論文

特異値分解を用いた放射性核種の摂取量推定

波戸 真治^{1,2,*}, 木名瀬 栄^{1,3}

Estimation of Radionuclide Intakes by Singular Value Decomposition

Shinji HATO^{1,2,*} and Sakae KINASE^{1,3}

¹*Institute of Applied Beam Science, Graduate School of Science and Engineering, Ibaraki University,
2-1-1 Bunkyo, Mito-shi, Ibaraki 310-8512, Japan*

²*Visible Information Center, Inc., 440 Muramatsu, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki 319-1112, Japan*

³*Fukushima Environmental Safety Center, Japan Atomic Energy Agency,
2-4 Shirane, Shirakata, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki 319-1195, Japan*

(Received September 25, 2015; accepted in revised form March 14, 2016; published online July 27, 2016)

It is important to accurately estimate the intake quantity for reliable internal exposure assessments. The intake quantity has been estimated by using the least-squares method. However, to use the least-squares method, the number of radioactivity measurements must be more than the number of intakes. To remedy this restriction, this study suggests an estimation method using singular value decomposition that is available regardless of the relation between the numbers of measurements and intakes. Moreover, this study introduces a procedure to calculate the intake quantity from the measurements with uncertainty.

KEYWORDS: *internal exposure, intake estimation, radioactivity measurement, singular value decomposition*

I. 緒 言

放射性物質を体内に取り込むことによって内部被ばくが生じ、放射性物質が排泄されるまたは壊変によって減衰されない限り被ばくが継続する。内部被ばくでは、臓器が直接放射線に曝されるために人体への影響が大きく、強透過性の γ 線だけでなく弱透過性の α 線などの放射線や体内で壊変した子孫核種から放出される放射線も影響評価に考慮する必要がある。

このような特徴を有する内部被ばくの人体への影響は、子供では70歳まで、成人では50年間積算した臓器に対する預託等価線量または全身に対する預託実効線量によって評価される¹⁾。これら内部被ばく線量は、一般的に、国際放射線防護委員会(ICRP)の内部被ばく評価モデルから算出された線量係数[Sv/Bq]に体内に取り込んだ放射性物質の摂取量[Bq]を乗算することによって評価される。したがって、信頼性の高い内部被ばく線量を評価するには、摂取放射性物質の粒子径や化学形などの物理化学的性状、

被験者の活動状況などの被ばく状況に基づいた正確な線量係数だけでなく、的確な摂取量を評価することが必要となる。

事故によって放射性物質を摂取した場合の不明な摂取量は、事故後に測定された体内放射能測定値または排泄物中放射能測定値(以後、放射能測定値と呼ぶ)から単位摂取の放射能予測値を用いて推定する。作業による内部被ばく評価法を勧告したICRP Publication 78²⁾では、1個の放射能測定値を単位摂取の放射能予測値で除算して、1回の摂取量を推定する方法が示されている。また、内部被ばく評価の手順を記したIDEASガイドライン³⁾では、測定値の不確かさを考慮した複数個の測定値から1回の摂取量を推定する方法が示されている。一般的に、摂取量推定は、摂取量と単位摂取の放射能予測値の線形結合から構成された放射能予測値を放射能測定値にフィッティングさせることによって行われる。すなわち、摂取量推定は、最小2乗問題によって定式化される。この問題を解くための最小2乗法は、摂取回数が放射能測定値の個数より少ないときだけ使用することができ、その適用には制限がある。

