編索ロープ中の片子糸の編組について^{*1}

山本勝太郎

(1987 年 8 月 17 日受理)

Strand Arrangements in a 8-strand Braided Rope

Katsutaro Yamamoto^{*2}

This paper attempts to obtain a geometrical condition for the strand arrangement in a 8-strand braided rope, where the strand axis goes on drawing an elliptical helix around the rope axis. The geometrical development is based on three conditions as follows:

Strands in a pair are in contact among themselves without overlapping.

Two pairs of the same twisted strands are in contact once every half round.

Two pairs of the different twisted strands are in contact twice every quarter round.

Under the above three conditions, using the coordinate transformation with parallel moved distance h and rotated angle δ , the values of semimajor axis a , semiminor axis b , coefficient $c(=dl_s/dt)$, l_s is the length of a strand axis, t the essentric angle of the ellipse). δ , and h are calculated numerically. The results of the calculated arrangements of strand agree well with the observed ones.

漁業用資材として一般的に使用されている 8 本の片子糸から成る編索ロープ (8-strand braided rope) の材料力学的特性を明らかにする上で、片子糸と単糸の位置座標の決定は、ロープの伸びから片子糸および単糸の伸びを計算するのに不可欠な課題である。

前報¹⁾では、編索ロープを軸に沿って垂直に切断した断面に現われる 8 本の片子糸のうちの Z 捻の 1 本を連続して追跡観測することにより、ロープ軸回りの片子糸の位置座標 (x_1, y_1, z_1) と単糸の位置座標 (x, y, z) を表わす式を求めた。これらの式を、S 捻の片子糸にも適用できるようにすると次式のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= b \cos t \\ y_1 &= a \sin t \\ z_1 &= \pm \int_0^t \sqrt{c^2 - a^2(1 - e^2 \sin^2 t)} dt \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= b \cos t + r \cos \varphi \cos t - r \cos \alpha \sin \varphi \sin t \\ y &= a \sin t + r \cos \varphi \sin t + r \cos \alpha \sin \varphi \cos t \\ z &= \pm \int_0^t \sqrt{c^2 - a^2(1 - e^2 \sin^2 t)} dt - r \sin \alpha \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{a\sqrt{1 - e^2 \sin^2 t}}{c} \\ \cos \alpha &= \frac{\pm \sqrt{c^2 - a^2(1 - e^2 \sin^2 t)}}{c} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= pt + \psi \\ p &= \frac{\pm \sqrt{c^2 - a^2 \tan \beta_0 - (a+b)}}{b(\sin \alpha \tan \beta_0 + \cos \alpha)} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここに、 a, b は楕円の長半径と短半径、 e は離心率、 t は離心角、 α は螺旋角、 r は片子糸軸からの単糸の距離であり、 c は離心角と片子糸軸の長さ l_s を結びつける係数で $dl_s/dt=c$ (一定) の関係がある。 φ は単糸の回転角であり、 $d\varphi/dt=p$ (一定) の関係があり、 ψ は位相差である。また、 β_0 はロープの最外側に位置し、 $t=0$ で $\varphi=0$ である単糸のロープ軸に対する角度である。複符号はプラスが Z 捻を、マイナスが S 捻を表わし、離心角 t と係数 c は Z 捻では正の値を S 捻では負の値をとるものとする。

(1), (2) 式は 1 個の楕円の長半径方向を y 軸、短半径方向を x 軸とする座標軸を、1 本 1 本の片子糸にそれぞれ独立に設定した時の表示であり、これらの式からは 8 本の片子糸がどのような位置関係にあるかはわからない。そこで、本報では、上記 (1), (2) 式を座標変換し、8 本の片子糸に共通な 1 つの座標軸に対する片子糸の位置座標を表わす式を求め、また、この式を使って、8 本の片子糸から成る編索ロープの編組条件を求めた。

方 法

Fig. 1 は、編索ロープの写真である。前報¹⁾では、こ

^{*1} 編索ロープの幾何学的特性—II, (The Geometry of Braided Ropes—II.).

