0.01, 0.02, 0.05, 0.10 のときに, R を 0.001, 0.005, 0.01, 0.02, 0.05, 0.10 と変えて $\gamma_{(r)}$ を計した結果である。

また, Fig. 1 はそれを図示したものである。

これらの図表から明らかなように, 推定値 $\hat{N}_{(r)}$ のかたより率 $\gamma_{(r)}$ は, Z と R の相対的な大きさおよび r できまる。すなわち, R が大きいほど r も大きい, 同じ大きさの R に対しては, Z が大きいほど相対的に r は小さくなる。また, $Z > R$ のときは, $\gamma_{(r)}$ は Z と R できまるかたより率の最大値 $Z/(Z-R)$ に近づく傾向を示す。しかし, $R \geq Z$ となると, 上に凹の曲線となり, かたよりは加速度的に大きくなることがわかる。 $R=Z$ というのは, 資源が平衡状態にある場合であり, $R > Z$ は資源が増大している状態である。この型の標識放流は大部分の加入が終つてから行なわれるのがふつうであるから, 実際にこのような大きなかたよりを生じることはいないだろう。

(2) 加入がある一定の水準で継続して起こるとき

(1) の終りでも述べたように, 標識放流はふつう加入の影響を除くため, 大部分の加入が終つてから行なわれるから, 放流後の加入はあるとしても時間の経過とともに減少して行くと考えられる。すなわち, 各期の加入尾数を $R'(t)$ とすると, たとえば $R'(t) = R' - bt$, (b は const.) ような形であらわし得ると思われるが, ここでは $b=0$, すなわち, 加入が每期 R' という大きさに継続して起こる場合について考えてみよう。

Fig. 1. γ , the relative size of overestimation in the PETERSEN-type estimate, caused by the constant rate of recruitment (same data as in Table 1).

(a) $Z: 0.01$; (b) $Z: 0.02$; (c) $Z: 0.05$; (d) $Z: 0.10$

((a) でとりあげた $Z > R$ の場合が, 時間の経過とともに加入の大きさが減る場合とも見れる。)

この場合の放流後第 r 期までの総漁獲尾数 C_r は,

$$C_r = \frac{F}{F+M} \left\{ rR' + (1 - e^{-(F+M)r}) \left(N_0 - \frac{R'}{F+M} \right) \right\} \quad (9)$$

となる。また, 同じ期間の標識魚の再捕尾数 C_{Xr} は,

$$C_{Xr} = \frac{F X_0}{F+M} \left\{ 1 - e^{-(F+M)r} \right\} \quad (10)$$

である。したがって, 第 r 期までの総漁獲尾数 C_r , 再捕尾数 C_{Xr} および標識放流尾数 X_0 を用いて, ぶつうの PETERSEN 式で, 放流時の資源尾数を推定すると,

$$\hat{N}_{(r)} = N_0 + R' \left(\frac{r}{1 - e^{-(F+M)r}} - \frac{1}{F+M} \right) \quad (11)$$

を得る。(11) 式の右辺第 2 項は、 $R' > 0$ のとき常に正であるから、 $\hat{N}_{(r)}$ は常に N_0 より大きく、また、 $\hat{N}_{(r)}$ は r の増加とともに増大する。 $R' = 0$ のときは、 $\hat{N}_{(r)} = N_0$ であり、かたよりは生じない。

いま、推定値のかたより率を $\gamma_{(r)}$ であらわすと ($\gamma_{(r)} = \hat{N}_{(r)} / N_0$),

$$\gamma_{(r)} = 1 + \alpha \left(\frac{r}{1 - e^{-(F+M)r}} - \frac{1}{F+M} \right) \quad (12)$$

を得る。ただし、 $\alpha = R' / N_0$ である。

(12) 式にもとづいて、全減少係数 $Z = F + M$ が 0.01, 0.02, 0.05, 0.10 のとき、 α を 0.001, 0.005, 0.01, 0.05, 0.10, 0.20 と変えて $\gamma_{(r)}$ を計算した結果が Table 2 である。

Table 2. $\gamma_{(r)}$, value of $\hat{N}_{(r)} / N_0$, the extent of overestimation in the PETERSEN-type estimate, caused by the constant size of recruitment which means that the size of recruitment in each period is constant.

