ブレストストロークのプロペラのような キック推力の解析方法

The analytical method of kick thrust like a propeller in breaststroke.

竹島 良憲 (Yoshinori TAKESHIMA)

株式会社ベース

(abstract)

Kicking like a propeller in breaststroke is nowadays widely used by breaststrokers. Maglischo⁵⁾ explains that a breaststroker kicks until legs are stretched straightly to generate thrust, drawing a semicircle with both legs like a propeller. It is said that the breaststroke kick like the propeller is supposed to generate big thrust. But in the process of this study, the calculation result of propeller-like kick thrust revealed that enough thrust does not occur in the usual propeller theory. It seems that the application of Dynamic Stall is to be supposed to generate enough thrust to apply the second law of Newton. The purpose of this study is to obtain the method for the analysis of this big thrust using Dynamic Stall.

Key words: breaststroke, kick, dynamic stall

1. はじめに

水泳の研究については数多くの力学的研究が行われているが、多くは手部、腕部に発生する推力の研究であり、キックによる足部、脚部に発生する推力の研究は少ない。中島ほか¹⁴⁾は、全身の剛体動力学と非定常流体力を考慮した水泳人体シミュレーションモデルを開発し、足部、脚部に発生する推力についても研究している。この開発においては手部、腕部及び足、脚部及び胸部、腰部、臀部等を21個の体節に分割して、それぞれの部位を楕円錐台で近似し、それらが接続した身体モデルによりクロールのシミュレーションを行っている。シミュレーションを行うにあたり、楕円錐体の組み合わせにより人体の四肢をモデル化した四肢模型を水中で非定常運動させて実験を行い、流体力係数を求めて流体力を計算している。さらに Nakashima¹²⁾は、平泳ぎ、背泳ぎ及びバタフライの解析も同様の手法で行い、泳速度と流体力のシミュレーションを行っている。

本研究においては、公にされている平板、円柱及び直方体等の流体力係数を利用し、これらを組み合わせて足、脚をモデル化し、ブレストストロークのプロペラのようなキックにより発生する推力を研究対象としている。ブレストストロークのプロペラのようなキックは、多くのスイマーが行っている。マグリシオ⁵⁾は、プロペラのように両方の足で半円形を描きながら、脚はほぼ真っ直ぐになるまで伸ばされるキックは、プロペラの考え方により推力が発生すると解説している。ブレストストロークのキックは、大きな推力が発生すると一般的に言われているが、プロペラのようなブレストストロークのキックにプロペラ理論を適用しても、キャッチからインスリーブへの過渡期に足の推力は十分に発生せず、身体の水の抵抗にバランスするキック推力が得られないケースもある。動的失速をプロペラ理論に適用すると、通常のプロペラ理論よりも大きくキック推力が発生すると予想される。本研究については流体力学により、動的失速をどうプロペラ理論に適用すれば、大きなキック推力が発生す

るのか、その解析方法を取得することを目的とする。

2. 方法

2.1 データの取得：日本水泳連盟監修の「ビデオ水泳シリーズ」の「平泳ぎ」をデータとして利用した。スイマーは、バルセロナオリンピックのゴールドメダリストである。このビデオは、プールの底に敷かれたレール上を動くカメラで撮影されたものと考えられ、スイマーを斜め下側の側方から及び斜め下側後方から撮影したビデオを1/30秒でデジタル化し、プリントした写真をノギスで計測し、データを作成した。推力の計算に必要なスイマーの身体の数値等については、資料によれば身長159cm、体重48kgと記載されており、この体形に近い女性に必要な寸法、形状を自ら計測してもらい、それらをデータとして利用する。この女性は、身長159cm、体重49kgであった。

2.1.1 画像データ解析のための座標の定義：Fig.1は、スイマーの進行方向を x 軸正方向にとった右手系の x 軸、 y 軸、 z 軸の3次元デカルト座標である。

2.1.2 各セグメントの定義と基準長さの設定：スイマーの脚の各セグメント（体節）間の長さは、膝と踵の長さを r_{kh} 、踵とつま先の長さを r_{ht} で表す。脚の各セグメント基準長さの設定は、膝と踵のセグメントが x 軸に平行と見なせ、かつ、踵とつま先のセグメントが z 軸に平行と見なせる $x-z$ 面の写真を選定し、その x 軸の基準長さを x_{skh} とし、 z 軸の基準長さを z_{sht} とする。次に $y-z$ 面の写真についても同様に選定し、その y 軸の基準長さを y_{sht} 、 z 軸の基準長さを z_{skh} とする。これら2枚の写真から基準長さ x_{skh} 、 z_{sht} 、 y_{sht} 及び z_{skh} をノギスにより計測し、計測された長さ r_{kh} 及び r_{ht} を基準長さで割ったそれぞれの定数（倍率）は、(1)、(2)、(3)、(4)で表せる。(1)及び(2)

の右辺は、 $x-z$ 平面の定数であり、スイマーとカメラの距離が同じであるため、定数は等しいと見なせ、 c_{xz} と置くことができる。同様に(3)及び(4)の右辺は、 c_{yz} と置くことができる。しかし、 $x-z$ 平面と $y-z$ 平面のスイマーとカメラの距離は異なるため、 c_{xz} と c_{yz} は異なった定数である。

$$r_{kh} / x_{skh} = c_{xz} \quad (1) \quad r_{kh} / z_{skh} = c_{xz} \quad (2)$$

$$r_{ht} / y_{sht} = c_{yz} \quad (3) \quad r_{ht} / z_{skh} = c_{yz} \quad (4)$$

2.1.3 画像データ取得：スイマーの $x-z$ 平面の各写真から、それぞれのセグメント r_{kh} 及び r_{ht} の x 軸写真長さ及び z 軸写真長さを計測し、 c_{xz} を掛けて r_{kh} 及び r_{ht} の x 軸投影実長さ x_{kh} 及び z 軸投影実長さ z_{ht} を求める。また、同様に $y-z$ 平面についても y 軸投影実長さ y_{ht} 及び z 軸投影実長さ z_{kh} を求める。これらのデータについて、 $y-z$ 平面の写真の y 軸写真長さ及び z 軸写真長さを $x-z$ 平面の写真の長さになるよう補正した。