昭和 62 年度日本水産学会春季大会 (東京) において口頭発表した。

^{*2} 北海道大学水産学部 (Faculty of Fisheries, Hokkaido University, Hakodate 041, Japan).

Fig. 1. Photographs of a polyethylene 8-strand braided rope. Front view of the 8-strand braided rope (A). Z-twisted strands only, front view (B) and side view (C). S-twisted strands only, side view (D) and front view (E).

Fig. 2. Local positions traced from the cross sections for a pair of Z-twisted strands 1 and 2, and a pair of S-twisted strands 3 and 4.

のロープをホリエステル樹脂で固めて 2 mm 幅の切片試料を 66 個作った。同図 A はロープ全体の写真, B, C は S 捻の片子糸を抜き取って Z 捻の片子糸だけにした時の正面と側面の写真, D, E は同じく S 捻だけにした時の側面と正面の写真である。B 図と D および E 図との比較から, S 捻は Z 捻に対してその向きをロープ軸の回りに $1/4$ 回転し, さらに $1/4$ 回転分の高さだけロープ軸方向に平行移動した位置関係にあることがわかる。また, 同図 A における 1 番と 2 番の Z 捻 1 組の片子糸と, これと交差する 3 番 4 番の S 捻 1 組の片子糸の中心の位置を, 前報の切片試料を使って, 同一図面上にプロットしたのが Fig. 2 である。同図から, 1 組をなす 2 本の片子糸の楕円軸は 25° 前後傾いており, また Z 捻の 1 番と S 捻の 4 番, Z 捻の 2 番と S 捻の 3 番とが丁度 90° 傾いて交差していることがわかる。

ここで, 座標軸 X, Y, Z を便宜上 Z 捻の片子糸を基準として, Fig. 3 のように定めると, Z 捻の 1 番, 2 番の片子糸の中心軸の座標 (X_z, Y_z, Z_z) は, (1) 式を使っ

Fig. 3. Coordinate system of braiding strands.

て、 X - Y 座標については δ の回転移動を行い、 Z 座標については h の平行移動を行うことによって、次式のよう書くことが出来る。

$$\left. \begin{aligned} X_2 &= x_1 \cos \delta + y_1 \sin \delta \\ Y_2 &= -x_1 \sin \delta + y_1 \cos \delta \\ Z_2 &= z_1 + h \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

S 燃の 3 番、4 番の片子糸については、さらに -90° の回転移動を施せばよいから、その座標 (X_s , Y_s , Z_s) は

$$\left. \begin{aligned} X_s &= x_1 \sin \delta - y_1 \cos \delta \\ Y_s &= x_1 \cos \delta + y_1 \sin \delta \\ Z_s &= z_1 + h \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

となる。但し、(1) 式の積分の下端は -90° から出発するものとする。

ここで、 δ は 1 番と 4 番の片子糸では負の値を、2 番と 3 番の片子糸では正の値をとるものとし、 h は 1 番と 3 番で負の値を、2 番と 4 番で正の値をとるものとする。また (1) 式の計算において、Z 燃の 5 番 6 番の片子糸は離心角 t を 180° から出発して正の方向に、S 燃の 7 番 8 番は -270° から出発して負の方向に進めれば、(5), (6) 式がそのまま適用出来る。

次に、1 番、2 番の片子糸を X 軸方向を手前にして真正面から眺めた時に見える片子糸の外郭線、すなわち片子糸の Y - Z 平面への投影図は (5) 式の (Y_2 , Z_2) を使って、次式で与えられる。

$$\tan \eta = \frac{dZ_2}{dY_2} \text{ において}$$

$\eta \geq 0$ の場合

$$\left. \begin{aligned} Y_1 &= Y_2 \pm r_0 \sin \eta \\ Z_1 &= Z_2 \mp r_0 \cos \eta \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$\eta \leq 0$ の場合

$$\left. \begin{aligned} Y_1 &= Y_2 \pm r_0 \sin \eta \\ Z_1 &= Z_2 \pm r_0 \cos \eta \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ここに、複符号は同順であり、上は右側外郭線を、下は左側外郭線を表わす。 r_0 は片子糸の半径、また $\tan \eta$ は片子糸中心軸の勾配である。

