最小自乗逆動特性解析における空間依存性の低減

谷中 裕¹, 橋本 憲吾^{2,*}, 大澤 孝明¹

Reduction of Spatial Dependence Observed in Least-Squares Inverse Kinetics Analysis

Hiroshi TANINAKA¹, Kengo HASHIMOTO^{2,*} and Takaaki OHSAWA¹

¹Interdisciplinary Graduate School of Science and Engineering, Kinki University, Kowakae, Higashi-Osaka-shi, Osaka 577-8502, Japan

²Atomic Energy Research Institute, Kinki University, Kowakae, Higashi-Osaka-shi, Osaka 577-8502, Japan

(Received December 18, 2009 and accepted in revised form May 14, 2010)

The least-squares inverse kinetics method (LSIKM) has been frequently applied to constant-reactivity insertion experiments, such as a control-rod drop experiment conducted to determine not only the reactivity but also the effective source strength of a subcritical system driven by a neutron source. When a large negative reactivity is inserted into such a loosely coupled core system consisting of two-core and one-large-core reactors, spatial higher-harmonic modes are probably significantly excited. Consequently, the excitation leads to the failure of the one-point kinetics model, and the LSIKM based on the model infers spatially dependent reactivity and source strength. In this paper, we present a reduction technique for the apparent spatial dependence and a demonstration of the applicability of such a technique to rod drop experiments carried out in both the subcritical and critical states of the two-core reactor.

KEYWORDS: inverse kinetics method, least squares, spatial dependence, rod drop, reactivity, effective neutron source strength, higher mode, UTR

I. 緒 言

最小自乗逆動特性法 (LSIKM) は、反応度外乱投入による過渡状態の中性子源駆動未臨界炉体系に適用され、中性子検出器の時系列データから外乱投入後の体系の反応度のみならず中性子源の実効強度を推定するデータ解析法である^{1,2)}。得られた実効中性子源強度は原子炉起動時などの未臨界状態での逆動特性解析に必要な中性子源強度として使用される。また、反応度は外乱の反応度価値の評価のために使用することができる。もちろん、この手法を中性子源がない臨界体系に適用し、外乱反応度のみを直接算出することも可能である。LSIKM は、投入反応度が時間的に一定であることを仮定しているため、未臨界体系において実施された制御棒落下実験のデータ解析法として利用されてきた。ただし、一点炉動特性モデルを採用しているため、適用対象は中性子の空間結合が強い小型の炉心に制限されていた。

二分割炉や大型炉のような空間結合が弱い体系では、制

御棒落下のような大きな負の反応度投入は空間高次モードを強く励起し、中性子束空間分布が時間的に大きく変化するので一点炉動特性モデルは破綻する。この結果として、LSIKM は検出器位置つまり空間に依存した見掛け上の反応度や源強度を算出する。二分割炉では、支配的な励起モードである第 1 高次モードの固有関数零点は分割炉心間の反射体中央に位置するので、中性子源と中性子検出器をこの位置に配置することにより高次モードの影響を回避してきた。一方、発電炉のような大型炉では、励起モードは外乱投入位置に依存し、しかも複数のモードが励起される可能性がある。このため、高次モードの励起による空間依存性を中性子検出器配置の工夫により回避することは困難である。LSIKM の空間依存性の低減に関する先行研究はみられず、大型炉まで適用範囲を拡張するためには空間依存性を低減するデータ処理法の開発が必須である。

本研究の目的は、LSIKM における空間依存性を低減するデータ処理法を提案し、この処理法の有効性を実験的に確認することである。このために、空間結合が弱い二分割炉心を有する近畿大学原子炉において制御棒落下実験を実施し、複数位置に配置した中性子検出器からの時系列データを収録した。ただし、落下実験とデータ収録は、臨界状態と未臨界度が異なる 2 つの未臨界状態に対して、合計 3