2.1.4 泳速度データの取得方法：泳速度については、2.3.6項に記載しているとおり、プロペラのようなキックをしている微小時間においては、腰から上の部分には目立った動きがないため、スイマーの体の基準点を腰骨付近で水着の端部と大腿部との際に設定する。この基準点が、スイマー側方に写し出されているプールの壁のタイルを基準時間内(1/30秒)にどれだけ距離を移動しているか計測し、計測泳速度 U_x を求める。

2.2 キックの Stick Picture：取得したデータをデカルト座標上にプロットして作成した、 $x-z$ 平面の Stick Picture（以下「SP」と略す）をFig.2-1、 $y-z$ 平面のSPをFig.2-2に示す。Fig.2-1及びFig.2-2の個々のSP No.を用いて、アウトスweep（以下「OS」と略す）：SP No.1～No.3、キャッチ（以下「CH」と略す）：SP No.3～No.5、インスweep（以下「IS」と略す）を前段のIS：SP No.5

Fig.1 The coordinate system of her foot.

Fig.2

～No.7と後段のIS：SP No.7～No.8に区分する。

2.3 解析の方法：2.3.1 泳加速度：Fig.6における計測泳速度 U_x に最小二乗法（遠藤）⁴⁾ を適用して求めた平滑化泳速度（以下「泳速度」と略す） U を時間の関数として3次の多項式で表し、この式をさらに時間で微分して泳加速度 a を求める。

2.3.2 3次元極座標の設定：Fig.1のとおりに静止した3次元デカルト座標上に、3次元極座標を設定し、この座標上にスイマーを固定する。なお、スイマーには速度 U の流れが、前方から流れてくるものとする。これらの3次元デカルト座標 (x, y, z) と3次元極座標 (r, θ, ϕ) の間には、(5), (6), (7) の関係が成り立つ。

$$x = r \cos \theta \cos \phi \quad (5) \quad y = r \cos \theta \sin \phi \quad (6)$$

$$z = r \sin \theta \quad (7)$$

3次元極座標 (r, θ, ϕ) 上に、動径方向に単位ベクトル $\vec{i}_r$ 、 θ が増す方向に単位ベクトル $\vec{i}_\theta$ 、 ϕ が増す方向に単位ベクトル $\vec{i}_\phi$ 及び補助単位ベクトル $\vec{e}$ を設定する。これらの $\vec{i}_r$ と $\vec{i}_\theta$ と $\vec{i}_\phi$ 及び $\vec{e}$ には (8), (9), (10), (11) の関係が成り立つが、 $\vec{e}$ は消去しておく（守屋・鷺津久）¹³⁾。

$$\vec{i}_r = \vec{e} \cos \theta + \vec{k} \cos (\pi/2 - \theta) \quad (8)$$

$$\vec{i}_\theta = -\vec{e} \sin (\pi/2 - \theta) \quad (9)$$

$$\vec{i}_r = \vec{j} \sin (\pi/2 - \phi) - \vec{i} \sin \phi \quad (10)$$

$$\vec{e} = \vec{i} \cos \phi + \vec{j} \cos (\pi/2 - \phi) \quad (11)$$

2.3.3 足の裏の回転：2.3.3 (1) 足の裏面の回転角：Fig.1の原点 o' と単位ベクトル $\vec{i}_\phi$ で構成される平面を基準面とし、踵の端を原点 o' に置き、この平面に足の裏面を一致させる。また、Fig.2-3のとおりの回転軸を $\vec{i}_r$ として、 $\vec{i}_\phi$ を右ねじの方向に角 ψ_0 だけ回転した単位ベクトルを $\vec{i}'_\phi$ とする。このとき座標軸回転の公式から (12), (13) が成り立ち、 $\vec{r}_{ht}$ は、回転軸 $\vec{i}_r$ に関して (14) が成り立つ。

$$\vec{i}'_\theta = \vec{i}_\theta \cos \psi - \vec{i}_\phi \sin \psi \quad (12)$$

$$\vec{i}'_\phi = \vec{i}_\phi \cos \psi + \vec{i}_\theta \sin \psi \quad (13)$$

$$\vec{i}_{ht} = r_{ht} \vec{i}_r \quad (14)$$

2.3.3 (2) 回転角基準値：キックの推力を計算するためには、Fig.3-1に示す足の裏面に入る $\vec{V}_{nht}$ の大きさとその迎角 α_{ht} （池端）⁷⁾ を算出する必要があるが、Fig.1の3次元極座標上で足の裏面はどの方向を向いているか、Fig.2-3の回転角 ψ を計測する必要があるが、「キックの動きが速く、かつ、ビデオの解像度が劣る。」及び「斜め下側の側方及び斜め下側の後方から撮影されている。」ことから、 ψ を読み取ることは困難である。このため、膝-

踵ベクトル $\vec{r}_{kh}$ は、Fig.2-3における足の裏面上に存在する単位ベクトル $\vec{i}'_\phi$ と基本的に垂直であると仮定し、回転角基準値 ψ_0 を求める。この仮定によりベクトルの内積に関する (15) が成立する。また、(15) の $\vec{r}_{kh}$ は、(16) で与えられる。次に (13) の $\vec{i}'_\phi$ に (9) と (10) を代入して、 $\vec{i}$ 、 $\vec{j}$ 、 $\vec{k}$ で表す。さらに $\vec{i}'_\phi$ と (16) を (15) に代入して ψ_0 について整理すると (17) となる。したがって回転角基準値 ψ_0 は、(17) から求めることができる。ただし、(17) の A 、 B 、 ξ については、機械工学便覧 数学¹¹⁾の公式による。

$$(\vec{r}_{kh} \cdot \vec{i}'_\phi) = 0 \quad (15)$$

$$\vec{r}_{kh} = \vec{r}_{oh} - \vec{r}_{ok} = \vec{i}(x_{oh} - x_{ok}) + \vec{j}(y_{oh} - y_{ok}) + \vec{k}(z_{oh} - z_{ok}) \quad (16)$$

$$A \cos \psi_0 + B \sin \psi_0 = \sqrt{A^2 + B^2} \sin (\xi + \psi_0) \quad (17)$$

