PETERSEN 型資源量推定法の一吟味

能 勢 幸 雄

(1961 年 6 月 12 日受理)

AN ANALYSIS OF THE PETERSEN-TYPE FISH
POPULATION ESTIMATE.

Yukio Nose*

Assuming that the diminution of tags which involves the extra natural mortality of the tagged fish and the loss of tags, occurs at a constant rate throughout the period of experimentation, the extent of overestimation in the PETERSEN-type estimate, caused by the above factors was analysed. The calculation showed that the bias of estimate increases as time passes and tends to approach the maximum limit which is determined by the ratio of the tag diminution coefficient to the total mortality coefficient (Eqns. 4, Table 1 and Fig. 1).

In order to eliminate this bias, a method based on the series of sample tag ratios obtained for regular intervals after liberation, was deduced (Eqns. 7 and 14).

The validity of this method was ascertained by the bead drawing experiment and comparing the results obtained by this method with those of simple PETERSEN method and the BEVERTON method, the advantages and disadvantages were discussed. It was also shown that the size of natural mortality coefficient may roughly be estimated by using the Author's method and the BEVERTON method together (Table 4).

PETERSEN 型の標識放流で放流時の資源尾数を推定するさい、充たされていなければならないいくつかの条件がある^{1),2)}。標識魚の死亡が増えないこと、標識の脱落がないことも必要であつて、これらがもし存在するなら推定値は過大になる。

本報では、標識魚の自然死亡の増加分と標識の脱落とをあわせて標識減耗**と呼び、また、時間的に一定の率で起こるものとして***、この標識減耗の大きさが資源尾数の推定値に与えるかたよりの程度を定量的に吟味した。さらに、放流後の各期の漁獲物にあらわれる標識率の系列を用いて、このかたよりを除く1つの方法をみちびき、その妥当性をビーズを用いたモデル実験で検討するとともに、従来の方法と比較して、その得失を論じた。

本文に入るに先立ち、常にご指導をいただいている檜山義夫東大教授に感謝の意を表したい。なお、本研究の費用の一部は文部省科学研究費によつた。

標識減耗のあるときの推定値のかたよりの大きさ

推定の対象とする漁獲資源の初期尾数を N_0 、うち X_0 尾を標識魚とする。したがつて、非標識魚の初期尾数 U_0 は $N_0 - X_0$ 尾。いま、漁獲係数を F 、自然死亡係数を M 、標識減耗係数を T とし、ふつうの力

* 東京大学農学部水産学科 (Fish. Inst., Fac. of Agr., Univ. of Tokyo).

** CLARK と JANSSEN (1945) は Tagging mortality と表現している³⁾。ただし、その内容は放流直後の標識魚の大量斃死と標識の急激な脱落とを加えたものである。したがつて、RICKER (1948, 1958) の A 型の誤差原因にあたる。

*** RICKER のいう B 型の誤差原因にあたる。したがつて、また BEVERTON (1954)⁴⁾、BEVERTON と HOLT (1957)⁵⁾ の第 II 型の誤差原因と同義である。

学的モデルを用いて、第 r 期までの非標識魚の総漁獲尾数 C_{U_r} および標識魚の再捕尾数 C_{X_r} を求めると、

$$C_{U_r} = \frac{FU_0}{F+M} (1 - e^{-(F+M)r}) \quad (1)$$

$$C_{X_r} = \frac{FX_0}{F+M+T} (1 - e^{-(F+M+T)r}) \quad (2)$$

を得る。ただし、放流後の各小期間（日，週，旬）の単位を 1 とし、 F , M , T をそれぞれこの単位にもとづいてはかつたものとする。

したがって、第 r 期までの総漁獲尾数 ($C_{U_r} + C_{X_r}$) と再捕尾数 C_{X_r} とを用いて、PETERSEN 流の推定を行なうと、 $\hat{N}_0$ の推定値 $\hat{N}_{(r)}$ は、

$$\hat{N}_{(r)} = X_0 + U_0 \frac{(F+M+T)(1 - e^{-(F+M)r})}{(F+M)(1 - e^{-(F+M+T)r})} \quad (3)$$

となる。

(3) 式で、 $T=0$ 、すなわち標識減耗が全くないときは常に $\hat{N}_{(r)} = X_0 + U_0 = N_0$ となつて推定値にはかたよりを生じない。しかし、 $T > 0$ のときは、 r の増加にともなつて $\hat{N}_{(r)}$ は増大し、 $X_0 + U_0(F+M+T)/(F+M)$ に近づく。この場合、 F と M はその和、すなわち全減少係数 Z として働らくので、 Z が同じなら F と M の割合がどう変つても過大推定の程度は等しい。ただし、 F の割合が大きいのほど再捕尾数が増え、 $\hat{N}_{(r)}$ の信頼限界はせまくなる。

いま、推定値のかたよりの大きさを、 $\hat{N}_{(r)}$ と N_0 の比として表わし、これを $\gamma_{(r)}$ とすると、

$$\gamma_{(r)} = P \left\{ 1 - \frac{(F+M+T)(1 - e^{-(F+M)r})}{(F+M)(1 - e^{-(F+M+T)r})} \right\} + \frac{(F+M+T)(1 - e^{-(F+M)r})}{(F+M)(1 - e^{-(F+M+T)r})} \quad (4)$$

Table 1. The extent of overestimation in the PETERSEN-type estimate, caused by the diminution of tags. The bias is represented as the ratio of the estimate to the true size of initial fish population.