$Z = 0.01$							$Z = 0.05$						
$\alpha \backslash r$	0.001	0.005	0.01	0.05	0.10	0.20	$\alpha \backslash r$	0.001	0.005	0.01	0.05	0.10	0.20
1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1	1.00	1.00	1.00	1.02	1.05	1.10
2	1.00	1.01	1.01	1.05	1.10	1.20	2	1.00	1.00	1.01	1.05	1.10	1.20
3	1.00	1.01	1.01	1.07	1.14	1.27	3	1.00	1.01	1.02	1.08	1.15	1.31
4	1.00	1.01	1.02	1.10	1.20	1.41	4	1.00	1.01	1.02	1.10	1.21	1.41
5	1.00	1.01	1.02	1.12	1.25	1.49	5	1.00	1.01	1.03	1.13	1.26	1.52
10	1.01	1.03	1.05	1.25	1.50	2.01	10	1.01	1.03	1.05	1.27	1.54	2.08
20	1.01	1.05	1.10	1.52	2.03	3.06	20	1.01	1.06	1.12	1.58	2.16	3.13
50	1.03	1.14	1.27	2.35	3.71	6.41	50	1.03	1.17	1.34	2.72	4.45	7.89

$Z = 0.02$							$Z = 0.10$						
$\alpha \backslash r$	0.001	0.005	0.01	0.05	0.10	0.20	$\alpha \backslash r$	0.001	0.005	0.01	0.05	0.10	0.20
1	1.00	1.00	1.00	1.03	1.05	1.10	1	1.00	1.00	1.00	1.03	1.05	1.10
2	1.00	1.01	1.01	1.05	1.10	1.20	2	1.00	1.01	1.01	1.05	1.10	1.21
3	1.00	1.01	1.02	1.08	1.15	1.31	3	1.00	1.01	1.02	1.08	1.16	1.31
4	1.00	1.01	1.02	1.10	1.20	1.40	4	1.00	1.01	1.02	1.11	1.21	1.42
5	1.00	1.01	1.02	1.13	1.25	1.50	5	1.01	1.01	1.03	1.14	1.27	1.54
10	1.01	1.03	1.05	1.26	1.52	2.03	10	1.01	1.03	1.06	1.29	1.58	2.16
20	1.01	1.05	1.11	1.53	2.07	3.13	20	1.04	1.07	1.13	1.66	2.31	3.63
50	1.03	1.15	1.29	2.46	3.91	6.82	50	1.09	1.20	1.40	3.02	5.03	9.07

Z : The total mortality coefficient. α : R/N_0 , the ratio of recruitment to the initial size of fish population. r : The time after liberation, when the estimation is done.

また、その一部を図示したのが Fig. 2 である。

これらの図表から明らかなように、 $\gamma_{(r)}$ は Z と α (いいかえれば R') および r できまるが、標識減耗のあるとき⁷⁾ および (1) で示した現存尾数に比例した加入のある場合とはちがつて、この場合には Z が大きいときほど同じ大きさの α , したがって同じ大きさの R' に対して相対的にかたよりが大きくなることからわかる。

Fig. 2. The relative size of overestimation in the PETERSEN-type estimate, caused by the constant size of recruitment (same data as in Table 2).
 (a) $Z: 0.01$; (b) $Z: 0.02$; (c) $Z: 0.05$; (d) $Z: 0.10$

また、 $R' = (F+M)N_0$ のときは、(1) の $R = (F+M)$ の場合とまったく同じ大きさのかたよりとなることも明らかである。

標識率法による資源尾数の推定

前記のように、加入のあるときの PETERSEN 型の推定は過大となるが、この加入にもとづく推定値のかたよりを標本標識率の系列を用いて除くことを考えてみよう。

(i) 加入が現存資源尾数に比例するとき

前節と同じ記号を用いると、第 r 期における総漁獲尾数 C_r' は、

$$C'_r = \frac{FN_0}{F+M-R} e^{-(F+M-R)(r-1)} \left\{ 1 - e^{-(F+M-R)} \right\} \quad (13)$$

($F+M-R \neq 0$ のとき)