2.3.3 (3) 足の裏面の回転角補正：今にも蹴り出されようとしている写真（高橋）¹⁶⁾ は、Fig.2-1又はFig.2-2に示すスイマーのSP No.4のCH初期と考えられ、足の裏面の方向（Fig.2-3のベクトル $\vec{N}$ の方向）は、Fig.1の x' 軸負の方向に、僅かに傾けられているのを確認できる。即ち、(18) で回転角 ψ を定義するが、上記写真における蹴り出し時の ψ は、Fig.2-3の回転角基準値 ψ_0 から、さらに回転角補正值 ε だけ回転されている。なお、この ε の値は、SP No.によっても、スイマーによっても異なると考えられる。

$$\psi = \psi_0 + \varepsilon \quad (18)$$

2.3.4 足に発生する推力：2.3.4 (1) 足モデル：Fig.3-3に示す足のモデルは、足と呼称する踵-つま先部、踝と呼称する踵部、及び脛と呼称する膝-踵部の3つの部位から構成される。足は3次元平板翼、踝は3次元直方体、及び脛は大腿部と踝で挟まれているため2次元円柱とする。これら各部位は、流体力学上の計算を容易にするため、流れによる相互の干渉のないそれぞれが独立して存在する形態を考える。

2.3.4 (2) 踵-つま先ベクトルに垂直に入る流れの速度：CHから足をプロペラのように回転させながら後方に蹴り出すときに、Fig.3-1に示す踵-つま先ベクトル $\vec{r}_{ht}$ に垂直に入る流れの速度 $\vec{V}_{nht}$ を (19) として求め、足に発生する推力の計算に使用する。このため、右足 r_{ht} の中点をFig.1の原点 o に対する位置ベクトル $\vec{r}_{amht}$ で表すと (20) で表される。さらに $\vec{r}_{amht}$ は、 r_{amht} をスカラーとすると、(21) のとおり表せる。ここで右足 r_{ht} の中点が、 x 軸負方向に蹴り出される速度 $\vec{V}_{ht}$ は、(21) を時間 t で微分すると (22) として求めることができる。

Fig.3-1 Flow field around the sole of the foot.

Fig.3-2 Flow field around the shin.

Fig.3-3 Foot model composed of a rectangular solid and a cylinder.

$$\vec{V}_{nht} = \vec{i}VA_{nht} + \vec{j}VB_{nht} + \vec{k}VC_{nht} \quad (19)$$

$$\vec{r}_{amht} = 1/2(\vec{r}_{oh} + \vec{r}_{ot}) \quad (20)$$

$$\vec{r}_{amht} = r_{amht} \vec{i}_r \quad (21)$$

$$\vec{V}_{ht} = d\vec{r}_{amht}/dt = d/dt(r_{amht} \vec{i}_r) = \vec{i}_r dr_{amht}/dt + r_{amht} d\vec{i}_r/dt \quad (22)$$

(22) の $d\vec{i}_r/dt$ は, (8) を時間 t で微分し, (9) 及び (10) を代入し整理して, $\vec{i}_\theta, \vec{i}_\phi$ に戻すことにより得ることができる. ここで泳速度は, $\vec{U} = U\vec{i}$ ($U > 0$) であるが, 負方向へ足の動く速度 $\vec{V}_{ht}$ と静止した体に負方向に速度 $-\vec{U}$ で流れが入る速度の差として, (23) の $\vec{V}_{ht}$ を考える必要がある. ここで (23・a) に (8), (9), (10) を代入し, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ で整理する.

$$\vec{V}_{ht} = \vec{V}_{ht} - (-U) = \vec{V}_{ht} + U\vec{i} \quad (23)$$

$$\vec{V}_{ht} = \vec{i}_r dr_{amht}/dt + \vec{i}_\theta r_{amht} d\theta_{amht}/dt + \vec{i}_\phi r_{amht} d\phi_{amht}/dt + U\vec{i} \quad (23 \cdot a)$$

ここで右足 r_{ht} の中点が, x 軸負方向に蹴り出されるとき, $\vec{V}_{ht} = -\vec{V}_{nht}$ により, この中点に入る流れの速度に変換する. Fig.3-1 において $\vec{V}_{ht}$ と $\vec{r}_{ht}$ とのなす角を γ_{ht} とすると, (24) の内積が成り立ち γ_{ht} を求めることができ, さらに (25) から未知数 δ_{ht} を求める.

$$(\vec{V}_{ht} \cdot \vec{r}_{ht}) = abs(\vec{V}_{ht}) \times abs(\vec{r}_{ht}) \cos \gamma_{ht} \quad (24)$$

$$\gamma_{ht} + \delta_{ht} = \pi/2 \quad (25)$$

既知数である $\vec{V}_{ht}$ と未知数である $\vec{V}_{nht}$ とのなす角を δ_{ht} とし, 内積で表すと (26) となる. Fig.3-1 から $\vec{V}_{ht}, \vec{V}_{nht}, \vec{r}_{ht}$ には, 外積と内積を使用した (27), (28) の関係が成り立つことが分かる. なお, (27) が成り立つとき, $\vec{V}_{ht}, \vec{V}_{nht}, \vec{r}_{ht}$ の 3 つのベクトルは, 一平面内に存在する (安達)¹⁾. (26), (27), (28) から構成される方程式を連立させて解き, (19) の $\vec{V}_{nht}$ の成分である未知数 $VA_{nht}, VB_{nht}, VC_{nht}$ を求めることができる.