	$r \backslash Z$	Z				Z	Z			
		0.01	0.02	0.05	0.10		0.01	0.02	0.05	0.10
$T = 0.01$	1	1.01	1.01	1.01	1.01	$T = 0.05$	1.03	1.03	1.03	1.03
	2	1.01	1.01	1.01	1.01		1.05	1.05	1.05	1.05
	3	1.02	1.02	1.01	1.01		1.08	1.08	1.08	1.07
	4	1.02	1.02	1.02	1.02		1.10	1.10	1.10	1.10
	5	1.03	1.03	1.02	1.02		1.13	1.13	1.12	1.12
	10	1.05	1.05	1.05	1.04		1.27	1.26	1.24	1.22
	20	1.10	1.10	1.09	1.07		1.56	1.51	1.46	1.36
	50	1.25	1.22	1.16	1.10		2.48	2.28	1.85	1.50
$T = 0.02$	1	1.01	1.01	1.01	1.01	$T = 0.10$	1.06	1.05	1.05	1.05
	2	1.02	1.02	1.02	1.02		1.10	1.10	1.10	1.10
	3	1.03	1.03	1.03	1.03		1.16	1.16	1.15	1.15
	4	1.04	1.04	1.04	1.04		1.21	1.21	1.20	1.20
	5	1.05	1.05	1.05	1.05		1.27	1.27	1.26	1.24
	10	1.10	1.10	1.09	1.09		1.57	1.56	1.52	1.46
	20	1.20	1.20	1.18	1.14		2.24	2.18	1.99	1.76
	50	1.52	1.46	1.32	1.20		4.36	3.80	2.76	1.99

Z : Total mortality coefficient. T : Tag diminution coefficient.

r : The time after liberation, when the estimation is done.

Fig. 1. γ , the ratio of the PETERSEN estimate to the true size of initial fish population. (Same data as in Table 1)
(a) $Z=0.01$, (b) $Z=0.02$, (c) $Z=0.05$, (d) $Z=0.10$

を得る。ただし、 $P = X_0/N_0$ (初めの標識率) である。

(4) 式の第1項のカッコ内は常に負であるから、 P が大きいときほど、かたより率 $\gamma(r)$ は相対的に減少するが、 P はふつうごく小さいから、 P の $\gamma(r)$ に与える影響は無視できる。

$Z = (F+M)$ が 0.01, 0.02, 0.05, 0.10*のとき、 T を 0.01, 0.02, 0.05, 0.10 と変えて、それぞれ $\gamma(r)$ を計算した結果が Table 1 であり、これを図示したのが Fig. 1 である。ここでは、 $P=0$ として計算した。

Table 1, Fig. 1 から明らかなように、推定値 $\hat{N}_{(r)}$ のかたより率 $\gamma(r)$ は Z と T の相対的な大きさおよび r できまる。すなわち、 T が大きいときほど $\gamma(r)$ は相対的に大きい、同じ大きさの T に対しては Z が大きいときほど $\gamma(r)$ は小さくなる。ただし、 Z が大きいときほど、その Z と T できまる $\gamma(r)$ の最大値 $(Z+T)/Z$ に急速に近づくことがわかる。

F, M が放流後の各期で変化するときの $\gamma(r)$ は、場合によつてまちまちであるが、このときも $\gamma(r)$ は常に1より大きく、 r の増加にともなつて $(F+M)_r$ の最大と最小がそれぞれ継続した場合に得られる2つの曲線の間に落ちることは疑いない。

以上は、初期資源尾数の推定値のかたよりについて考えた場合であるが、漁獲率の推定という立場から見ると逆に同程度に過小推定に陥ることを注意しておこう。

標識魚の系列を用いてかたよりのない資源尾数を推定する方法

前記のように、標識放流後に継続的な標識減耗があるとき、ふつうの PETERSEN 法で初期資源尾数を推定すると推定値は常に過大となり、過大推定の程度は、標識減耗の相対的な大きさ、および調査期間の長さできまることがわかつた。漁獲率についていうと、逆に同程度に過小推定となるが、これまで漁獲率のこのかたよりを除くのに再捕尾数の系列を用いる方法が考えられてきた^{1,2)4,5)}。ここでは、これとやや異なつた標本標識率の系列を用いて、このかたよりを除く方法について述べる。

放流後の第 r 期の非標識魚の漁獲尾数 C'_r を、

* この Z の範囲は以西底曳のグチ類、タイ類などの年生残率⁶⁾ から Z を求め、これを月、旬などに区分することを考えて選んだ。

$$C'_{Ur} = \frac{F U_0}{F+M} e^{-(F+M)(r-1)} (1 - e^{-(F+M)}) \quad (5)$$

で表わし、同期の標識魚の再捕尾数 C'_{Xr} を、

$$C'_{Xr} = \frac{F X_0}{F+M+T} e^{-(F+M+T)(r-1)} (1 - e^{-(F+M+T)}) \quad (6)$$

で表わすと、第 r 期の標本標識率の逆数 $1/p_r$ は、

$$\frac{1}{p_r} = 1 + \frac{U_0}{X_0} e^{(r-1)T} \frac{(F+M+T)(1 - e^{-(F+M)})}{(F+M)(1 - e^{-(F+M+T)})}$$