本報では、摂取放射性物質の物理化学的性状および被験者の被ばく状況を適切に仮定した上で、複数回摂取の摂取量を複数個の不確かさを有する測定値から、測定数の制限

¹ 茨城大学大学院 理工学研究科応用粒子線科学専攻

² (株)ヴィジブルインフォメーションセンター

³ 日本原子力研究開発機構 福島環境安全センター

* Corresponding author, E-mail: hato@vic.co.jp

なく推定できる特異値分解を用いた方法を示す。そして、本推定を使用して、先行研究の事例に適用した結果を報告する。

II. 体内放射能予測式

1. 畳み込み積分

ICRP が勧告している 1 回の急性摂取による内部被ばく線量は、摂取量と線量係数の乗算によって評価される。この線量係数は、ICRP によって勧告された体内動態モデルおよび線量評価モデルを用いて、ある年齢のときに瞬時に放射性核種を 1 Bq 摂取したときの内部被ばく線量を表す。体内動態モデルでは、放射性核種の代謝を評価し、1 Bq 摂取したときの(体内または排泄物中)放射能予測値、つまり単位摂取量当たりの放射能予測値が評価される。放射性核種を慢性的に摂取した場合の体内放射能は、摂取率と単位摂取量当たりの放射能予測値を畳み込み積分することによって評価できる。

$$\alpha(T) = \int_0^T \dot{I}(t) \times q(T-t) dt \quad (1)$$

ここで、 $\alpha(T)$ は日齢 $T[d]$ における放射能予測値[Bq]、 $\dot{I}(t)$ は放射性核種の摂取率[Bq/d]、 $q(T-t)$ は日齢 t で摂取したときの日齢 $T(T>t)$ における単位摂取量当たりの放射能予測値[Bq/Bq]である。

2. 積分の離散化

急性摂取の単位摂取量当たりの放射能予測値と放射性核種の摂取率を畳み込み積分することによって、(1)式のように慢性摂取の放射能予測値が評価できた。ここで、1 日平均の摂取量($I(t_j) = \dot{I}(t_j) \Delta t_j$, $\Delta t_j = 1$)を用いて、(1)式の積分を離散化する。

$$\alpha(T_i) = \sum_j q(T_i - t_j) I(t_j) \quad (2)$$

(2)式を用いれば、1 日単位で表した摂取量から慢性摂取(複数回摂取)による放射能予測値を評価することができ、 $j=1$ のとき 1 回の急性摂取による放射能予測値となる。したがって、摂取量は(2)式を摂取量に関して解けば求めることができると考えられるが、放射能予測値と測定値は等しくなく、また未知量の個数(摂取数)と方程式数(測定数)が必ずしも一致しないため、解くことはできない。次に、放射能測定値から摂取量を推定する方法を考える。

III. 摂取量推定法

1. 摂取量推定式の導出

摂取量は、(2)式の放射能予測値を放射能測定値にフィッティングすることによって、推定することができる。それら値のフィッティングは、予測値と測定値の残差の 2 乗和を最小にするように係数を決定する最小 2 乗法、または不確かさを有する測定値の場合には尤度関数を最小にするように係数を決定する最尤法を用いて行うことがで

きる。これら方法を用いれば、次式を解くことによって摂取量を推定することができる。

$$\min \|Q(I) - M\|_2^2 \quad (3)$$

ここで、 $\| \cdot \|_2$ は 2-ノルムを表す。不確かさを有さない測定値の場合、 $Q(I) = Q \cdot I$ となり、行列 Q (成分： $q(T_i - t_j)$)、摂取量ベクトル I (成分： $I(t_j)$) および測定値ベクトル M (成分： $m(T_i)$) によって表される。一方、不確かさを有する測定値の場合、 $Q(I)$ の成分は $(\ln(\sum_j q(T_i - t_j) I(t_j)) / \ln(SF_i))$ となり、測定値ベクトル M (成分： $\ln(m(T_i)) / \ln(SF_i)$) となる。なお、 SF_i は放射能測定値の不確かさを表す scattering factor³⁾であり、対数正規分布における幾何標準偏差に対応する。