$$(\vec{V}_{ht} \cdot \vec{V}_{nht}) = abs(\vec{V}_{ht}) \times abs(\vec{V}_{nht}) \cos \delta_{ht} \quad (26)$$

$$((\vec{V}_{ht} \times \vec{r}_{ht}) \cdot \vec{V}_{nht}) = 0 \quad (27)$$

$$(\vec{V}_{nht} \cdot \vec{r}_{ht}) = 0 \quad (28)$$

2.3.4 (3) 足の裏に入る流れの迎角: Fig.3-1 において足の裏に入る流れの迎角 α_{ht} は, 踵一つま先ベクトル $\vec{r}_{ht}$ に垂直に入る流れの速度ベクトル $\vec{V}_{nht}$ と単位ベクトル $\vec{i}_\phi''$ とのなす角として定義される (池畑)⁷⁾. この単位ベクトル $\vec{i}_\phi''$ は, 2.3.3 (3) 項に記載しているとおり, Fig.2-3 に示す (18) の回転角補正值 ε を考慮しているため, (18) の ψ に対応する $\vec{i}_\phi''$ の計算は, (13) の $\vec{i}_\phi'$ に対する ψ を (18) の ψ と読み替えて, $\vec{i}_\phi'$ を $\vec{i}_\phi''$ として計算する必要がある. したがって迎角 α_{ht} を内積で表すと (29) となる. (19) から決まる $\vec{V}_{nht}$ は, 2.3.4 (2) 項の一連の方法により計算できる. また, (17) から決まる ψ_0 及び (42) から決まる ε により (18) の ψ が定まるため, $\vec{i}_\phi''$ は (13) より計算でき, その結果 (29) から, 速度ベクトル $\vec{V}_{nht}$ と単位ベクトル $\vec{i}_\phi''$ とのなす角として, α_{ht} を計算できる.

$$(\vec{V}_{nht} \cdot \vec{i}_\phi'') = abs(\vec{V}_{nht}) \times abs(\vec{i}_\phi'') \cos \alpha_{ht} \quad (29)$$

2.3.4 (4) 通常のプロペラ理論により足に発生する推力: 翼素理論による通常のプロペラ理論を適用して, 足に発生する推力を計算する方法を以下に記載する. 山名・中口¹⁷⁾ によれば翼素理論を適用したプロペラ理論によりプロペラに生じる片足の推力 T_{sole} は, (35) により求めることができる. なお, 本研究においては, 通常のプロペラ理論により足に生じる推力 (以下「プロペラ理論による推力」と略す) と動的失速を適用したプロペラ理論により足に生じる推力 (以下「動的失速による推力」と略す) は, (35) の垂直力係数 $C_N(\alpha_{ht})$ (東)³⁾ の大きさの違いによるのみである. プロペラ理論による推力 T_{sole} を (35) で求めるにあたり, (29) で求まる足の迎角 α_{ht} から決まる垂直力係数を $C_N(\alpha_{ht})$ は, Fig.4 に示す 3 次元平板翼の $C_N-\alpha$ 曲線 (Jay M. Brandon)^{8), 9)} の○印のついた Static $C_N(\alpha_{ht})$ を適用する. なお, その他の $C_N(\alpha_{ht})$ は, 動的失速の垂直力係数を示す. また, (35) における ρ は水の密度, V_{nht} は (19) の翼への流入速度, S_{sole} は足モデルの 3 次元平板翼の翼面積 (翼上方あるいは下方からの投影断面積) である. さらに, (30) の x 軸方向成分の係数を表す N_{xht} を (35) に乗じ, x 軸方向の推力 T_{sole} として求める必要がある. N_{xht} についてであるが, Fig.2-3 における足の裏面に垂直な単位ベクトル $\vec{N}$ は, Fig.1 の軸負方向に常に向いている訳ではないため, 足に発生する推力を (35) から算出するにあたっては, 単位ベクトル $\vec{N}$ の x 軸成分を求める必要がある. 単位ベクトル $\vec{N}$ は, $\vec{N} = -\vec{i}_\theta''$ であるため, $\vec{N}$ は,

(12) により定義でき、 $\vec{N}$ の x 軸成分である N_{xht} は、(30) となる。

$$N_{xht} = \sin \theta_{ht} \cos \phi_{ht} \cos \psi - \sin \phi_{ht} \sin \psi \quad (30)$$

2.3.4 (5) 動的失速による推力：(35) から動的失速による推力 T_{sole} を計算する方法を以下に示す。なお、この T_{sole} も片足の推力である。(29) における足の迎角 α_{ht} から決まる垂直力係数 $C_N(\alpha_{ht})$ (東)³⁾ は、Fig.4 に示す 3 次元平板翼の動的失速を表す C_N - α 曲線 (Jay M. Brandon)^{8),9)} を適用する。動的失速 (東)²⁾ とは、翼が非定常運動をしているとき、剥離点が移動し、剥離迎角が変化し、したがって失速迎角が変わることであり、それによって最大揚力係数も変化する。非定常運動する翼を対象にするため、時間変化する迎角 α を時間で微分したものを、縦揺角速度 $\dot{\alpha}$ として表し、最大揚力係数を算定するときのパラメータとして着目する必要がある。本研究では、Jay M. Brandon et al.⁸⁾ による動的失速の実験方法を基礎にした方法を適用する。この実験は、3 次元平板翼の 40% cord を振動軸として、振動する迎角の平均値を $\alpha_0 = 12^\circ$ 、その振幅 a を 18° に設定して、風洞の中で一定の角振動数で振動させたものであると考えられる。このため時間変化する迎角 $\alpha(t)$ は (31) として表される。

$$\alpha(t) = \alpha_0 + a \sin \omega t = 12^\circ + 18^\circ \sin \omega t \quad (31)$$

$$\dot{\alpha}_{ht} = 18^\circ / 180^\circ \pi \omega \cos \omega t \quad (32)$$

本研究においては、 $\alpha(t)$ は $\alpha_{ht}(t)$ として度数法 “°” (度) で表し、 $\dot{\alpha}$ は $\dot{\alpha}_{ht}$ として度数法から弧度法に換算して表す。したがって $\dot{\alpha}_{ht}$ は角周波数 (rad / s) として算出する。足の 3 次元平板翼の動的失速にかかわる迎角 α_{ht} は、(29) による事前計算結果から 0° から 25° 程度と見積もることができる。この見積もりを基礎に角周波数の事前検討として、隣り合う SP の迎角 α_{ht} の差分 $\alpha_{remainder}$ (以下「 α_{re} 」と略す) を $1^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ$ 程度と仮定し、 $\alpha'_{re} = \alpha_{re} \times$

Fig. 4 Effect of reduced frequency on normal force coefficient, 3-D rectangular flat plate wing.