から、

$$\frac{1}{p_r} - 1 = \left(\frac{1}{P} - 1 \right) \frac{(F+M+T)(1 - e^{-(F+M)})}{(F+M)(1 - e^{-(F+M+T)})} e^{(r-1)T} \quad (7)$$

を得る。 $(P$ は初めの標識率)

$P \ll 1$ のときは、

$$\frac{1}{p_r} = \frac{1}{P} \frac{(F+M+T)(1 - e^{-(F+M)})}{(F+M)(1 - e^{-(F+M+T)})} e^{(r-1)T} \quad (8)$$

あるいは、

$$p_r = P \frac{(F+M)(1 - e^{-(F+M+T)})}{(F+M+T)(1 - e^{-(F+M)})} e^{-(r-1)T} \quad (9)$$

となる。

(7), (8) 式は $(r-1)$ に対して $(1/p_r - 1)$, あるいは $1/p_r$ の対数変換した値が、また (9) 式は p_r の対数変換した値が直線的に変化することを示している*。そして、これらの直線式の回帰係数が標識減耗係数 T の推定値を与え、その y 切片が初めの母標識率 P についての情報をふくむこともわかる。

ここでは、単位期間の長さを短くとして、 F, M, T などを小さく考えているので、(7), (8) 式の右辺の分数の部分は

$$\frac{(F+M+T)(1 - e^{-(F+M)})}{(F+M)(1 - e^{-(F+M+T)})} = \frac{(F+M+T) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(F+M)^n}{n!}}{(F+M) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(F+M+T)^n}{n!}}$$

の高次の項を無視して

$$\frac{(F+M+T)(1 - e^{-(F+M)})}{(F+M)(1 - e^{-(F+M+T)})} \sim 1 + \frac{T}{2} \quad (10)$$

と近似できる。したがって、(7), (8) 式を用いて得た直線式の y 切片の値は $\log_e (1/P - 1)$ あるいは $\log_e (1/P)$ には $\log_e (1 + T/2)$ を加えたものとなっている。よって、これらの y 切片の Antilog のおよそ $1/(1 + T/2)$ 倍が $(1/P - 1)$ あるいは $1/P$ の推定値となる。

$1/P$ の推定ができれば、 $\hat{N}_0 = X_0 / \hat{P}$ として、初期資源尾数の推定ができる。さらに、 $1/P$ の分散も分散の加成性^{7), 8), 9)}を用いて近似的に求められる。すなわち、(7), (8) 式を用いて得た直線式の y 切片の値を a とすると、 $1/P$ の分散は、

$$V\left(\frac{\hat{1}}{P}\right) = \left(\frac{2e^a}{2+T}\right)^2 \left\{ V(a) + \frac{V(T)}{(2+T)^2} - \frac{2}{2+T} V(a, T) \right\} \quad (11)$$

で与えられる。 $V(a)$, $V(T)$ は a , T の分散、 $V(a, T)$ はその共分散である。

したがって、 $1/P$ の標準偏差は

$$D\left(\frac{\hat{1}}{P}\right) = \left(\frac{2e^a}{2+T}\right) \sqrt{V(a) + \frac{V(T)}{(2+T)^2} - \frac{2}{2+T} V(a, T)} \quad (12)$$

* あいつぐ p_r が互いに独立でないことと、分散の一様性に欠けるという点からいって、この直線回帰の計算は便宜的なものである。

となり、 $1/\hat{P}$ あるいは $\hat{N}$ の精度の見積もりができる。

(9) 式からも同じような手順で N_0 の推定および、その精度の計算ができる。

なお、 C'_{x_r} が小さいときには、BAILEY¹⁰⁾ あるいは CHAPMAN¹¹⁾ の補正*を考慮して

$$\frac{1}{p_r} = \frac{C'_{v_r} + C'_{x_r}}{C'_{x_r} + 1} \quad (13)$$

とするのが適当であろう。

以上は各期の漁獲努力量に変化のない場合であるが、漁獲努力量が各期で変化するとき（さらに自然死亡の大きさが変化しても）にも

$$\frac{1}{p_r} - 1 = \left(\frac{1}{P} - 1 \right) \frac{((F+M)_r + T)(1 - e^{-(F+M)_r})}{(F+M)_r(1 - e^{-(F+M)_r + T})} e^{(r-1)T} \quad (14)$$

から、(10) 式以下の手順がほぼ同様に使用できる。

ここでは、放流直後の標識魚の大量斃死あるいは標識の急激な脱落については全く考えなかつたが、これらがあるなら、その率 d を実験的におさえて、 $\hat{N}$ の計算をするとき、 X_0/P とするかわりに $(1-d)X_0/P$ を用いればいい。

以上の方法では、標識減耗係数 T が単独に推定できるので、再捕尾数の系列を用いて漁獲係数と（自然死亡係数+標識減耗係数）の形に分離する RICKER, BEVERTON の方法とを併用すれば自然死亡係数の推定が可能となろう。これは、著者の方法で標識率の計算のさい、標識減耗と無関係の非標識魚の漁獲尾数をも用いているので、むしろ当然のことといえよう。