¹ 近畿大学 総合理工学研究科

² 近畿大学 原子力研究所

* Corresponding author, E-mail: kengoh@pp.ij4u.or.jp

回行った。本論文では、第 II 章で LSIKM の概略に続いて空間依存性低減法について、第 III 章では実験体系と条件について述べる。データ解析の結果と考察を第 IV 章に、空間依存性低減法の妥当性を検討するために実施した高次モードの減衰解析を第 V 章に、結論を第 VI 章にそれぞれ記す。

II. 最小自乗逆動特性法と空間依存性低減法

1. 最小自乗逆動特性法

核熱結合が無視できる低出力状態の原子炉に対して一点炉動特性モデルを適用すると、外乱投入後の中性子密度 $N(t)$ は次のような動特性方程式により記述することができる。

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\rho_D - \beta}{\Lambda} N(t) + \sum_{k=1}^6 \lambda_k C_k(t) + S, \quad (1)$$

$$C_k(t) = \frac{\beta_k}{\Lambda} \int_{-\infty}^t N(t') \exp[-\lambda_k(t-t')] dt'. \quad (2)$$

ただし ρ_D は外乱投入後の体系の反応度、 $C_k(t)$ は遅発 k 群の先行核密度、 S は中性子源強度である。他は標準的な表記法に従っている。実際の実験データ解析においては、中性子密度として中性子検出器の計数率の時系列データが使用される。この中性子検出器が原子炉熱出力に対して校正されている場合には、熱出力の時系列データを中性子密度として使用することもできる。このように測定データを中性子密度に置き換えて使用する妥当性は、一点炉動特性モデルが適用可能な条件下では保証される。

即発跳躍近似を適用すると、(1) 式は次式のように書き換えることができる。

$$N(t) = -\frac{\Lambda}{\rho_D - \beta} Q(t) - \frac{\Lambda S}{\rho_D - \beta}, \quad (3)$$

$$Q(t) = \sum_{k=1}^6 \lambda_k C_k(t). \quad (4)$$

ただし、遅発中性子放出率 $Q(t)$ の計算に必要な遅発 k 群の先行核密度は、(2) 式を数値積分することにより得られる。時系列データ $Q(t)$ と $N(t)$ を X-Y 座標にプロットし、最小自乗法により (3) 式をこれらデータにフィットすると、勾配から反応度が切片から中性子源強度が得られる。 $N(t)$ として中性子検出器計数率 [c/s] データまたは熱出力 [W] データが用いられた場合は、中性子源強度 S の単位はそれぞれ c/s² または W/s となる。この LSIKM は中性子源のない臨界状態の原子炉への外乱投入実験に対しても適用可能であり、この場合には (3) 式に代えて次式がフィットされる。

$$N(t) = -\frac{\Lambda}{\rho_D - \beta} Q(t). \quad (5)$$

積分法³⁾や外挿法⁴⁾などの制御棒落下法では、制御棒落下直後の中性子束即発成分の減衰量から制御棒反応度値が求められる。LSIKM は、落下法とは異なり、外乱投入後の遅発中性子成分の減衰から反応度を求める。

Table 1 Delayed neutron data of UTR-KINKI

Group k	Decay constant λ_k (sec ⁻¹)	Delayed neutron fraction β_k
1	0.0124	0.000305
2	0.0305	0.00164
3	0.111	0.00150
4	0.301	0.00324
5	1.14	0.00102
6	3.01	0.000207
Total		0.007912

LSIKM に必要な近畿大学原子炉の遅発中性子データ (Table 1) と即発中性子生成時間 Λ (1.50×10^{-4} s) は、SRAC コードシステム⁵⁾により作成した。これらデータの作成に使用される中性子束と随伴中性子束は、エネルギー 18 群 (熱 9 群、高速 9 群) の 3 次元拡散計算により求めた。