同様に、3 番、4 番の S 燃の片子糸については、(6) 式であたえられる (Y_s , Z_s) を使って、

$$\tan \eta = \frac{dZ_s}{dY_s} \text{ において}$$

$\eta \geq 0$ の時

$$\left. \begin{aligned} Y_2 &= Y_s \pm r_0 \sin \eta \\ Z_2 &= Z_s \mp r_0 \cos \eta \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$\eta \leq 0$ の時

$$\left. \begin{aligned} Y_2 &= Y_s \pm r_0 \sin \eta \\ Z_2 &= Z_s \pm r_0 \cos \eta \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

と書ける。

編組条件 1 Fig. 1 の A で見られるように、2 本 1 組の Z 燃と S 燃の片子糸が交差する中心では、1 番と 4 番

の左側外郭線、2 番と 3 番の右側外郭線の 4 本は点 P_1 で一致するように見えなければならない。これが片子糸の編組条件の 1 つである。

編組条件 2 また、この時 Fig. 1 の E 図で見られるように、同じ燃方向の 2 組の片子糸は P_2 点で 4 番の右側外郭線と 7 番の左側外郭線が一致しなければならない。このことは C 図においても同じであり、1 番の右側外郭線と 6 番の左側外郭線は P_3 点で一致しなければならない。このことも片子糸の編組条件の 1 つである。

次に、ロープの切片試料中に見える片子糸の輪郭、すなわち片子糸の X - Y 平面上に現われる切り口を表わす式を考える。

Z 燃の片子糸の切り口は、片子糸の最外側 ($r=r_0$) に位置する単糸の同じ高さ Z における座標 (X , Y) を連ねることによって得られ、片子糸中の単糸の位置座標 (X , Y , Z) は、(2) 式で得られる (x , y , z) に δ の回転移動と h の平行移動を行った次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} X &= x \cos \delta + y \sin \delta \\ Y &= -x \sin \delta + y \cos \delta \\ Z &= z + h \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

また、S 燃の片子糸については次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} X &= x \sin \delta - y \cos \delta \\ Y &= x \cos \delta + y \sin \delta \\ Z &= z + h \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

ここに、 δ , h , t のとり方は (5), (6) 式の場合と同じであり、(4) 式の 1 つの ϕ に対応して 1 本決まる。

編組条件 3 (11), (12) 式で求まる 8 個の片子糸の切り口は、 X - Y 平面上で互いに接することはあっても重なることがあってはならない。これが片子糸の編組の第 3 の条件である。

以上の 3 つの編組条件を同時に満足する a , b , r_0 , c , δ , h の具体的な数値を見つけることが本報の目的である。そのために以下の数値計算を行った。

計算方法 (1) 式の根号の中は $t=0$ の時でも負にならないから、 $|c| \geq a$ でなければならない。また、片子糸の中心の軌跡は楕円であり、この楕円の中を交差する片子糸が通り抜けるから、 $b > r_0$, $a > b + 2r_0$ も自明である。この条件のもとで、 $|dt| = 0.1^\circ$ にとり、 r_0 を 1.00 mm として、まず編組条件 1, 2 を同時に満足する a , b , c , δ , h の値を求めた。これらの数値を (11), (12) 式に代入し、位相差 ϕ を 10° ずつ変化させた 1 周 36 本の単糸の位置座標 (X , Y) を連ねた片子糸の切り口を X - Y プロッターで描いた。この時 Z 燃と S 燃の片子糸の切り口が重なり合う a , b , c , δ , h の組み合わせ (条件 1, 2 は満足するが条件 3 を満足しない) から始めて、この重なりが 1 つの接点になる (条件 3 も満足する) まで、条件 1, 2 に戻って計算をやり直すことを繰り返す。