モデル実験

i) ビーズ実験の手順と得られたデータ

(7), (14) 式の実用性を確かめるために、ビーズ**を用いたモデル実験を行なつた。得られたデータについて PETERSEN 式、BEVERTON 法による計算をも行ない、それぞれの結果を比較した。

実験の手順としては、まず直径 26cm、深さ 10cm の半球形のボウル（漁場）に白ビーズ（非標識魚）4000、赤ビーズ（標識魚）1000、計 5000 を入れて初期資源尾数とした。これをよく攪拌して、50, 100, 200 の凹みをもつた杓子を適宜使いわけて、Table 2 の母数に見合う必要数だけのサンプリングを行なつた。 F , M あるいは T が 0.01 というのは、それぞれ総数の 1/100 にあたる 50 個の標本をとることを意味する。すなわち、まず 100 個の標本をとり、半数の 50 を漁獲物、他の半数を自然死亡数とみなして、それぞれ白玉、赤玉数を計数後、全部を青玉に変えてボウルにも

Table 2. The parameters given in each bead drawing experiment. F : Fishing mortality coefficient, T : Tag diminution coefficient. The other parameters are same in all experiment respectively, i. e., M , the natural mortality coefficient=0.01, N_0 , the initial size of population=5000, P , the initial tagged ratio=0.20.

No.	Parameters		Number of Samples
	F	T	
1, 2	0.01	0.01	25
3, 4	0.01	0.02	25
5, 6	0.01	0.04	25
7, 8	0.01	0.10	20
9	0.01* 0.02 0.04	0.04	22
10	0.01* 0.02 0.04	0.04	25

* One of them was randomly chosen at each drawing.

* BAILEY (1951) は再捕数が総捕獲数にくらべて小さいとき、PETERSEN 式の結果は、平均して正しい値の $(1+1/m)$ 倍 (m は再捕期待数) になるとして、(再捕数+1) を用いるといいとしている。CHAPMAN (1954) は二項分布、あるいはポアソン分布に従う変量 (再捕数) に 1 を加えたものの逆数は母数の逆数の不偏推定値であり、再捕数が 0 という面白くない条件をも避け得るとしている。

** 白色のポリエチレン原料（イーストマン製）で直径約 2mm のほぼ球状のもの、必要に応じてその一部を赤、青に染色した。染色したものとししないものでとり出され方に差のないことを管理図¹²⁾で確かめておいた。

Table 3. Data obtained from the bead drawing experiment. (White: untagged fish. Red: tagged fish.)(a) $F: 0.01, M: 0.01, T: 0.01$ (No. 1 and 2 in Table 2)(b) $F: 0.01, M: 0.01, T: 0.02$ (No. 3 and 4 in Table 2)(c) $F: 0.01, M: 0.01, T: 0.05$ (No. 5 and 6 in Table 2)

No.	No. of Catch.			No. of Natural Death.			No. of Diminution of Tagged fish.	No.	No. of Catch.			No. of Natural Death.			No. of Diminution of Tagged fish.	No.	No. of Catch.			No. of Natural Death.			No. of Diminution of Tagged fish.
	White	Red	Blue	White	Red	Blue			White	Red	Blue	White	Red	Blue			White	Red	Blue	White	Red	Blue	
1	41	9	0	41	9	0	8	1	41	9	0	37	13	0	17	1	40	10	0	38	12	0	33
2	40	10	0	36	14	0	8	2	37	13	0	37	9	4	16	2	41	9	0	40	10	0	32
3	34	14	2	39	8	3	16	3	35	13	2	44	5	1	18	3	37	10	3	36	12	2	35
4	38	9	3	42	6	2	3	4	37	9	4	41	7	2	20	4	32	11	7	37	10	3	29
5	33	12	5	39	7	4	6	5	38	8	4	46	3	1	14	5	35	10	5	43	4	3	46
6	36	8	6	41	4	5	7	6	40	8	2	35	9	6	14	6	33	6	11	42	5	3	40
7	33	7	10	36	9	5	16	7	38	8	4	34	9	7	15	7	33	9	8	38	5	7	32
8	39	6	5	34	11	5	10	8	27	11	12	39	5	6	14	8	35	11	4	34	10	6	33
9	32	11	7	37	6	7	9	9	27	17	6	37	5	8	9	9	41	4	5	30	13	7	28
10	37	4	9	34	8	8	8	10	39	5	6	33	10	7	12	10	32	6	12	31	7	12	33
11	34	4	12	37	4	9	7	11	29	11	10	37	6	7	14	11	37	2	11	33	7	10	20
12	30	11	9	30	10	10	5	12	25	14	11	35	5	10	12	12	37	4	9	35	6	9	19
13	28	6	16	31	3	16	8	13	34	7	9	37	3	10	11	13	37	3	10	30	4	16	19
14	36	7	7	31	3	16	8	14	35	5	10	29	7	14	14	14	37	1	12	31	5	14	22
15	23	9	18	25	6	19	9	15	34	2	14	27	11	12	11	15	29	7	14	30	3	17	20
16	29	5	16	22	10	18	7	16	30	3	17	23	5	22	12	16	30	2	18	30	0	20	16
17	31	4	15	30	9	11	5	17	24	7	19	29	6	15	10	17	28	3	19	32	4	14	14
18	25	10	15	30	4	16	5	18	27	4	19	21	7	22	5	18	30	7	13	26	3	21	16
19	27	7	16	30	6	14	9	19	25	8	17	31	2	17	13	19	21	6	23	26	3	21	17
20	22	4	24	31	7	12	2	20	26	8	16	23	9	18	10	20	28	7	15	27	5	18	12
21	27	8	15	20	4	26	7	21	27	3	20	29	5	16	9	21	29	3	18	28	2	20	9
22	24	10	16	26	6	18	3	22	28	4	18	31	1	18	6	22	29	2	19	27	3	20	9
23	31	5	14	28	5	17	4	23	20	3	27	25	1	24	4	23	22	4	24	28	3	19	23
24	25	8	17	26	4	20	6	24	27	2	21	25	1	24	4	24	30	3	17	17	5	28	17
25	23	9	18	21	4	25	6	25	28	2	20	22	1	27	8	25	27	2	21	29	5	26	6
Sum.	778	197	275	794	167	286	132	Sum.	778	184	288	807	145	298	292	Sum.	810	142	298	806	145	299	580