$1/(1/30) \times \pi / 180^\circ$ のとおり、 $1/30$ 秒で割算し、弧度法に直した α'_{re} の時間微分相当値を、(31) を時間微分した (32) の $\dot{\alpha}_{ht}$ に代入し、動的失速が予測される時間 t を $1/30$ 秒から $3/30$ 秒として数値解法的に ω を求めると、 ω は 1 rad / s から 11 rad / s 程度の範囲にあることが分かる。このため (31) における ω をパラメータとして、 1 rad / s から 11 rad / s までの範囲で変化させ、時間 t を独立変数として従属変数 $\alpha_{ht}(t)$ を計算し、パラメータ ω 毎に t - $\alpha_{ht}(t)$ のグラフを描く。本研究結果として (29) から得られる時間毎の迎角を t - $\alpha_{ht}(t)$ のグラフ上に載せ、これらのグラフに最も近い ω のグラフを見つけ、(31) を微分して (32) の $18^\circ / 180^\circ \times \pi \omega$ を便宜的な $\dot{\alpha}_{ht}$ (但し $\cos \omega t = 1$ とする。なぜなら (32) で便宜的な $\dot{\alpha}_{ht}$ とするために $t=0$ 秒付近の $\cos \omega t = 1$ が成立する (31) の $\alpha(12^\circ)$ のスタート部分を便宜的に代表させる。) として 1 個特定する。この $\dot{\alpha}_{ht}$ を無次元化した無次元縦揺角速度 $\dot{\alpha}_{NDht}$ (E.J.Jumper et al.)⁶⁾ で表すと (33) となる。 $\dot{\alpha}_{NDht}$ は、reduced frequency (L. Bernal et al.)¹⁰⁾ とも言われ、 k_{ht} で表すこともある。なお、ここで (33) における c は、翼コード (翼弦) を意味する足幅方向の長さであり、 V_{nht} は (19) の翼への流入速度である。また、アスペクト比 AR は、足の長さ方向である翼スパン (翼幅) を b 、翼面積 (翼上方あるいは下方からの投影断面積) を S とするとき (34) で表わされる。(35) の片足の推力計算式を適用するにあたり N_{xht} 、 ρ 及び S_{sole} については、2.3.4 (4) 項の「プロペラ理論による推力」による。

$$\dot{\alpha}_{NDht} = k_{ht} = c \dot{\alpha}_{ht} / 2V_{nht} \quad (33)$$

$$AR = b^2 / S \quad (34)$$

$$T_{sole} = C_N(\alpha_{ht}) 1/2 \rho V_{nht}^2 S_{sole} N_{xht} \quad (35)$$

2.3.4 (6) 踝に発生する推力：Fig.2-3 の単位ベクトル $\vec{i}_\phi$ は、踝に垂直と見なせる。したがって方向余弦の角度を α_{ankle} とするとき、 $\vec{i}_\phi$ と x 軸方向の単位ベクトル i との内積から方向余弦 $\cos \alpha_{ankle}$ を求めることができ、(19) の V_{nht} から踝の推力 T_{ankle} を (36) により計算できる。なお、 Cd_{ankle} は、踝の抵抗係数である。 S_{ankle} は、左右両側の踝を結ぶ仮想の軸方向からの踝の投影断面積である

$$T_{ankle} = Cd_{ankle} 1/2 \rho (V_{nht} \cos \alpha_{ht})^2 S_{ankle} \cos \alpha_{ankle} \quad (36)$$

2.3.5 脛に発生する推力：CH から足をプロペラのように回転させながら後方に蹴り出すときに、Fig.3-2 に示す膝と踵を結ぶ (16) の膝-踵ベクトル $\vec{r}_{kh}$ に垂直に入る流れの速度 $\vec{V}_{nkh}$ を (37) から求め、脛に発生する推力の計算に使用する。このため、線分 r_{kh} の中点を Fig.1 の原点 o

に対する位置ベクトル $\vec{r}_{amkh}$ で示し、この中点の速度を脛の動く速度 $\vec{V}_{kh}$ とする。但し、 $\vec{V}_{kh}$ は (38) による。(37) の $\vec{V}_{nkh}$ の成分である未知数 VA_{nkh} , VB_{nkh} , VC_{nkh} を (19) の $\vec{V}_{nht}$ と同様に求める。また、(23) の $\vec{V}_{ht}$ の誘導と同様に (38) を展開する。

$$\vec{V}_{nkh} = \vec{i}VA_{nkh} + \vec{j}VB_{nkh} + \vec{k}VC_{nkh} \quad (37)$$

$$\vec{V}_{kh} = d/dt(\vec{r}_{amkh}) - (-U\vec{i}) = d/dt(r_{amkh}\vec{i}_r) + U\vec{i} \quad (38)$$

脛の x 軸方向に発生する推力 T_{shin} を求めるため、 $\vec{V}_{nkh}$ と x 軸方向の単位ベクトル $\vec{i}$ との方向余弦 $\cos\beta_{kh}$ を求める必要があり、(39) から得ることができる。片脛の推力 T_{shin} は、(40) として表される。ただし、 Cd_{shin} は、膝と踝上部を結ぶ脛の抵抗係数として、2次元円柱の抵抗係数を使用する。 S_{shin} は、脛を示す円柱の長手方向に垂直な脛の正面方向からの円柱の投影断面積である。

$$\cos\beta_{kh} = VA_{nkh} / \sqrt{VA_{nkh}^2 + VB_{nkh}^2 + VC_{nkh}^2} \quad (39)$$

$$T_{shin} = Cd_{shin} \frac{1}{2} \rho V^2 S_{shin} \cos\beta_{kh} \quad (40)$$

2.3.6 身体に生じる抵抗：現時点において、プロペラのようなキックをしているときに、身体に発生する抵抗を研究したデータは発表されていないが、けのび姿勢の牽引抵抗 (高木ほか)¹⁵⁾ の実験的研究がある。この牽引抵抗は、(41) として、牽引速度 U (m/s) 牽引抵抗値 R (Kg_f) の関係で示されている。プロペラのようなキックをしているときの身体の動きについては、2.1 項に記載しているビデオを 1/30 秒でデジタイズしてプリントした写真を見ると、前に伸ばした両腕及び頭から腰までの上半身は、ほぼ真直ぐに伸び、かつ、水面に平行になっている。したがってプロペラのようなキックをしている微小時間においては、腰から上部には目立った動きがなく、主要な力として形状抵抗が発生していると考えられる。また、プロペラのように回転する脛や足は、推力を発生するため、後