および,

$$C'_r = FN_0 \quad (F+M-R = 0 \text{ のとき}) \quad (14)$$

となる。同じ期間の標識魚の再捕尾数 C'_{xr} は,

$$C'_{xr} = \frac{FX_0}{F+M} e^{-(F+M)(r-1)} \left\{ 1 - e^{-(F+M)} \right\} \quad (15)$$

である。

したがって、第 r 期における標本標識率 p_r の逆数を考えると、

$$\frac{1}{p_r} = \left(\frac{1}{P} \right) \frac{(F+M)(1 - e^{-(F+M-R)})}{(F+M-R)(1 - e^{-(F+M)})} e^{(r-1)R} \quad (16)$$

を得る*。ただし、 $F+M-R \neq 0$ のとき。 P は X_0/N_0 (放流時の母標識率) である。また、 $F+M-R=0$ のときは、

$$\frac{1}{p_r} = \left(\frac{1}{P} \right) \frac{(F+M)}{(1 - e^{-(F+M)})} e^{(r-1)R} \quad (17)$$

となる。

(16), (17) 式は、 $(r-1)$ に対して $1/p_r$ の対数変換した値が直線的に変化し、その回帰係数が加入係数 R を与え、また、この回帰直線の y 切片が初期標識率 P についての情報を与えることもわかる。

さて、(16), (17) 式は前報⁷⁾の (8) 式と同形であるから、 F, M, R のかなりの範囲まで次の近似が成立する。すなわち、上記の半対数直線の y 切片を a とすると、

$$\left(\frac{1}{P} \right) = e^a \left(\frac{1}{1 + R/2} \right) \quad (18)$$

として、 $1/P$ が近似的に求められる。 $1/P$ の推定ができれば、 X_0/P として放流時の資源尾数の推定ができる。

また、 $1/P$ の分散も、

$$V\left(\frac{1}{P}\right) = \left(\frac{2e^a}{2+R}\right)^2 \left\{ V(a) + \frac{V(R)}{(2+R)^2} - \frac{2}{2+R} V(a, R) \right\} \quad (19)$$

で近似的に計算できる。ただし、 $V(a)$, $V(R)$ はそれぞれ a , R の分散であり、 $V(a, R)$ は a と R の共分散である。

(19) 式を用いて、 $\hat{N}$ の精度が見積もれる。

なお、ここでは漁獲係数 F の時期による変化は考えなかつたが、 F が $F_1, F_2, \dots, F_r$ と変化しても (16)~(19) 式はほぼ同様に成立する。したがって、標識法として fin-clipping を用いた場合などに、標識減耗がまったくないと考えられるとき、 $1/p_r$ の値を半対数方眼紙にプロットして、それが直線に近いなら、ここに述べた手順で、加入の影響を除いた初期資源尾数および加入係数 R の推定ができる。

(ii) 加入が一定水準で継続して起こるとき

この場合の、第 r 期における総漁獲尾数 C'_r は、

$$C'_r = \frac{F}{F+M} \left\{ R' + \left(N_0 - \frac{R'}{F+M} \right) e^{-(r-1)(F+M)} (1 - e^{-(F+M)}) \right\} \quad (20)$$

である。したがって、第 r 期の標本標識率の逆数は、

* (16) 式を、

$$p_r = P \frac{(F+M-R)(1 - e^{-(F+M)})}{(F+M)(1 - e^{-(F+M-R)})} e^{-(r-1)R}$$

としてもいい。(17) 式についても同様である。

$$\frac{1}{p_r} = \frac{R' e^{(r-1)(F+M)}}{X_0(1 - e^{-(F+M)})} + \frac{1}{P} - \frac{R'}{X_0(F+M)} \quad (21)$$

から,

$$\frac{1}{p_r} = \frac{1}{P} + \frac{R'}{X_0(F+M)} \left\{ e^{(r-1)(F+M)} - 1 \right\} \quad (22)$$

と近似できる*。

(22) 式は、3つのパラメタ、 $1/P$ 、 $R'/X_0(F+M)$ および、 $(F+M)$ をもつ非線型の函数であつて、最小2乗法の計算を反覆して、これらの値をきめなくてはならない。これらの母数の近似値は選点法できめることができるが、不連続な分布である $1/p_r$ のパラツキはかなり大きいから、 r の小さいときは (22) 式のあてはめはかなり厄介であろう。