2. 空間依存性低減法

外乱投入直後は、 $N(t)$ および $Q(t)$ には基本モードのみならず高次モードの成分が含まれているので、基本モードのみを考慮する (3) 式は成立しない。一般的に、高次モード成分は基本モード成分に比べて急速に減衰する。したがって、十分時間が経過した後は、基本モードの成分が卓越し、(3) 式が適用可能となり得る。つまり、(3) 式のフィットにおいて高次モード成分を含む外乱投入直後の時系列データを削除することにより、高次モードの影響を回避できる可能性がある。

ここで、削除すべきデータの時間範囲をどのように決定するかが次の問題となる。体系内に複数の中性子検出器が配置された場合、 $N(t)$ と $Q(t)$ の時系列データセットが検出器の数だけ得られる。一点炉動特性モデルが適用可能な条件下では、検出器間の $N(t)$ 比および $Q(t)$ 比は時間的に一定となる。外乱投入直後は高次モードの影響によりこれら比は時間的に変化するが、時間経過とともに高次モードは急速に減衰しこれら比はある飽和値にむかうことが予想される。これら比がほぼ一定値に飽和するまでの経過時間を、(3) 式のフィットから削除するデータの時間長として採用する方法が考えられる。二分割炉心のような空間結合が弱い体系の特性実験では、検出器間の計数率比により高次モードの励起と減衰を監視する方法が従来から採られてきた。また、パルス中性子法のデータ解析において、一点炉動特性モデルが適用可能な時間範囲を検出器間の計数比から決定する手法が提案されている⁶⁾。これに対して、制御棒落下実験では落下後の中性子束が急激に減衰するため、検出器間の $N(t)$ の比は統計的なゆらぎが非常に大きくなり飽和時間の決定が困難となることが予想される。本研究では、統計的なゆらぎが比較的小さい $Q(t)$ の検出器間比が飽和する時間を求め、この時間以降の時系列データのみを (3) 式のフィットに使用し反応度と源強度を決定す

る。

この削除すべきデータの時間長を、パラメータサーベイから決定する方法も考えられる。削除データ長を変化パラメータとして(3)式のフィッティングを行うと、削除データ長が高次モード成分の除去に不十分な場合にはフィッティング結果は削除データ長に依存することが予想される。高次モードを十分除去し得る削除データ長が設定されれば、フィッティング結果はある値に収束するはずである。この収束値を空間依存性が除去された結果として採用することもできる。この方法は検出器が1系統しか利用できない場合にも適用できるが、フィッティングを多数回行う必要があるため迅速性の観点から不利である。本研究では、このパラメータサーベイによる削除データ長決定法が、検出器間の $Q(t)$ 比から求める前述の方法と同程度の値を与えることを確認する。

III. 実験体系と条件

LSIKMにおける空間依存性を低減するデータ処理法の有効性を実験的に確認するために、近畿大学原子炉において制御棒落下実験を実施した。近畿大学原子炉は軽水減速黒鉛反射型の二分割炉であり、最大熱出力は1Wである。炉心配置と検出器位置をFig. 1に示す。燃料は45.7

Fig. 1 Reactor configuration and neutron counter location

cm(18 in.)の黒鉛領域を挟んで設置された2つの炉心タンクに装荷され、この両タンクを黒鉛反射体を取り囲む構造となっている。このように炉心が二分割配置されているため空間的な中性子結合は弱く、制御棒操作等の外乱により空間高次モードが励起されやすい。空間的な中性子結合度の指標である固有値間隔^{7,8)}は $4.13\% \Delta k/k^9$ であり、この値は小型の単一炉心の固有値間隔 $\sim 60\% \Delta k/k^{10}$ に比べ非常に小さい。本原子炉のような二分割炉では、支配的な励起モードである第1高次モードの固有関数零点は分割炉心間の黒鉛領域中央に位置するので、中性子源や線形出力系の電離箱はこの零点上近傍に配置されている。緊急停止用の2本の安全棒、反応度の粗調整用のシム棒および微調整用の調整棒の合計4本の制御棒が炉心タンク外側に対称配置されている。