The figures in "No. of natural death" correspond to No. 2 experiment in Table 2.

The figures in "No. of natural death" correspond to No. 4 experiment in Table 2.

The figures in "No. of natural death" correspond to No. 6 experiment in Table 2.

(d) F : 0.01, M : 0.01, T : 0.10 (No. 7 and 8 in Table 2)

No.	No. of Catch.			No. of Natural Death.			No. of Diminution of Tagged fish.
	White	Red	Blue	White	Red	Blue	
1	40	0	0	40	10	0	101
2	41	9	0	40	9	1	99
3	40	4	6	43	6	1	61
4	36	6	8	32	12	6	72
5	34	6	10	34	5	11	50
6	36	4	10	35	8	7	51
7	31	6	13	38	5	7	50
8	36	2	12	36	5	9	46
9	37	5	8	31	4	15	41
10	27	4	19	36	2	12	21
11	35	5	10	31	4	15	36
12	30	4	16	31	2	17	24
13	24	4	22	26	2	22	23
14	32	2	16	37	2	11	21
15	27	1	21	30	1	19	19
16	26	1	23	31	2	17	16
17	27	0	23	26	2	22	9
18	28	0	22	26	1	23	13
19	26	2	22	32	2	16	10
20	22	0	28	26	1	23	6
Sum.	635	75	290	661	85	254	769

The figures in "No. of natural death" correspond to No. 8 experiment in Table 2.

(e) F was randomly chosen from one of 0.01, 0.02 and 0.04 at each drawing
 M : 0.01, T : 0.04 (No. 9 in Table 2)

No.	No. of Catch.			No. of Natural Death.			No. of Diminution of Tagged fish.
	White	Red	Blue	White	Red	Blue	
1	160	40	0	37	11	2	46
2	39	9	2	40	9	1	34
3	40	6	4	40	7	3	35
4	150	30	20	31	8	11	23
5	71	10	19	37	5	8	32
6	124	30	46	24	12	14	23
7	62	12	26	39	4	7	22
8	124	30	46	31	3	16	21
9	117	20	63	23	7	20	21
10	109	9	82	26	5	19	21
11	103	22	75	26	4	20	14
12	114	14	72	30	1	19	20
13	21	3	26	26	5	19	10
14	20	6	24	23	4	23	10
15	26	3	21	23	2	25	13
16	81	17	102	23	2	25	18
17	83	15	102	18	4	28	9
18	68	13	119	18	2	30	9
19	21	0	29	12	1	39	10
20	16	1	33	17	2	31	7
21	67	14	119	18	0	32	9
22	69	11	120	12	1	37	3
Sum.	1685	315	1060	574	99	427	410

(f) F was randomly chosen from one of 0.01, 0.02 and 0.04 at each drawing.
 M : 0.01, T : 0.04 (No. 10 in Table 2)

No.	No. of Catch.			No. of Natural Death.			No. of Diminution of Tagged fish.
	White	Red	Blue	White	Red	Blue	
1	154	46	0	41	7	2	36
2	36	13	1	39	9	2	37
3	40	8	2	37	9	4	42
4	38	8	4	36	11	3	35
5	70	19	11	35	7	8	31
6	37	6	7	35	9	6	25
7	139	30	31	36	5	9	28
8	33	5	12	32	3	15	24
9	134	16	50	30	10	10	18
10	55	18	27	31	7	12	14
11	35	3	12	23	10	17	17
12	51	9	40	29	9	12	20
13	60	12	28	23	4	23	18
14	22	4	24	27	3	20	15
15	30	2	18	25	7	18	15
16	27	1	22	25	4	21	16
17	50	2	48	28	8	14	12
18	47	7	46	30	3	17	8
19	21	2	27	26	1	23	9
20	24	2	24	22	2	26	12
21	44	7	49	29	4	17	7
22	34	4	62	19	3	28	9
23	81	12	107	23	2	25	7
24	81	8	111	15	2	33	8
25	43	6	51	26	3	21	8
Sum.	1386	250	804	722	142	415	471