このような場合には、さらに思いきつた近似をして、2次式

$$\frac{1}{p_r} = \frac{1}{P} + \frac{R'}{X_0} (r-1) + \frac{R'(F+M)}{2X_0} (r-1)^2 \quad (23)$$

あるいは、直線式

$$\frac{1}{p_r} = \frac{1}{P} + \frac{R'}{X_0} (r-1) \quad (24)$$

を用いるのが实际的であるかも知れない。

次に、(i)、(ii) で得た推定式のおのおのを、ビーズを用いたモデル実験で検討してみよう。

(iii) モデル実験

初め、ボウル(漁場)に白玉(非標識魚) 4000、赤玉(標識魚) 1000、計 5000 の資源をつくり毎回よく攪拌してサンプリングを行なつた。漁獲死亡、自然死亡のいずれの場合も、白玉はそのままとへもどし、赤玉のみを青玉にとりかえた。つまり、加入の大きさが非標識魚の死亡数に等しい場合に当たる。この場合、非標識魚の数は全く変化しないから、加入数も 160 のまわりにランダムにばらつくことと、資源の減少(標識魚の減少のみ)はさして小さくなく、現存尾数に比例した加入のある場合と見なしても、さほど大きなちがいはないことから、(i)、(ii) いずれの計算も可能となる。すなわち、 F 、 M とも 0.02 としたので、(i) の推定式のための R はほぼ 0.032、(ii) の計算のための R' は上記のとおりほぼ 160 であつた。

漁獲死亡のデータを Table 3 に示す。

a) ふつうの PETERSEN 法による推定

$$\hat{N} = \frac{1249 \times 1000}{201} = 6213$$

Table 3. The data of bead-drawing experiment.

The parameters given in this experiment are as follows; N_0 , initial size of population: 5000; P , initial tagged ratio: 0.20; F , fishing mortality coefficient: 0.02; M , natural mortality coefficient: 0.02; R , recruitment coefficient: 0.032, viz. R , number of recruitment in each period: 160.

No.	Total catch (White + Red)	Untagged (White)	Recovery (Red)
1	100	79	21
2	100	82	18
3	100	81	19
4	96	77	19
5	98	83	15
6	93	80	13
7	96	79	17
8	94	82	12
9	95	77	18
10	99	86	13
11	94	80	14
12	95	82	13
13	89	80	9
Total	1249	1048	201

* 単位の期間を短かくして、 F 、 M などを小さくしているので、

$$1 - e^{-(F+M)} = (F+M) - \frac{(F+M)^2}{2!} + \frac{(F+M)^3}{3!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{(F+M)^n}{n!} + \dots$$

において、2次以上の項を無視したものである。

95% の信頼区間は 5498~7141 と明らかに過大推定である。

b) 現存尾数に比例した加入と見たとき ((16) 式)

$$\log_e \left(\frac{1}{p_r} \right) = 1.6004 + 0.04190(r-1) \quad (25)$$

(回帰は高度に有意)

から,

$$\frac{1}{P} = 4.813 \quad \therefore \hat{N} = 4813$$

95% の信頼区間は 4035~5591. また, $\hat{R} = 0.0419$, その 95% 信頼区間は 0.0205~0.0633 となり, まず妥当な結果と思われる (Fig. 3)。

c) 一定数の加入と見たとき

1. 直線近似 ((24) 式)

$$\frac{1}{p_r} = 4.742 + 0.2814(r-1) \quad (26)$$

(回帰は高度に有意)

$$\therefore \hat{N} = 4742$$

その 95% 信頼区間は 3694~5790. また, $R'/X_0 = 0.2814$ から $R' = 281$, 95% の信頼区間は 133~429 となり, (b) にくらべて, 精度はやや低いが, まず妥当な結果である (Fig. 4)。

2. 2次曲線による近似 ((23) 式)

$$\frac{1}{p_r} = 5.1848 + 0.08217(r-1) + 0.01645(r-1)^2 \quad (27)$$

から, $\hat{N} = 5185$, $R'/X_0 = 0.08217$ から $R' = 82$. また, $R'(F+M)/2X_0 = 0.01645$ から, $F+M = 0.40$ となり, $\hat{N}$ を除いて結果は不満足であつた (Fig. 4)。