制御棒落下実験は臨界状態(ケース1)に加えて未臨界度の異なる2つの未臨界状態(ケース2, 3)において実施された。未臨界時の制御棒位置は臨界時のものと同じである。実験ケース2, 3における制御棒落下前の未臨界度は、炉心タンク間の黒鉛ブロックの一部を除去することにより設定した。これら除去したそれぞれの黒鉛ブロックの反応度値はすでに正ペリオド法により校正されているので、これら反応度値の和から体系の未臨界度を評価することができる。設定された制御棒落下前の反応度をTable 2に示す。制御棒落下後の時系列データは、Fig. 1に示す位置に配置された3本の中性子検出器を使用して取得した。炉心間中央および南炉心南側には直径2.5 cm(1 in.)のBF₃比例計数管が、北炉心外側には直径約5 cm(2 in.)の核分裂計数管が配置されている。なお、北炉心の北側には実験系の検出器設置が困難なことから、原子炉起動領域監視系の核分裂計数管を北検出器として利用し、その信号出力時系列データを収録した。これら3本の計数管からの中性子検出パルス信号は標準的な核モジュールを経た後に多チャンネルマルチスケーラにより時系列データとして収録された。なお、このスケーラのゲート時間は0.1秒に設定した。

実験の手順は以下のとおりである。まず、起動用の中性子源(1.2×10^6 n/s)が二分割炉心間の中性子源孔に挿入され、二本の安全棒が上限まで引き抜かれた。実験ケース1では、中性子源が引き抜かれ、シム棒と調整棒の位置調整により体系を臨界にした。この臨界状態を十分な時間保持した後に、北炉心側の安全棒No. 2を落下させ時系列データを収録した。実験ケース2と3では、シム棒と調整棒

Table 2 Reactivity before rod drop

Case	Reactivity ρ_0 ($\% \Delta k/k$)
1	0 (Critical)
2	-0.118 ± 0.006
3	-0.205 ± 0.009

の位置をケース1の臨界状態の位置に設定した後、中性子源が挿入された状態の体系に安全棒 No. 2 を落下させた。

IV. 実験結果

1. LSIKM が算出する空間依存性

臨界状態における落下実験ケース1の南検出器の時系列データ $N(t)$ と $Q(t)$ を Fig. 2 に示す。ただし、中性子検出器計数率を原子炉熱出力に変換した時系列データを図示している。この変換係数は、実験に使用した中性子検出器の計数率と原子炉の線形出力計指示値との相対関係から決定した。この図をみると、データ $Q(t)$ の統計的ゆらぎは $N(t)$ のゆらぎに比べて小さい。これは、(2)式で表されるように、 $Q(t)$ が $N(t)$ の時間積分で表現されるため

ある。最小自乗法は Y 軸のデータとの残差自乗和を最小にするようにフィット関数を決定するので、LSIKM のフィットにおいて統計的ゆらぎの大きい $N(t)$ を Y 軸データ、ゆらぎのわずかな $Q(t)$ を X 軸データとする。

実験ケース1とケース3の南検出器の $Q(t)$ と $N(t)$ の X-Y 座標上へプロットを Fig. 3 に示す。ただし、図中には(3)式または(5)式のフィット直線(実線)が含まれている。臨界状態における落下実験ケース1では、制御棒落下後のデータは時間経過とともに原点に向かい、この勾配から落下後の反応度を推定することができる。一方、未臨界状態における落下実験ケース3では、十分な時間経過後は落下後のある飽和値に留まり、この勾配から反応度を、外挿した切片から中性子源強度を推定することができる。

(a) $N(t)$

(b) $Q(t)$

Fig. 2 Time-sequence data of south counter in experimental case-1

(a) Case - 1

(b) Case - 3

Fig. 3 Linear fit to time-sequence data of south counter on X-Y coordinate

る。最小自乗法により得た反応度と実効中性子源強度の結果をそれぞれ **Table 3** と **Table 4** に示す。ただし、これら表中の誤差は最小自乗推定に起因する統計誤差である。得られた反応度と中性子源強度には検出器依存性つまり空間依存性が観察される。特に、南検出器から得た結果には、反応度と中性子源強度を著しく過小評価する傾向がみられる。これら空間依存性の傾向とその程度は実験ケースに依らない。北検出器が算出する結果の誤差が相対的に大きいのは、中性子束の低い炉内の北西隅位置に設置された核分裂計数管を北検出器として使用したためである。

