魚肉の一方向の冷凍 I.

岡 田 光 世

(水産講習所)

Linear Refrigeration of Fish Flesh. I.

Mituyo OKADA

SYNOPSIS

It was tried to overcome the difficulty, encountered in the integration of the equation of refrigeration, by means of numerical calculations. As an example, the method was applied to the case of a plate-like flesh of fish, cooled on one face according to NEWTON's law and insulated on the other.

魚肉の冷凍に関する微分方程式を解くことが困難な理由は、言ふ迄もなく潜熱、比熱、熱傳導度等が温度の函数として少々複雑に變る爲である。此處には此の困難を初歩的な數値計算法に依つて補ひ近似解を得る方針に就いて述べる。

魚肉の一次元冷凍方程式は $-\theta$ を温度、 t を時間、 x を魚肉の深さとする

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) = \frac{\partial \mu q}{\partial t}$$

で與へられる。 μ は魚肉の密度、 q は單位質量の温度を 0°C 迄戻すに要する熱量で、 ρ_0 を初めの水分 (質量比)、 $L - \alpha\theta$ を氷の融解熱、 c 及び c' を水及び氷の比熱、 $-\theta_c$ を魚肉の氷點 ($^\circ\text{C}$) とすると、

$$\frac{\mu q}{\rho_0} = c\theta_c + L\theta_c \left(\frac{1}{\theta_c} - \frac{1}{\theta} \right) - (\alpha - c + c')\theta_c \log \frac{\theta}{\theta_c} + c'(\theta - \theta_0), \quad (2)$$

と表はされる⁽¹⁾。 $F(\theta) \equiv L \frac{\theta_c}{\theta^2} + (-\alpha + c - c') \frac{\theta_c}{\theta} + c'$ と置くと (1) は次の如くなる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) = \rho_0 F(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial t}. \quad (3)$$

熱傳導度 k が如何に温度で變るかは 尙吟味する餘地もあるが、或る種の魚に於ては氷點以下で大體

$$k = K - \beta \frac{\theta_c}{\theta}, \quad K, \beta \text{ は常數}, \quad (4)$$

のやうな形に表はされる⁽²⁾。

平板狀の魚肉を考へ、之を深さ Δx づきの層に分けてその境界面を夫々 $x_i = x_0 + i\Delta x$ [$i = 0, 1, 2, \dots, n$] と置いて $x = x_i$ で表はす。魚肉はその一面 $x = x_0$ で冷媒に接し、他の一面 $x = x_n$ は、側面と共に絶縁されてゐると考へる。 $x = x_i$ に於ける温度を $-\theta_i$ で表はし、一

(1) 岡田光世：鹽水冷凍の物理的研究 水講試報 24 (2), 昭和 4, 61~78.

(2) 小川朋次郎：冷凍に依る魚肉の熱傳導度の變化 II. 本誌本號, 163~164.

定の小時間 Δt 後に $-\theta_i - \Delta\theta_i$ に變るとする。更に各層の中央の溫度を近似的に $-\theta_i' = -\frac{1}{2}(\theta_i + \theta_{i+1})$ で、 $x = x_i$ に於ける Δt の間の平均溫度を $-(\theta_i + \frac{1}{2}\Delta\theta_i)$ で表はせば、(1) は

$$\left\{ k(\theta_{i-1}') \left(\theta_{i-1} - \theta_i + \frac{1}{2}\Delta\theta_{i-1} - \frac{1}{2}\Delta\theta_i \right) - k(\theta_i') \left(\theta_i - \theta_{i+1} + \frac{1}{2}\Delta\theta_i - \frac{1}{2}\Delta\theta_{i+1} \right) \right\} \cdot \left(\frac{1}{\Delta x} \right)^2 \\ = \rho_0 F(\theta_i) \Delta\theta_i / \Delta t, \quad [i=1, 2, \dots, n-1] \quad (5)$$

となる。境界條件として、 $x = x_0$ に於ては NEWTON の法則に従つて冷却が行はれるとすると、外圍の溫度を $-\theta_0$ 、 h' を常數として、

$$\left\{ h' \left(\theta_0 - \theta_0 - \frac{1}{2}\Delta\theta_0 \right) \cdot \Delta x - k(\theta_0') \left(\theta_0 - \theta_1 + \frac{1}{2}\Delta\theta_0 - \frac{1}{2}\Delta\theta_1 \right) \right\} \cdot \left(\frac{1}{\Delta x} \right)^2 = \frac{1}{2} \rho_0 F(\theta_0) \Delta\theta_0 / \Delta t \quad (6)$$

又 $x = x_n$ は絶縁されてゐるから、

$$k(\theta_{n-1}') \left(\theta_{n-1} - \theta_n + \frac{1}{2}\Delta\theta_{n-1} - \frac{1}{2}\Delta\theta_n \right) \cdot \left(\frac{1}{\Delta x} \right)^2 = \frac{1}{2} \rho_0 F(\theta_n) \Delta\theta_n / \Delta t \quad (7)$$

と書ける。(5), (6), (7) に於て k, F は Δt の間變らないと見做してあるが、此の點は嚴密を要する場合には適當でない。然し其の場合には平均溫度も上記の形では不充分になる。

或る時刻に於ける溫度の分布が分つてゐると、(5), (6), (7) の $n+1$ 箇の一次聯立方程式を解いて Δt の間の變化を與へる $n+1$ 箇の $\Delta\theta_i$ を計算し得る。