3. (22) 式

$\hat{N} = 5230$, $\hat{R}' = 18$, $F+M = 0.16$ となり, 2と同様 $\hat{N}$ を除いて, 不満足な結果であつた。なお, 最小2乗法による反覆計算は行なわなかつた。

以上のように, この例では, 簡単なとり扱いをする (16), (24) のほうが好結果を与え, 曲線回帰として扱う (22), (23) 式の結果は $\hat{N}$ を別にして不満足であつた。これは, r の範囲がせまかつたこと, $1/p_r$ のバラツキがかなり大きかつたことが原因と思われる。しかし, Fig. 4 でわかるように, $1/p_r$ の $(r-1)$ に対する回帰は, ごくわずかではあるが曲線状を示しており, r がさらに増せば, (24) 式はその効果を失なつて, (22), (23) 式のあてはまりの良くなることが考えられる。

比較のため行なつた PARKER³⁾ の方法では, $\hat{N} = 4831$, 95% の信頼区間は 4202~5633 を得

Fig. 3. Relationship between $(r-1)$, the time and $\ln(1-p_r)$, the logarithmic transformed value of reciprocal of sample tagged ratios.

Fig. 4. Relationship between $(r-1)$, the time and $1/p_r$, the reciprocal of sample tagged ratio. Solid line represents equation (26) and broken line for equation (27).

る。また、KETCHEN⁶⁾の方法では、 $\hat{N}=5074$, $\hat{R}=0.0396$, $\hat{F}=0.0197$, $\hat{M}=0.0199$ となり、はじめに与えたこれらの母数ときわめて一致した結果を示した。

さらに、BEVERTON⁶⁾の方法では、 $\hat{N}=5051$, $\hat{F}=0.0198$, $\hat{M}=0.0272$ となつた。また、さらに JACKSON⁹⁾の Positive method では、 $\hat{N}=3968$ とかなりの過小推定であつた。もつとも、この方法は一定期間ごとにサンプリングを集中的に行なう Point census であつて、標本中の標識の有無を検査後、あつめた標本はすべてもとにもどすことをたてまえとしているので、漁業の場にこの方法を持込むことには無理があるだろう。

以上、いろいろな方法で、同一のデータを解析した結果を比較したが、PETERSEN 法では過大に、JACKSON の Positive method では過小推定になつた他は、加入による影響を除くことができ、ほぼ N_0 に近い $\hat{N}$ を得たことを記しておく。

考 察

上の結果から見て、標識放流後に継続して加入があるときに、ふつうの PETERSEN 式を用いることによつて起こる推定値のかたよりは、標本標識率の逆数の系列を用いる著者の方法ではほぼ除き得るものと思われた。ただし、加入が一定の水準で継続して起こる場合のとり扱いは多少面倒である。

また、興味深いことは、現存量に比例した加入のあるときの (16) 式は、前報の標識減耗のあるときの (8) 式とまったく同形になることである。もつとも、これは用いた仮定からいつて、あるいは当然のことかも知れない。加入のある場合は、時間的に一定の率で非標識尾数が標識魚尾数にくらべて増えるという形で標識率がうすまり、標識減耗のあるときは、標識魚の消失が非標識魚のそれより速やかなために、同様に標識率を低くするからである。

したがつて、データから得られる標識率の系列が、時間に対して半対数直線で近似できる場合は、加入によるものか、標識減耗によるかがわからないこともあるから、対象魚種についての生態学的知識および、用いた標識の特性についての吟味が当然になる。この例の 1 つが東京湾のマハゼの標識放流調査のデータを解析した著者の前報¹⁰⁾に示されている。しかし、いずれの場合であつても、初期資源尾数の推定値からはかたよりが除けることを強調しておく。

比較のために行なつた PARKER, KETCHEN の方法もほぼ似かよつた結果を与えた。PARKER の方法は、標本標識率の平方根を逆正弦変換した値の系列を時間に対して直線回帰させ、その y 切片から放流時の母標識率を推定する方法で、加入と死亡がつりあつて資源が平衡状態にあることを仮定している。