方への蹴り出し速度が、泳速度 U (m/s) よりも大きいと考えられる。このため水の流れを受けて生起する抵抗は発生しない。しかし、両脚の大腿部は、後方への蹴り出し速度が、泳速度 U (m/s) よりも小さいことが、Fig.2-1 の SP の形状により予想され、けのびをするときの両脚の大腿部よりも、大きな抵抗が発生していると考えられる。しかし、脛や足が抵抗を発生しないため、この大腿部の抵抗が相殺され、けのび姿勢の牽引抵抗並みの抵抗値を示すと考えられる。したがって (41) の牽引抵抗をプロペラのようなキックをしているときの身体抵抗と見なして使用する。

$$R = 2.74U^{1.91} \quad (41)$$

2.3.7 総推力の計算：(42) の総推力 T は、(35) の T_{sole} , (36) の T_{ankle} , (40) の T_{shin} , (41) の R から構成される。 T と身体の慣性力 ma が、 $T \approx ma$ と見なせるまで、(18) の回転角補正值 ε 変更して、繰り返し T_{sole} 及び T_{ankle} を計算し、SP No. 毎に ε を決定する。

$$T = 2(T_{sole} + T_{ankle} + T_{shin}) - R \quad (42)$$

3. 結果と考察

3.1 泳加速度：Fig.7 の身体の泳速度 U は、最小二乗法を適用した時間の関数として、3次の多項式で求めており、泳加速度は、この式をさらに時間で微分して求めた。泳加速度は、身体の質量に泳加速度を掛けた慣性力と同じ曲線形状のため、慣性力で Fig.7 に示す。

3.2 足に発生する推力：**3.2.1 踵一つま先ベクトルに垂直に入る流れの速度の算出：**(19) の流れの速度 $\vec{V}_{nht}$ の速度成分 VA_{nht} , VB_{nht} , VC_{nht} の計算結果を Fig.6 に示す。

3.2.2 足の裏面の回転角基準値：(18) の回転角補正值を $\varepsilon = 0$ として、足の裏面の回転角基準値 ψ_0 を (17) か

Fig.5-1 The attack angle and the reduced frequency.

Fig.5-2 The search for attack angle pitching rate applied dynamic stall.

Fig.6 Velocity elements which flows into the foot and the shin.

Table ψ_0 , ε , ψ , N_{xht} & $\cos \beta_{kh}$

Stick Picture No.	1	2	3	4	5	6	7	8
ψ_0	-15°	-7°	-1°	20°	44°	54°	67°	59°
ε	8°	8°	8°	8°	3°	1°	2°	9°
ψ	-7°	1°	7°	28°	47°	55°	69°	68°
N_{xht}	0.12	0.012	0.13	0.47	0.74	0.85	0.95	0.89
$\cos \beta_{kh}$	-0.02	0.66	0.83	0.86	0.73	0.59	0.30	0.22

ら計算した結果を Table 示す。Table の計算結果を一例で確認すると、Table の SP No.4 は、計算値 $\psi_0=20^\circ$ であり、Fig.2-1 における読取値は、 18° 程度でありほぼ等しい。なお、SP No.1 ~ No.3 は、OS のため比較的 ψ_0 が小さい。SP No.4 から No.7 まで、(16) の $\vec{r}_{kh}$ は、足が x 軸負方向に蹴り出されて動くため、足の裏面は、Fig.1 の x 軸負方向を向くようになり、 ψ_0 が大きくなる。続いて No.8 の ψ_0 は、減少している。この理由は、Fig.1 の方位角である ϕ_{kh} が 180° に近づくと、足の裏面は、 x 軸負方向を向くようになり、その結果、足の裏面をあまり回転させる必要はなくなり、 ψ_0 は小さくなる。

3.2.3 足の迎角の算出：(35) の片方の足に発生する推力 T_{sole} の計算に当たっては、その計算式の右辺の構成要素を事前に求める。(29) により足モデルの 3 次元平板翼として迎角 α_{ht} を算出するが、実際の計算においては (29) のベクトル表示を 3 次元デカルト座標上の x 軸、 y 軸、 z 軸の成分に変換して α_{ht} を算出した結果を Fig.5-1 に示す。

3.2.4 プロペラ理論による推力の算出：(35) からプロペラ理論による推力 T_{sole} を算出するにあたり、Fig.5-1 に示す迎角 α_{ht} から決まる垂直力係数 $C_N(\alpha_{ht})$ は、Fig.4 から 2.3.4 (4) 項の「プロペラ理論による推力」に従って求める。(19) の流れの速度 $\vec{V}_{nht}$ については、Fig.6 に示す計算結果を使用する。また、足部の 3 次元平板翼の翼面積 S_{sole} については、計測した足裏の面積 S は、 0.0143m^2 であり、足の長さは 0.225m である。足の裏を、踵部とつま先から踵部までの足部に区分すると、計測した足裏の形状から踵部の長さは 0.090m であり、足部の長さは 0.135m となる。同様に踵部面積（足の裏面方向からの踵の投影断面積）は 0.00377m^2 であるため、足モデルにおける直方体の踵に相当する長さ（仮想の左右踝を結ぶ軸に垂直で、かつ、足の裏側方向からの接地面に平行な踵の投影長さ）を 0.090m とし、その直方体の踵の下部面積（接地面積） S_{heel} を 0.00377m^2 とする。また、つま先から踵部までの

足部の足裏面積は、 0.0105m^2 であり、足部の 3 次元平板翼の翼面積 S_{sole} は、 0.0105m^2 とする。また、足の長さ方向長さ方向の 3 次元平板翼のスパン b は、 0.135m となる。この結果、 S_{sole}/b から足幅方向長さの 3 次元平板翼のコード c は、 0.078m となる。さらに (30) から計算した N_{xht} を Table に示す。これらの構成要素から (35) により、プロペラ理論を適用した片方の足の推力 T_{sole} を算出した結果を Fig.7 に ● 印 (Sole thrust by normal propeller theory on one leg) として示す。

Fig.7 Thrust force to generate swimming velocity due to acceleration.