どし、ひきつづき T の大きさに見合う標本をとつてその赤玉のみを青玉にとりかえて全部をまたボウルにもどした。これが第1回のサンプリングである。第2回目以後も同様の手順にしたがつて漁獲物、自然死亡にあたる標本中の白玉、赤玉および標識減耗にあたる標本中の赤玉を常に同数の青玉にかえてボウルにもどした。したがって、ボウルのなかの白玉、赤玉は徐々に減り、青玉は増えるが総数は常に 5000 である。いわば青玉は魚としての実体のない、単に漁獲能率 (q) を一定に保つための詰めものとみなしていい¹³⁾。このようなサンプリングを Table 2 の右端に示した回数だけ継続して行ない、Table 3 に示すようなデータを得た。Table 2 の No. 1~8 の奇数番は Table 3, a)-d) の漁獲物の欄に対応し、偶数番は自然死亡の欄に当たる。これは、 F , M がともに 0.01 で互いに他とみなし得ることによる。Table 2 の No. 9 と No. 10 については、漁獲係数をサンプリングごとに 0.01, 0.02, 0.04 のどれかをランダムに選んだもので、そのデータは Table 3 の e) と f) である。これは漁獲係数が各期で変わる (14) 式を用いるためのものである。

なお、ここでは便宜上、標識減耗はすべて標識魚の死亡の形で起こるものとし、標識の脱落した標識魚が非標識魚と誤認される場合については考えなかつた。これはふつう標識魚の尾数が資源尾数にくらべてきわめて小さく、したがってその影響もごく小さいことを考慮したからである。

ii) 計算結果とその比較検討

Table 3 のデータを用いて、ふつうの PETERSEN 式、著者の (7), (14) 式、および BEVERTON の方法で初期資源尾数その他の母数を推定した結果をまとめて Table 4 に示す。なお、著者の方法および BEVERTON の方法を用いるさい、再捕尾数 0 の標本は除外して計算を進めたことを付記しておく。

Table 4. Comparison of estimates among three methods.

$\hat{N}$: the estimate of initial size of population.

$\hat{N}_L$, $\hat{N}_U$: the lower and upper limits of 95% confidence interval.

No.	PETERSEN Method			Author's Method			BEVERTON Method					$\hat{M}^{3)}$
	$\hat{N}$	$\hat{N}_L - \hat{N}_U^{1)}$	$\gamma = \frac{\hat{N}}{N_0}$	$\hat{N}$	$\hat{N}_L - \hat{N}_U$	$\hat{T}$	$\hat{F}$	$(\hat{M} + \hat{T})$	$\hat{N}$	$\hat{N}_L - \hat{N}_U$		
1	4949	4391 – 5671	0.990	5434	3966 – 6902	0	0.00886	0.00619	5643	3562 – 13564	0.00619	
2	5772	5060 – 6718	1.154	5938	4283 – 7593	0.00246	0.00843	0.01800	5930	4571 – 8440	0.01554	
3	5228	4616 – 6027	1.046	3907	2664 – 5150	0.04460	0.01319	0.05161	3792	2750 – 6105	0.00701	
4	6566	5695 – 7752	1.313	4973	2788 – 7158	0.04591	0.01066	0.05981	4670	2788 – 7158	0.01390	
5	6704	5805 – 7932	1.541	5112	3445 – 6779	0.03518	0.00916	0.04660	5459	3837 – 7457	0.01142	
6	6559	5689 – 7744	1.312	5198	3685 – 6711	0.03097	0.00969	0.04219	5159	3962 – 7393	0.01122	
7	9467	7770 – 12112	1.893	5863	3856 – 7870	0.07337	0.00830	0.09215	6027	4340 – 10058	0.01878	
8	8776	7288 – 11028	1.753	4909	3966 – 5852	0.10081	0.01010	0.11070	4949	3856 – 6909	0.00989	
9	6356	5760 – 7089	1.271	5399	3756 – 7042	0.03583	$q = 0.00959^{2)}$	0.04028	5222	—	0.00455	
10	6544	5820 – 7485	1.309	5095	3506 – 6684	0.04473	$q < 0^{2)}$	—	—	—	—	

1) Obtained from the Normal-Binomial distribution.

2) q : catchability coefficient.

3) $\hat{M}$ is obtained from $(M + T)$ in the BEVERTON method and T in the Author's method.