Table 1. Values of a , b , $|c|$, $|\delta|$ and $|h|$, which are approximately satisfied with three braided conditions, when the $r_0=1.00$ mm and $|\Delta t|=0.1^\circ$

a (mm)	b (mm)	$ c $ (mm)	$ \delta $ ($^\circ$)	$ h $ (mm)
3.488	1.233	∞	12.56	∞
3.52	1.24	11.0	12.4	2.44
3.55	1.26	7.80	12.3	1.72
3.61	1.29	6.32	12.0	1.40
3.72	1.35	5.30	11.6	1.16
3.80	1.40	4.97	11.2	1.09
3.92	1.48	4.70	10.7	1.03
4.05	1.57	4.58	10.2	0.99
4.19	1.66	4.55	9.7	0.97
4.34	1.75	4.58	9.2	0.96
4.49	1.84	4.63	8.8	0.95
4.71	1.96	4.76	8.2	0.97
4.90	2.05	4.90	7.7	0.99

た。

結果と考察

計算の結果得られた、編組の3つの条件をほぼ同時に満足する、 a , b , $|c|$, $|\delta|$, $|h|$ の値を Table 1 に示す。

同表の最下行の数値は、 $a=|c|$ となる場合であり、この時片子糸軸が描く楕円の長半径 a , 短半径 b はともに

Fig. 4. Relation between the semimajor axis a and the semiminor axis b , the coefficient $|c|$, the rotated angle $|\delta|$, the parallel moved distance $|h|$, when $r_0=1.00$ mm.

最大となり、楕円軸の交角 $2|\delta|$ は最小となる。 $a \leq |c|$ の条件があるから、 $a=|c|$ となるこの場合を、三子撚糸の Twisting Limit^{2,3)} に倣って、編索の限界 (Braiding Limit) と呼ぶことにする。

これとは反対に、最上行の数値は、 $|c|$ が無限大となる場合であり、この時片子糸の Y - Y 断面は半径 1 mm の

Fig. 5. Cross-sections of a 8-strand braided rope drawn by X-Y plotter, when $a=3.80$ mm, $b=1.40$ mm, $r_0=1.00$ mm, $|c|=4.97$ mm, $|\delta|=11.2^\circ$ and $|h|=1.09$ mm.

Fig. 6. Cross-sections of the actual 8-strand braided rope used in a previous paper.¹⁾ Open circles denote the positions of tracer yarns in each section.

円となるから、片子糸は真直ぐな針金と同じと見なし得る。従って、この場合の問題は、8 個の等円が同一平面上でお互いに重ならず、決められた楕円軌道上を進むための条件を見出すことと同じであり、この解は次式から求められる。すなわち $c(>0)$ が無限大の時には

$$\left. \begin{aligned} (1 + \tan 2t) (\tan 2t \sin 2t + \cos 2t) &= \tan 2t \\ 0 < t < 90^\circ \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

である t に対して、 $a, b, \delta(>0)$ は

$$\left. \begin{aligned} \tan 2\delta &= 1 + \tan 2t \\ a &= \cot \delta - 1 \\ b &= \tan \delta + 1 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

で与えられる。(13) 式を満足するのは $t=76.02^\circ$ であり、これより $\delta=12.56^\circ$, $a=3.488 \text{ mm}$, $b=1.223 \text{ mm}$ を得る。この時、楕円は最小で楕円軸の交角は最大となる。このように $|c|$ が無限大の時には、他の場合と違って、 $a, b, |\delta|$ の値を計算によって求めることができる。