3.2.5 動的失速を適用するための reduced frequency の算出：Fig.5-2 は、 1rad/s から 11rad/s までの角周波数 ω をパラメータとして、(31) において時間 t を独立変数とし、 $0/30$ 秒から $5/30$ 秒まで $1/30$ 秒毎に変化させ、その従属変数 $\alpha(t)$ を縦軸として $t-\alpha(t)$ の関係をグラフに描いたものである。Fig.5-2 において Fig.5-1 の SP No.3 を $t=0$ 秒とすれば、 $1/30$ 秒後の迎角は $\alpha_{ht}=13^\circ$ であるため、パラメータの角周波数は $\omega=2\text{rad/s}$ となる。同様に $2/30$ 秒後の迎角は $\alpha_{ht}=22^\circ$ で $\omega=9\text{rad/s}$ 及び $3/30$ 秒後の迎角は $\alpha_{ht}=23^\circ$ で $\omega=7\text{rad/s}$ と読み取れるため、これらの $\omega=2\text{rad/s}$ 、 $\omega=9\text{rad/s}$ 及び $\omega=7\text{rad/s}$ の平均値 $\omega=6\text{rad/s}$ を、(31) を適用できる SP から想定した近似的な ω として一つ設定する。この ω を適用した reduced frequency

k (以下「 k 」と略す) を (43) により計算する。なお, ω から計算した reduced frequency は $k^{(8)}$ で表し, $\dot{\alpha}_{ht}$ から計算した reduced frequency は $k_{ht}^{(6), (10)}$ で表す。Fig.5-1 に示すとおり $\omega = 6 \text{ rad/s}$ として, 便宜的な $\dot{\alpha}_{ht}$ から求めた (33) の k_{ht} は 0.02 から 0.03 程度となり, (43) の k は 0.07 から 0.1 程度である。なお, ここで (43) における c は, 翼コード (翼弦) を意味する足幅方向の長さであり, V_{nht} は (19) の翼への流入速度である。

$$k = c\omega/2V_{nht} \quad (43)$$

3.2.6 動的失速による推力の算出：足モデルの3次元平板翼のアスペクト比は, (34) から $AR = 1.73$ である。また, Fig.4 に示す $C_N - \alpha$ 曲線を求めるときに使用された3次元平板翼は, $AR = 1.46$ であり, 流体力学的に概ね等しい3次元平板翼と見なすことができ, Fig.4 を適用できると考えられる。Fig.4 における k の値は, 最大のものでも 0.0376 であるが, $\omega = 6 \text{ rad/s}$ の場合は, 平均的な k は 0.085 程度となりかなり大きめである。しかし, L. Bernal et al.⁽¹⁰⁾ によると, 実験結果から k_{ht} の値が 0.005 から 0.075 くらいまでの範囲では, k_{ht} が大きくなるにしたがって失速迎角は大きくなり, かつ, C_N 傾斜は一定となることが記載されている。 k の適用については, Fig.5-1 示す迎角 α_{ht} の値 ($\alpha_{ht} = 13^\circ, 22^\circ, 23^\circ$) に対応する (32) より求めた便宜的な $\dot{\alpha}_{ht}$ をまず求める。次に便宜的な $\dot{\alpha}_{ht}$ である $18^\circ/180^\circ \times \pi\omega$ に $\omega = 6 \text{ rad/s}$ を代入して得た $\dot{\alpha}_{ht}$ と迎角 α_{ht} 毎に異なる速度の V_{nht} を (33) に代入して求めた k_{ht} の値は 0.02 から 0.03 前後であり, 近似的に Fig.4 の $k = 0.0376$ を適用できると考えられる。Fig.5-1 において, SP No. が大きくなるにしたがって, 迎角 α_{ht} が増大するとき, Fig.4 の動的失速を表す $C_N - \alpha$ 曲線を適用して $C_N(\alpha_{ht})$ を求める。また, SP No. が大きくなるにしたがって, 迎角 α_{ht} が減少するとき, Fig.4 における Static の $C_N - \alpha$ 曲線を適用して $C_N(\alpha_{ht})$ を求める。なお, 水の密度 ρ , (19) の踵-つま先ベクトル $\vec{r}_{ht}$ に垂直に入る流れの速度 $\vec{V}_{nht}$, 足部の3次元平板翼の翼面積 S_{sole} 及び (30) の単位ベクトル $\vec{N}$ の x 軸成分 N_{xht} については, 3.2.4 項の「プロペラ理論による推力の算出」による。これらの構成要素から (35) により, 動的失速による片方の足の推力 T_{sole} を算出した結果を Fig.7 に●印 (Sole thrust on one leg) として示すが, ●印のプロペラ理論による推力は, ●印の動的失速による推力に比べ, 最大で 30N 程度, 小さく発生しており, 身体に発生する慣性力にバランスするキック推力としては十分でない。