Table 4 で明らかなように、ふつうの PETERSEN 式による推定値 $\hat{N}$ は標識減耗係数の増加にともなつて過大推定の度合いを増し、そのかたより率 γ は No. 1~2 の平均値が 1.072, No. 3~4 が 1.179, No. 5~6 が 1.326, No. 7~8 で 1.823 となつている。No. 5~6 と No. 9~10 とも T は 0.04 であるが、No. 9~10 の F のほうが No. 5~6 の場合より大きかつたので、ほんの少しではあるが、かたより率は No. 9~10 の場合に小さくなつている。また、ここで与えた条件のもとでは、 T が 0.04 以上になると $\hat{N}$ の信頼限界はもはや真の値 5000 をはさんでいない。

(7), (14) 式を用いて計算した結果は, No. 1, 2 を除いて回帰項はすべて統計的に有意であつた。 $1/p_r$ のバラツキはかなり大きいから T が小さいときには有意となりにくいのであろう。 $X_0/\hat{P}$ として得た $\hat{N}$ は T が大きい場合でもその影響は除かれてまず妥当なものとなっている。ただし, 信頼限界の巾は少し広くなるので, T が 0 に近くて回帰が有意とならぬ場合は PETERSEN 式そのものを用いるのが有利であるといえる。これは, 単に $(1/p_r - 1)$ の時間に対する散布図を画くことによつてもおよその見当がつけられるだろう。標識減耗係数 T の推定値はときに当たり, ときに多少のズレを示している。

BEVERTON の方法による結果は, No. 1, 9, 10 を除いて回帰が有意となつた。 $F, (M+T)$ の推定値も妥当である。また, $(C'_0 + C'_1)/F$ として近似的に求めた $\hat{N}$ も著者の方法による結果同様 T の影響をうけないが, 信頼限界の巾はかなり広くなるようである。

ここで, 注意しておきたいのは, 漁獲努力量が各期で変わる場合, すなわち No. 9, 10 の回帰が有意とならなかつたことである。わずかに 2 例なのでももちろんはつきりしたことはいえないが, ランダムイズしやすいビーズ実験でこの結果を示したことは, 反覆計算を必要とする BEVERTON の方法を実際のデータに適用するときの困難さを暗示しているように思われる。この点をさらに確かめるため, No. 9 (Table 3-e) について 21 番目までのデータを 3 つずつに区切つて 7 組のデータにまとめ, 反覆計算をした結果は次のとおりであつた。

$(q_1=0.0062, (M+T)_1=0.170), (q_2=0.0123, (M+T)_2=0.116), (q_3=0.0164, (M+T)_3=0.0789), (q_4=0.0193, (M+T)_4=0.0533), (q_5=0.0166, (M+T)_5=0.0776)$ 。第 1 期間の漁獲努力量は $4+1+1=6$ であり, この期間の総漁獲尾数は $200+48+46=294$ であるから, 初期資源尾数を近似的に求めると,

$$\hat{N} = \frac{294}{6 \times 0.0166} = 2940$$

となり, かなりの過小推定になる。同じデータについて PETERSEN 式で計算すると $\hat{N}=6316$, 著者の方法では $\hat{N}=5189$ を得る。また, T の推定値として 0.0306 を得た。(母数は 0.04)

同様に, No. 10 (Table 3-f) についても 24 番目までのデータを 3 つずつ 8 組にして BEVERTON 法で計算すると, $q_1 < 0$ となり推定不能であつた。このときの PETERSEN 式の結果は $\hat{N}=6504$, 著者の方法では $\hat{N}=4501$ であつた。また, $T=0.0462$ を得た。このように, データを組みかえた結果も, 漁獲努力量が各期で変わるとき BEVERTON の反覆計算法はいい結果を与えなかつたことを記しておく。

さて, 著者の方法で得た T と, BEVERTON 法で得た $(M+T)$ とから, 自然死亡係数 M を推定した結果は, Table 4 の右端に示したとおりであつて, この 2 つの方法の併用によつてごくおおざっぱにはあるが, M の推定が可能であることがわかる。

考 察

以上の結果から見て, 標識放流後に継続して標識減耗があるとき, ふつうの PETERSEN 法を用いた場合に生じる推定値のかたよりは著者の方法ではほぼ除き得るものと思われた。同じモデル実験のデータに再捕尾数の系列を解析する BEVERTON の方法を用いてもほぼ同様の結果となつたが, 漁獲努力量が各期で変化する場合についてはいい結果が得られなかつた。漁獲努力量が各期で変化する場合の BEVERTON 法はかなり面倒な反覆計算を必要とするが, 著者の方法では単に計算上の重みの変化として扱えるので簡単であるといえる。しかし, その反面, 標本標識率の系列を用いるときには, 放流後に加入 (Recruitment) があると, その影響を受けることが考えられる。この点, 再捕尾数の系列のみを用いる方法では, 少なくとも漁獲率の推定のさいには加入群の存在を無視し得るので有利であるといえる。

また, 標識率法では初期資源尾数の推定のさい, 常に有効標識尾数が必要である。したがつて, 対象とする魚種の強弱, あるいは用いる標識法の種類によつて, 放流直後に標識魚の大量斃死あるいは標識の急激な脱落があるときには, 標識魚の一時的な蓄養によつてこれらが終るのを待つてから放流するか, あるいは実

験的にその率をおさえておかなければならない。この事情は漁獲努力量が変化しないときの BEVERTON 法においても同様である。漁獲努力量が各期で変化するときの BEVERTON の反復計算法は放流尾数をその式の中に含まないので、この型の減耗の有無にかかわらず、漁獲能率 q をかたよりなく推定できるとされているが、前記のモデル実験の結果から見て漁獲努力量がよほど大きく変化することを必要とするだろう。