Table 1 の値を使って、 a と $b, |c|, |\delta|$ との関係を図示したのが Fig. 4 である。 a と b, a と $|\delta|$ の関係は直線にかなり近く、 $|c|$ の値は、 a が 3.7 mm 以下になると急激に大きくなることがわかる。 $|h|$ の値も a に対して $|c|$ と同じような傾向を示す。この各曲線の縦の組合わせが編組の三つの条件を同時に満足する。Fig. 5 は、

Table 1 の $a=3.80 \text{ mm}$, $b=1.40 \text{ mm}$, $r_0=1.00 \text{ mm}$, $|c|=4.97 \text{ mm}$, $|\delta|=11.2^\circ$, $|h|=1.09 \text{ mm}$ の場合について、(1)~(12) 式を使い、 X 軸の正の方向を手前にした時の 8 本の片子糸の外郭線とその任意の高さにおける片子糸の断面形状 (S1~S9) を、 X - Y プロッターで描いたものである。断面図の片子糸につけた番号は Fig. 1 の写真と同じにしてある。図から明らかなように、S1, S5, S9 断面で条件 1, 2 を満足し、またどの断面においても条件 3 をも満足し、編組が完成している。Table 1 の他の行についても同様の図が描けるから、この図を描くのに使った三つの条件が編組の必要十分な条件と言える。ここで、編組の三つの条件を、この作図の結果に照らして言い換えると、条件 1 は 1 組をなす 2 本の片子糸が重ならずに接するための条件であり、条件 2 は同じ燃の 2 組の片子糸が $1/2$ 回転毎に 1 回接するための条件、また条件 3 は燃の異なった 2 組の片子糸が $1/4$ 回転の間に 2 回接するための条件であると言える。すなわち、8 本の片子糸はこれらの接点で支持されて編索ロープを構成していると言える。

Table 1 の数値を、前報¹⁾ で得た測定値 ($a=4.85 \text{ mm}$, $b=1.60 \text{ mm}$, $r_0=1.52 \text{ mm}$, $|c|=6.37 \text{ mm}$) と比較すると、 $|c|/r_0=4.19$ であるから、 $|c|$ は最小値に近い値、 a, b に

についても, $a/r_0=3.19$, $b/r_0=1.05$ で最小値に近い値になっている。また Fig. 2 で $2|\delta|$ は 25° 前後であるから, $|\delta|$ は最大値に近い値である。このように実際のロープでは, ここで求めた数値の組み合わせ通りにはなっていない。その値も a , b , $|c|$ については実際のロープの方が小さい。また, Fig. 6 は, 同じく前報¹⁾ で使用した切片試料の, Fig. 5 とほぼ同じ $1/2$ 回転分の写真である。この写真では, Fig. 5 の S1 断面に見られるような, 1 番 2 番 (5 番 6 番) の片子糸の組と 7 番 8 番 (3 番 4 番) の片子糸の組との隙間は見られず, どの断面でも片子糸はお互いに接近しており, 4 組の片子糸が, この隙間を埋めるようにロープの中心方向へ移動している。従って, 実際のロープでは, 片子糸がロープ軸の回りに描く楕円軌道は編組の条件から求まる楕円軌道よりも幾分小さくなる。しかし, 計算によって作図したロープ断面 Fig. 5

が, Fig. 6 の実際のロープ断面における片子糸の配置とほとんど同じであることから分かるように, 片子糸の編組は基本的に本報で求めた 3 つの条件に従うものと言える。

終わりに, 本研究を進めるのにあたり御指導いただいた北海道大学水産学部佐藤 修博士, 梨本勝昭博士に深甚の謝意を表する。

文 献

- 1) 山本勝太郎: 日水誌, **52**, 1905–1911 (1986).
- 2) P. S. Gracie: *J. Text. Inst.*, **51**, T271–T288 (1960).
- 3) K. Yamamoto: *Nippon Suisan Gakkaishi*, **47**, 1443–1445 (1981).