3.2.7 踝に発生する推力の算出：計測した踝の高さは, 0.045m であるため, 足モデルにおける踝の直方体の高さを 0.045m とすると, この直方体の踵長さは 0.090m であるため, この直方体側面の面積 (仮想の左右踝を結ぶ軸に直角な断面積) S_{ankle} は 0.0041m^2 となる。このとき, 直方体の抵抗係数 Cd_{ankle} を設定する必要があるが, 立方体の3次元抵抗係数 Cd_{cube} は, 1.05 であり, 四角柱の2次元抵抗係数は, 2.05 (東)⁽³⁾ であるため, Cd_{ankle} は, $1.05 < Cd_{ankle} < 2.05$ の範囲にあると考えられる。このため足して2で割った 1.55 を抵抗係数 Cd_{ankle} とする。(36) から算出した片方の踝による推力 T_{ankle} を Fig.7 に示す。Fig.2-1 における SP No.8 で, 足の押出し速度は小さくなるため, x 軸方向から足に入る速度 V_{anht} は小さくなり, かつ, 親指側の踝は, x 軸負方向から x 軸正方向に向くようになり, 前方からの流れを受けて抵抗となるため, Fig.7 のとおり負の推力に変わっている。

3.3 脛に発生する推力：3.3.1 膝-踵ベクトルに垂直に入る流れの速度の算出：(37) の流れの速度 $\vec{V}_{nkh}$ の速度成分 V_{anhh} , V_{bnhh} , V_{cnhh} の計算結果を Fig.6 に示す。

3.3.2 脛に発生する推力の算出：(40) の脛に発生する推力 T_{shin} を計算する右辺の各構成要素は, 次のとおりである。抵抗係数 Cd_{shin} については, 足モデルにおける脛を2次元円柱と仮定しているため, $Cd_{shin} = 1.17$ (東)⁽³⁾ である。なお, 計測した膝と踝上部を結ぶ長さ r_{shin} は, 0.340m であり, その脛の断面積 S_{shin} は 0.0306m^2 であった。このため円柱の直径は, S_{shin}/r_{shin} で求められ, 0.090m である。方向余弦 $\cos \beta_{kh}$ については, (39) による計算結果を Table に示している。片方の脛の T_{shin} を (40) から計算した結果を示す Fig.7 において, SP No.3 から No.4 付近で, T_{shin} が最も大きくなっている。これは, (37) の V_{nkh} が, Fig.6 の SP No.3 から No.4 付近において, 大きいこと及び (39) の $\cos \beta_{kh}$ が, Table の SP No.3 から No.4 付近で, 最大の値となっているからである。即ち, 脛が x 軸負方向に動いているためである。

3.4 総推力と身体の慣性力：(42) から計算した総推力 T と身体の質量 $m = 48\text{kg}$ とした慣性力 ma を Fig.7 に示すが, 総推力と慣性力が近似的に一致していることが分かる。

4. 結論

プロペラのようなキックをするとき, CH から IS への過渡期におけるキックの蹴り出し・蹴り下し動作速度は,

比較的小さいため、通常のプロペラ理論を適用した推力計算では、身体の泳加速度による慣性力に釣り合うキック推力が発生せず、ニュートンの第二法則を満足しないが、この過渡期に動的失速を活用したキックをすることにより、ニュートンの第二法則を近似的に満足するキック推力が発生しており、この解析方法が機能することを確認できた。

【文献】

- 1) 安達忠次 (1961) ベクトル解析. 培風館: 東京, pp.7, 26-27.
- 2) 東 昭 (1989) 航空工学 (I) - 航空流体力学 -. 裳華房: 東京, pp.136-138.
- 3) 東 昭 (1993) 機械系基礎工学3 流体力学. 朝倉書店: 東京, pp.88, 144.
- 4) 遠藤健児 (1961) 確率と統計解析. 槇書店: 東京, pp.169-177.
- 5) E・W・マグリシオ, 野村武男他訳 (1986) スイミング・ファースター. ベースボール・マガジン社: 東京, pp.132, 144-152.
- 6) E.J. Jumper, S.J.Schreck, R.D.Dimmick (1987) Lift-Curve Characteristics for an Airfoil Pitching at Constant. Journal of Aircraft, Vol.24, No.10: pp.680-687.
- 7) 池畑光尚 (1996) 船舶海洋工学のための流体力学入門. 船舶技術協会: 東京, pp.103-105.
- 8) Jay M. Brandon and Gautam H. Shah, G.H. (1988) Effect of Large Amplitude Pitching Motions on the Unsteady Aerodynamics Characteristics of Flat-Plate Wings. AIAA-88-4331, August: pp.35-45.
- 9) Jay M. Brandon. DYNAMIC STALL EFFECTS AND APPLICATIONS TO HIGH PERFORMANCE AIRCRAFT. NASA Langley Reserch Center: Hampton, Virginia, Internet.
- 10) Luis Bernal, Kenneth Granlund, Michael OL, Daniel Garmann and Miguel Visbal. (2010) Experiments and Computations on Abstractions of Perching. 28th AIAA Applied Aerodynamics Conference 28 June - 1 July: Chicago Illinois, AIAA 2010-4943.
- 11) 日本機械学会編 (1975) 機械工学便覧 改訂第6版 1・2 数表・単位及び物理定数 数学. 日本機械学会: 東京, pp.2-6.
- 12) Motomu Nakashima (2007) Analysis of Breast, Back and Butterfly Strokes by the Swimming Human Simulation Model SWUM. Fluid Dynamics, Biomechanisms of Animals in Swimming and Flying-Fluid Dynamics, Biomimetic Robots, and Sports Science, Springer-Verlag: pp.361-372.
- 13) 守屋富次郎, 鷺津久一郎 (1968) 力学概論. 培風館: 東京, pp.68-72.
- 14) 中島 求, 佐藤 憲, 三浦康郁 (2004) 全身の剛体動力学と非定常流体力を考慮した水泳人体シミュレーションモデルの開発. 日本機械学会論文集 (B 編) 71 巻 705 号 (2005-5): pp.145-153.
- 15) 高木英樹, 野村照夫, 松井敦典, 南 隆尚 (1997) 日本人競泳選手の抵抗係数. 体育学研究 41: pp.484-491.
- 16) 高橋雄介 (2008) 平泳ぎが速くきれいに泳げるようになる!. 高橋書店: 東京, pp.51.
- 17) 山名正夫, 中口 博 (1971) 飛行機設計論. 養賢堂: 東京, pp.183-185.