さらに、標識放流後に標識魚の一時的な異常生態から、標識魚と非標識魚の混じり方が不完全であつたり標識魚が漁具に対して抵抗性をもつことがあると標識率法によるとり扱いは面倒になる。これは、BEVERTON 法でも同様であつて、一般にこの種の原因による推定値のかたよりはとり除くことが困難である。

いま一つ、現実の漁業の場では漁獲尾数の算定はそれほど容易ではないので、漁獲物の平均個体重量と総漁獲量から漁獲尾数を推定する必要も生じよう。

なお、これまで、この種の標識調査において、標識率の系列あるいは標識率に類似の系列を用いたものに tse-tse fly の群衆体量を推定した JACKSON (1937)⁽⁴⁾ の positive method と bluegill に用いた PARKER (1955)⁽⁵⁾ の標識率の逆正弦変換法がある。いずれも、加入の影響を除いてかたよりのない初期個体数を推定しようというもので、それぞれに興味深い。

ともあれ、標識放流後の標本標識率あるいはその逆数の系列は PETERSEN 式の適用の可、不可を示す指標であつて、これらの系列が傾向的な変化を示さないときには、推定値の精度の点からいつても、計算の容易さからいつても PETERSEN 式そのものの適用が望ましいといえる。多少、形は異なるが OLSON (1957) が walleye の資源尾数を推定するさい、努力当たり再捕尾数の系列と努力当たり漁獲尾数の系列とを対比して、ほぼ同一の傾向を示すことを認めて PETERSEN 式による計算を行なっているのも同じ考えにもとづくものといえる。

この標識率法による実際のフィールドのデータの解析結果、あるいは加入のあるときの標識率法についてはひきつづき別報で報告する予定である。

要 約

1. 標識放流後に継続的な標識減耗があるとき、ふつうの PETERSEN 式を用いて得られる初期資源尾数の推定値は常に過大であり、過大推定の程度は調査期間が長くなるにしたがつて増大し、全減少係数と標識減耗係数の大ききできまるかたより率の最大値 $(Z+T)/Z$ に近づく傾向をもつ。
2. この標識減耗に起因する推定値のかたよりを除くために、標本標識率の系列を用いる 1 つの方法をみちびいた。この方法と、従来の再捕尾数の系列を解析する方法とを併用すれば自然死亡係数の推定も可能である。
3. ビーズを用いたモデル実験の結果は標識率法の妥当性を裏づけた。特に、漁獲努力量が各期で変化する場合に有効であることがわかつた。また、同じビーズ実験のデータに PETERSEN 法、BEVERTON 法を用いた結果と比較して、その得失を論じた。

文 献

- 1) RICKER, W. E.: Methods of estimating vital statistics of fish populations. *Indiana Univ. Publ., Sci. Ser.*, No. 15, 101 pp. (1948).
- 2) ———: Hand-book of computations for biological statistics of fish populations. *Fish. Res. Bd. Canada, Bull.*, 119, 300 pp. (1958).
- 3) CLARK, F. N. and JANSSEN, J. F.: Results of tagging experiments in California waters on the sardine (*Sardinops caerulea*). *Calif. Div. Fish and Game, Fish Bull.*, No. 61, 1~42 (1945).
- 4) BEVERTON, R. J. H.: Notes on the use of theoretical models in the study of the dynamics of exploited fish populations. *U.S. Fish Lab., Beaufort, N.C., Misc. Contr.*, No. 2, 159 pp. (1954) 横田滝雄訳 (謄写印刷).
- 5) ———, and HOLT S. J.: On the dynamics of exploited fish populations. *Fish. Invest.*,

- Ser. II*, XIX, 533 pp. (1957).
- 6) 西海区水研: 東海・黄海における底魚資源の研究 (4), 1956 年までに得られた知見の綜説. 同所, 114 pp. (1957).
 - 7) DEMING, W. E.: 推計学によるデータのまとめ方. 森口繁一訳, 岩波書店, 東京, 27~32 (1950).
 - 8) 森口繁一: 品質管理教程-第5編 統計理論 (標本分布論-(2)). 日科技連, 東京, 126~127 (1955).
 - 9) 能勢幸雄: DELURY の資源量推定法の推定値に対する信頼区間について. 本誌, 24 (12), 953~956 (1959).
 - 10) BAILEY, N. J. J.: On estimating the size of mobile populations from recapture data. *Biometrika*, 38, 293~306 (1951).
 - 11) CHAPMAN, D. G.: The estimation of biological populations. *Ann. Math. Statistics*, 25, 1~15 (1954).
 - 12) 日科技連: 管理図法, 同連盟, 東京, 731 pp. (1955).
 - 13) DELURY, D. B.: On the planning of experiments for the estimation of fish populations. *J. Fish. Res. Bd. Canada*, 8, 281~307 (1951).
 - 14) JACKSON, C. H. N.: Some new methods in the study of *Glossina moristans*. *Proc. Zool. Soc. London*, 4, 811~896 (1937).
 - 15) PARKER, R. A.: A method for removing the effect of recruitment on PETERSEN-type population estimate. *J. Fish. Res. Bd. Canada*, 12, 447~450 (1955).
 - 16) OLSON, D. E.: Statistics of a walleye sport fishing in a Minnesota lake. *Trans Amer. Fish. Soc.*, 87, 52~72 (1957).