不確かさを有さない測定値の場合、(3)式は摂取量 I に関して 1 次式であるから、最小となる摂取量 I は正規方程式を解くことによって求めることができる。一方、不確かさを有する測定値の場合、(3)式は摂取量 I に関して 1 次式とならないため、このままでは(3)式が最小となる摂取量 I を求めることができない。そこで、 $Q(I)$ を試行解 I^k に対してテイラー展開し、1 次の項までで近似する($Q(I^k + \Delta I) \approx Q(I^k) + J(I^k) \Delta I$, $J(I^k)$ は $Q(I)$ に対するヤコビ行列)ことによって、(3)式を次式のように書き換える⁴⁾。

$$\min \|J(I^k) I^{k+1} - \hat{M}(I^k)\|_2^2$$

$$I^{k+1} = I^k + \Delta I \quad (4)$$

$$\hat{M}(I^k) = M - Q(I^k) + J(I^k) I^k$$

(4)式は I^{k+1} に対して 1 次式であるから、最小となる I^{k+1} は次の正規方程式を解くことによって求めることができる。

$$(J(I^k)^T J(I^k)) I^{k+1} = J(I^k)^T \hat{M}(I^k) \quad (5)$$

試行解から(5)式を反復適用し、摂取量を逐次的に更新することによって、最適な摂取量 I が求められる。しかしながら、(5)式が解けるのは逆行列 $(J(I^k)^T J(I^k))^{-1}$ が存在するときだけである。逆行列が存在するのは、摂取数(未知数)が測定数(方程式数)以下のときである。次に、摂取数と測定数の大小関係に関係なく(5)式を解く方法を考える。

2. 特異値分解による逆解析

任意の $m \times n$ の行列 A に関する特異値分解は、次のように表される。

$$A = USV^T \quad (6)$$

ここで、行列 U は m 次元空間における正規直交基底の列ベクトルで構成された $m \times m$ 行列、行列 V は n 次元空間における正規直交基底の列ベクトルで構成された $n \times n$ 行列、行列 S は特異値($s_1 \geq \dots \geq s_p \geq 0$, p : 正の特異値の個数)が対角線上に並んだ $m \times n$ 対角行列である。

(5)式の $m \times n$ のヤコビ行列 J を特異値分解した $J = USV^T$ に置き換え、 $UU^T = U^T U = E$ および $VV^T = V^T V = E$ (E : 単位行列)を用いて、整理すると、次式が得られる。

$$\mathbf{I}^{k+1} = \mathbf{V}(\mathbf{S}^T \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{U}^T \hat{\mathbf{M}} \quad (7)$$

行列 $\mathbf{S}^T \mathbf{S}$ が $n \times n$ の対角行列であることを考慮すれば、(7)式は次式によって表される。

$$\mathbf{I}^{k+1} = \sum_{i=1}^p \frac{(\mathbf{U}_{:,i})^T \hat{\mathbf{M}}}{s_i} \mathbf{V}_{:,i} \quad (8)$$

特異値分解は任意の $m \times n$ 行列に関して計算可能であるから、(8)式を用いれば、摂取数 n と測定数 m の大小関係に関係なく摂取量が推定可能である。また、不確かさを有する測定値の場合だけでなく、不確かさを有さない測定値の場合も(8)式を用いて、摂取量推定が可能である。

測定数 m が摂取数 n 以上の場合 ($m \geq n$)、上記の特異値分解による逆解析は最小2乗法による結果と等しい。逆の場合 ($m < n$) は、そうではなく、次元の低い空間 (m 次元空間) から高い空間 (n 次元空間) への写像を評価することとなり、逆解析にバイアス加わる。このバイアスは、特定の摂取量 (例えば 2.0 Bq など) から順解析によって放射能予測値を評価し、それらを測定値とみなして逆解析した摂取量とものと特定の摂取量との相違から評価できる。

IV. 摂取量推定の適用例

1. 不確かさを有さない測定値の場合

不確かさを有さない測定値に対する摂取量推定の適用例として、国際原子力機関(IAEA)のレポート⁵⁾で示されている作業員の放射性ヨウ素の吸入事例を評価する。この事

例は、金曜日、月曜日および火曜日に作業員が ^{131}I のエアロゾル (AMAD $5 \mu\text{m}$, タイプ F) を吸入摂取し、甲状腺の放射能測定が水曜日と木曜日に行われ、それぞれ 480 kBq および 440 kBq を計測したというものである。