この方法は、著者の方法とかなりよく似た補正法であるが、その理論的背景についてはまったく記されていないのが残念である。あるいは、標本標識率を時間に対してプロットした結果が、ほぼ直線的な減少を示したことから、回帰の計算における等分散仮定をみたすために逆正弦変換を行なつた、半ば経験的な方法であるのかも知れない。

しかし、これは PARKER の扱つた bluegill の加入が小さかつたので、直線近似が可能であつたが、加入がさらに大きい（したがつて、PARKER の仮定で漁獲死亡あるいは自然死亡がもつと大きい）ときには、この直線近似に無理の生じることが予想される。

KETCHEN の方法は、移入および逸散が現存尾数に比例して起こるという仮定のもとに、漁獲努力量、漁獲尾数、標識魚の再捕尾数などの時間的な系列をすべて用いるもので、用いる資料の種類が多いだけに、得られる情報も初期資源尾数、漁獲能率、移入係数、逸散係数と豊富であり、上記のモデル実験でもきわめて好結果であつた。

以上は、なんらかの形で一般の漁獲尾数の資料をも用いて再捕データを解析し、加入の存在に影響されない初期資源尾数その他の資源の特性値を推定する方法である。著者の標識率法をも含めて、これらの方法について共通的にいえることは、加入の起こり方についてなんらかの仮定を設ける必要があるという点である。

したがつて、この点に関しては、加入がどのような形で起こつても、少なくとも漁獲率推定の段階ではそ

れに影響されることのない BEVERTON 法の有利さがあるといえる。

なお、加入と標識減耗が同時にあるときの PETERSEN 法による推定値のかたよりは、それらがそれぞれ単独に起こるときのかたよりにくらべてさらに大きくなる。

すなわち、現存尾数に比例した加入と標識減耗が同時にあるとき、PETERSEN 式による推定値のかたより率 $\gamma(r)$ は、

$$\gamma(r) = \frac{(F+M+T)(1-e^{-(F+M-R)r})}{(F+M-R)(1-e^{-(F+M+T)r})} \quad (28)$$

($F+M-R \neq 0$ のとき)

および、

$$\gamma(r) = \frac{r(F+M+T)}{1-e^{-(F+M+T)r}} \quad (29)$$

($F+M-R = 0$ のとき)

となる。

また、一定水準の加入と標識減耗があるとき、PETERSEN 法による推定値のかたより率 $\gamma(r)$ は、

$$\gamma(r) = P + \frac{(F+M+T)}{(F+M)(1-e^{-(F+M+T)r})} \left\{ r\alpha + (1-e^{-(F+M)r}) \left(1 - P - \frac{\alpha}{F+M} \right) \right\} \quad (30)$$

となる。ただし、 $\alpha = R'/N_0$ である。

(25), (26), (27) 式の $\gamma(r)$ は加入および標識減耗が単独で起こるときよりも明らかに大きい。

このかたよりを除くために標識率法を用いると、加入が現存尾数に比例して起こる場合の第 r 期の標本標識率の逆数 $1/p_r$ は、

$$\left(\frac{1}{p_r} - 1 \right) = \left(\frac{1}{P} - 1 \right) \frac{(F+M+T)(1-e^{-(F+M-R)r})}{(F+M-R)(1-e^{-(F+M+T)r})} e^{(r-1)(T+R)} \quad (31)$$

($F+M-R \neq 0$ のとき)

および、

$$\left(\frac{1}{p_r} - 1 \right) = \left(\frac{1}{P} - 1 \right) \frac{(F+M+T)}{1-e^{-(F+M+T)r}} e^{(r-1)(T+R)} \quad (32)$$

となる。

これらの式は、加入が単独で起こるとき、あるいは標識減耗が単独で起こるときとの式と同形であつて、これらの半対数直線の y 切片を a とすると、

$$\hat{N} = (X_0 e^a) / \left(1 + \frac{T+R}{2} \right) \quad (33)$$

として、ほぼかたよりのない放流時の資源尾数が得られる。

$\hat{N}$ の分散についても、(19) 式中の R を $(R+T)$ とおきかえることによつてまったく同様に求められる。

(28) 式を確かめるためのビーズ実験 ($N_0=5000$, $F=M=0.02$, $T=0.08$, $R=0.032$) の結果は、PETERSEN 法で $\hat{N}=7253$ (95% 信頼区間: 6271~8600), (28) 式では $\hat{N}=5023$ (4403~5643) で、(28) 式は明らかに加入と標識減耗の両者にもとづく PETERSEN 法のかたよりを除いている。また、 $(\hat{R}+\hat{T})=0.0814$ (0.0424~0.1204) でやや小さ目であつた。