Δt の大さを適當に選ぶことは實際計算を行ふ上に重要である。之れには次のやうな考察の結果を利用するのが便利である。先づ初めに簡單の爲溫度は一樣に魚肉の氷點 $-\theta_c$ に一致してゐたとする。外部の層から漸次凍結して行く間内部の溫度は略々變らないで $-\theta_c$ に止まつてゐると考へられる。 i 番目の層の内側が凍り始めてから Δt 後に $i+1$ 番目の層の内側まで凍結が進む間に起る變化を考へると (第 1 圖)、面 $x = x_i$ を通して流出する熱量は近似的に單位面積について $k(\theta_c) \frac{\Delta\theta_i}{\Delta x} \Delta t$ 、 i 層から取り去られた熱量は $\frac{1}{2} \rho_0 F(\theta_c) \Delta\theta_i \cdot \Delta x$ と考へられるから

$$\frac{1}{2} \rho_0 F(\theta_c) \Delta\theta_i \cdot \Delta x = k(\theta_c) \frac{\Delta\theta_i}{\Delta x} \Delta t, \\ \Delta t = \frac{1}{2} \frac{\rho_0 (L - \alpha\theta_c + c\theta_c)}{k(\theta_c)\theta_c} (\Delta x)^2 \quad (8)$$

となる。即ち Δx を等しくして置くと Δt はどの層に就いても一定となる。之れは凍結層の厚さは時間と共に一定の速さで増すことを示す。 Δx を任意に定め (8) に依つて Δt を計算して (5), (6), (7) の計算に用ひることが出来る。(5), (6), (7) では (8) を導いたと同じ場合に内部の層からの熱の流入も考慮に入れてあるから、上述の凍結速度が一定になるといふ結果は (5), (6), (7) の計算の結果に嚴密には當嵌らないが、近似的には後述の例に示すやうに尙成り立つと言へる。

實際の計算を行ふ場合には (5), (6), (7) に於て

$$k(\theta_i') \cdot (\Delta t / (\Delta x)^2) = k_i, \quad \rho_0 F(\theta_i) = f_i, \quad h' \cdot (\Delta t / \Delta x) = h, \quad \frac{1}{2} \Delta\theta_i = \Delta_i$$

と簡単に書換へて纏めると、

第 1 圖

$$\left. \begin{aligned}
 h(\theta_e - \theta_0) - k_0(\theta_0 - \theta_1) &= (f_0 + h + k_0)\Delta_0 - k_0\Delta_1, \\
 k_0(\theta_0 - \theta_1) - k_1(\theta_1 - \theta_2) &= -k_0\Delta_0 + (2f_1 + k_0 + k_1)\Delta_1 - k_1\Delta_2, \\
 k_1(\theta_1 - \theta_2) - k_2(\theta_2 - \theta_3) &= -k_1\Delta_1 + (2f_2 + k_1 + k_2)\Delta_2 - k_2\Delta_3, \\
 &\dots\dots\dots \\
 k_{n-1}(\theta_{n-1} - \theta_n) &= -k_{n-1}\Delta_{n-1} + (f_n + k_{n-1})\Delta_n.
 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

となるから、此のうち初めの式から Δ_1 を Δ_0 の式で表はし、第 2 式に代入して Δ_2 を Δ_0 で表はし、以下順次代入して $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ を Δ_0 で表はすと、最後の式に代入することによって Δ_0 が決まり、 $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ を決定することが出来る。又逆に他の Δ_i を Δ_n で表はし最初の式に代入して Δ_n を決定してもよい。

計算の結果の一例を第 2 圖に示す。小川氏の測定のうちブリに関する結果に基づいて、 $k = (3.3 - 2.47/\theta) \times 10^{-3}$ gr-cal/gr. cm. sec. $^{\circ}\text{C}$, $-\theta_c = -1.3^{\circ}\text{C}$, とし、 $L = 80$ gr-cal/gr, $\alpha = 0.62$ gr-cal/gr. $^{\circ}\text{C}$, $c = 1.01$ gr-cal/gr. $^{\circ}\text{C}$, $c' = 0.45$ gr-cal/gr. $^{\circ}\text{C}$, $\mu = 1.05$, $\rho_0 = 0.73$, $\Delta x = 0.5$ cm とした。(8) によつて $\Delta t \approx \frac{3}{8} \times 10^4 \text{ sec} = 1 \text{ h } 2 \text{ m } 30 \text{ sec}$ を得る。 h' は媒質の状態で異なり、決定し難いから任意に $h = 6$, $h' = 8 \times 10^{-4}$ gr-cal/gr. cm. sec. $^{\circ}\text{C}$ と置いた。これは魚肉面の冷却が面に接して厚さ約 0.6 cm の齊流鹽水層を通しての熱傳導に依つて行はれる場合に當る。尙 $-\theta_c = -11.3^{\circ}\text{C}$, $n = 4$ とした。

第 2 圖の結果は實測の冷凍曲線⁽³⁾と比較すれば、實際に於ける冷凍進行状態の大様を矛盾なく示してゐるものと言へよう。たゞ最初魚肉がその氷點と同じ溫度に在るといふ假定は一般的でない。凍り始めの變化を如何に取扱ふかといふ問題は後報に譲る。

(3) 例へば岡田光世前出 67 頁及び 69 頁掲出の茂貫詳次氏の測定結果。