摂取量推定を行うために必要な単位摂取量当たりの甲状腺の放射能予測値は、Table 1 のように評価される。本事例は測定値の不確かさが考慮されない場合で、(3)式の $\mathbf{Q}(\mathbf{I})$ は、これら単位摂取量当たりの甲状腺の放射能予測値を並べた行列 $\mathbf{Q}$ と摂取量 $\mathbf{I}$ との積で表される。したがって、ヤコビ行列 $\mathbf{J}$ は、行列 $\mathbf{Q}$ となり、行列 $\mathbf{Q}$ の特異値分解と(8)式から摂取量を算出できる。推定結果をTable 2 に示す。3回の摂取で最初の摂取が最も多く摂取したと推定された。一方、IAEAの推定では、3回の平均摂取を評価し、合計摂取量を 4,299 kBq と推定している。本推定の合計摂取量 4,425 kBq よりも 2.8%ほど小さい。また金、月および火曜日の摂取量をそれぞれ 2.00 Bq と仮定し順解析した予測値を用いて逆解析した摂取量は、それぞれ 1.70 Bq, 2.05 Bq, 2.17 Bq となり、逆解析時にバイアス加わっていることがわかる。摂取量の推定結果から評価した甲状腺の放射能予測値を Fig. 1 に示す。予測値は測定値の傾向をよく捉えている。

この事例は、3回の摂取量を2個の測定値から推定する問題であり、最小2乗法では解くことができない問題であった。しかしながら、(8)式による本推定法では、摂

Table 1 Predicted values per unit intake for inhalation of ^{131}I by worker

Time after intake [d]	AMAD $5 \mu\text{m}$ (Type F) Thyroid [Bq/Bq]
1	1.222×10^{-1}
2	1.187×10^{-1}
3	1.084×10^{-1}
4	9.866×10^{-2}
5	8.976×10^{-2}
6	8.168×10^{-2}

Table 2 Estimated intakes for inhalation of ^{131}I by worker

Time after intake	Estimated intakes [Bq]	Thyroid	
		Measured values [Bq]	Predicted values [Bq]
Friday	1.85×10^6		
Monday	1.25×10^6		
Tuesday	1.33×10^6		
Wednesday		4.80×10^5	4.76×10^5
Thursday		4.40×10^5	4.44×10^5

Fig. 1 Predicted activity for inhalation of ^{131}I by worker

取数と測定数の大小に関係なく解くことが可能である。

2. 不確かさを有する測定値の場合

次に、不確かさを有する測定値に対する摂取量推定の適用例として、IDEAS ガイドライン³⁾に示されている作業者の¹³⁷Csの経口摂取事例を評価する。この事例は、作業者(男性 35 歳)が、液体の¹³⁷Csが入っているビンから¹³⁷Csを取り除くときに、誤って顔面に噴出させたもので、摂取後の全身の放射能測定値は **Table 3** となっている。各測定値の scattering factor は 1.2 と見積もられ、経口摂取が仮定された。15 日の測定値は、その他の測定値に比べて小さく、はずれ値と断定され、評価に考慮しないこととされた。1 回目の摂取後、30 日と 46 日の間の測定値の増加から 2 回目の摂取があったと判断され、中間日の 38 日が摂取日と仮定された。

摂取量推定を行うために必要な単位摂取量当たりの全身の放射能予測値は、**Table 4** のように評価される。本事例は不確かさを有する測定値の場合で、(3)式の $Q(I)$ は、単位摂取量当たりの全身の放射能予測値、摂取量および不確かさの対数関数で表される。したがって、ヤコビ行列 J を求めてからその特異値分解を評価し、(8)式を反復適用ことによって摂取量が算出できる。推定結果を **Table 5** に示す。一方、IDEAS ガイドラインの推定で

Table 3 Measured values of ¹³⁷Cs for worker

Time of measurement after intake [d]	Whole body [Bq]
1	8.8×10^4
8	6.0×10^4
15	3.0×10^4
17	9.3×10^4
30	8.3×10^4
46	4.8×10^5
50	4.6×10^5
60	4.4×10^5