同じデータについての BEVERTON 法による結果は、 $\hat{N}=4835$, $\hat{F}=0.025$, $(\hat{M}+\hat{T})=0.0597$ で $(\hat{M}+\hat{T})$ がやや小さ目であつた。

また、KETCHEN の方法では、 $\hat{N}=5128$, $\hat{F}=0.0195$, $(\hat{T}+\hat{R})=0.0744$, $(\hat{T}+\hat{M})=0.0549$ となり、 $T+R$, $T+M$ とも他の方法同様小さ目であつた。しかし、PETERSEN 法を除いて、 $\hat{N}$ はいずれもまず妥当な結果であつた。

加入が一定数で起こり、同時に標識減耗も同時にあるときは、

$$\left(\frac{1}{p_r} - 1\right) \sim e^{(r-1)T} \left\{ \frac{R'}{(F+M)X_0} \left(e^{(r-1)(F+M)} - 1 \right) + \left(\frac{1}{P} - 1 \right) \right\} \quad (34)$$

という、 T , $R'/(F+M)$, $(F+M)$ および $(1/P-1)$ なる4つのパラメタをもつ非線型の函数となるが、解を得るのが容易でない。

要 約

1. 標識放流後に加入群の存在があると、PETERSEN 法による資源尾数の計算は過大推定となる。加入が現存尾数に比例して起こる場合と、一定水準で継続して起こる場合とに分けて、過大推定の程度を見積もつた。

2. これらの加入にもとづく推定値のかたよりを除くために、標本標識率の逆数の系列を用いる方法を用いる方法をみちびいた。加入が現存尾数に比例する場合は、きわめて容易にかたよりを除き得る。ビーズを用いたモデル実験の結果もこれを裏づけている。

加入が一定の水準で継続して起こるときは、とり扱いかい面倒になる。しかし、直線式で近似し得る場合もある。

3. 加入と標識減耗が同時にかかる場合の、PETERSEN 法による推定値のかたよりは、それぞれが単独で起こるときよりも当然大きい。

現存尾数に比例した加入と標識減耗のあるときの推定値のかたよりは標識率法で容易に除き得る。

しかし、一定水準の加入と標識減耗が同時にある場合は、解を得るのが困難である。

文 献

- 1) W. E. RICKER: Methods of estimating vital statistics of fish populations. *Indiana Univ. Publ., Sci. Ser.*, no. 15, 101 pp. (1948).
- 2) ———: Handbook of computations for biological statistics of fish populations. *Fish. Res. Bd. Canada, Bull.* **119**, 300 pp. (1958).
- 3) R. A. PARKER: A method for removing the effect of recruitment on PETERSEN-type population estimate. *J. Fish. Res. Bd. Canada*, **12**, 447~450 (1955).
- 4) D. B. DELURY: On the estimation of biological populations. *Biometrics*, **3**, 145~167 (1947).
- 5) ———: On the planning of experiments for the estimation of fish populations. *J. Fish. Res. Bd. Canada*, **8**, 281~307 (1951).
- 6) K. S. KETCHEN: The use of catch effort and tagging data in estimating a flatfish population. *J. Fish. Res. Bd. Canada*, **10**, 459~485 (1953).
- 7) 能勢幸雄: PETERSEN 型資源量推定法の一吟味. 本誌, **27** (7), 763~773 (1961).
- 8) R. J. H. BEVERTON and S. J. HOLT: On the dynamics of exploited fish populations. *Fish. Invest., Ser. II*, **XIX**, 533 pp.
- 9) C. H. N. JACKSON: Some new methods in the study of *Glossina moristans*. *Proc. Zool. Soc. London*, **4**, 811~896 (1937).
- 10) 能勢幸雄: 標識率法による東京湾北部のマハゼ資源量の推定. 本誌, **27** (7), 793~800 (1961).