は、0 日目が 93,988 Bq、38 日目が 479,110 Bq と評価され、本推定よりも 1% ほど小さい。また 1 回目と 2 回目の摂取量を 2.00 Bq と仮定し順解析した予測値から評価した摂取量は、それぞれ 2.00 Bq および 2.00 Bq となり、逆解析時にバイアスが加わっていないことがわかる。摂取量の推定結果から評価した全身の放射能予測値を **Fig. 2** に示す。予測値は測定値の傾向をよく捉えている。

Table 4 Predicted values per unit intake for ingestion of ¹³⁷Cs by worker

Time after intake [d]	Whole body [Bq/Bq]
1	9.801×10^{-1}
8	8.596×10^{-1}
12	8.317×10^{-1}
15	8.146×10^{-1}
17	8.040×10^{-1}
22	7.785×10^{-1}
30	7.398×10^{-1}
46	6.682×10^{-1}
50	6.514×10^{-1}
60	6.112×10^{-1}

Table 5 Estimated intakes for ingestion of ¹³⁷Cs by worker

Time after intake [d]	Estimated intakes [Bq]	Whole body	
		Measured values [Bq]	Predicted values [Bq]
0	9.50×10^4		
1		8.8×10^4	9.31×10^4
8		6.0×10^4	8.16×10^4
15		3.0×10^4 ^{a)}	7.74×10^4
17		9.3×10^4	7.64×10^4
30		8.3×10^4	7.03×10^4
38	4.85×10^5		
46		4.8×10^5	4.80×10^5
50		4.6×10^5	4.65×10^5
60		4.4×10^5	4.35×10^5

^{a)} outlier.

Fig. 2 Predicted activity for ingestion of ¹³⁷Cs by worker

この事例は, scattering factor で表される測定値の不確かさを考慮した複数回摂取の評価であった。本推定法を用いれば, 不確かさを有する測定値に対して1回の摂取だけでなく複数回の摂取も同様に評価可能である。

V. 結 言

内部被ばくにおいて信頼性の高い線量評価を行うためには, 摂取量の多寡を的確に推定することが必要であった。放射性物質の予期せぬ摂取が起こったとき, 摂取量は不明となり, 摂取後に測定される体内放射能または排泄物中放射能から逆算して推定される。摂取量を推定するには, 放射能予測値を放射能測定値にフィッティングすることによって行われ, 最小2乗問題として定式化することができる。最小2乗問題を最小2乗法によって解くには, 摂取数が測定数以下でなければならない。ICRP²⁾やIDEASガイドライン³⁾では, 1回の摂取を対象とし, 複数回摂取の推定は十分には行われていない。本研究の特異値分解を用いた摂取量推定法を用いれば, 摂取数と測定数の間の大小関係に関係なく推定が可能である。先行研究の摂取事例に本推定法を適用することによって, 有効性を示した。

一般的に, 不確かさを有する測定値の場合には, 逆解析

結果に測定値の不確かさが伝播する。したがって, 逆解析結果の信頼性を考えるときには, 不確かさ伝播を評価することも重要である。本研究では, 測定数と摂取数の大小に関係なく評価できる方法を提示したが, 今後, より信頼性の高い評価を目指すには不確かさ伝播を評価する必要がある。

— 参考文献 —

- 1) ICRP, “1990 Recommendations of the international commission on radiological protection,” ICRP Publication 60, *Ann. ICRP* 21 (1-3) (1991).
- 2) ICRP, “Individual monitoring for internal exposure of workers,” ICRP Publication 78, *Ann. ICRP* 27 (3-4) (1997).
- 3) C. M. Castellani, J. W. Marsh, C. Hurtgen, E. Blanchardon, P. Berard, A. Giussani, M. A. Lopez, “IDEAS guidelines (version 2) for the estimation of committed doses from incorporation monitoring data,” *EURADOS Rep. 2013-01* (2013).
- 4) R. C. Aster, B. Borchers, C. H. Thurber, “Parameter estimation and inverse problems,” *Elsevier Academic Press ISBN: 0123850487* (2012).
- 5) IAEA, “Methods for assessing occupational radiation doses due to intakes of radionuclides,” *Safety Rep. Series No. 37* (2004).