2. 空間依存性の低減

臨界状態における落下実験ケース 1 について、中央検出器に対する南検出器の $N(t)$ の比を **Fig. 4** に示す。制御棒落下直後に急激な比の変化が観察されるが、統計的変動が非常に大きいため比が一定値に達する時間を評価することは困難である。むしろ、この図から制御棒落下直後に比

Table 3 Reactivity obtained by conventional LSIKM

Case	Reactivity ρ_D (% $\Delta k/k$)		
	North counter	Center counter	South counter
1	-0.523 ± 0.003	-0.515 ± 0.001	-0.463 ± 0.001
2	-0.652 ± 0.014	-0.631 ± 0.003	-0.575 ± 0.005
3	-0.733 ± 0.026	-0.725 ± 0.007	-0.668 ± 0.009

Table 4 Effective neutron source strength obtained by conventional LSIKM

Case	Neutron source strength S (W/s)		
	North counter	Center counter	South counter
2	0.0864 ± 0.0022	0.0837 ± 0.0005	0.0757 ± 0.0007
3	0.0848 ± 0.0035	0.0833 ± 0.0008	0.0767 ± 0.0012

Fig. 4 Count-rate ratio of south counter to center counter

は一定となると判断し、非常に短い削除時間長を設定してしまう危険性がある。実験ケース 2 と 3 についても同様の傾向が得られた。

実験ケース 1 とケース 3 について、南検出器と中央検出器から算出した $Q(t)$ の比を、**Fig. 5** に示す。**Fig. 4** の $N(t)$ 比と比較して統計的変動は小さく、 $Q(t)$ 比が一定値へ漸近する過程が観察される。臨界状態における落下実験ケース 1 では、この比がほぼ一定値に達するには落下後 130 秒程度の時間を要する。この時間範囲内では、中性子束空間分布が時間的に変化していることが推察されるので、一点炉動特性モデルの適用はできない。したがって、(5) 式の最小自乗フィットにおいて落下後 130 秒間の時系列データを削除した。一方、未臨界状態における落下実験

(a) Case - 1

(b) Case - 3

Fig. 5 Q ratio of south counter to center counter

ケース3では、この比が一定値に達する時間は15秒程度と短くなり、落下後15秒間のデータを(3)式のフィットから削除した。実験ケース2の場合は、同様の議論に基づき、落下後50秒間のデータを削除した。

実験ケース1とケース3の南検出器の $Q(t)$ と $N(t)$ について、上記削除後のデータのX-Y座標上へのプロットと(3)式または(5)式のフィット直線(実線)をFig. 6に示す。ただし、図中では比較のためFig. 3のフィット直線を破線で示している。Fig. 3と比較すると、多くのデータの削除により反応度等の推定誤差は増大することが予想される一方、これらデータ削除はフィット直線の傾きと切片を有意に変化させていることが観察される。空間依存データ削除後の残データへのフィットから得られた反応度と中

性子源強度の結果をそれぞれTable 5とTable 6に示す。これらの結果をTable 3, Table 4と比較すると、南検出器の過小評価傾向は消え、反応度と中性子源強度は検出器位置に依存せず誤差の範囲で一致する。また、中性子源強度は実験ケース(2と3)にも依存しない。

次に、落下させた安全棒 No. 2 の反応度値 $\delta\rho$ を次式に基づき評価した。

$$\delta\rho = \rho_0 - \rho_D \quad (6)$$

ただし、安全棒落下前後の体系の反応度 ρ_0 , ρ_D としてTable 2およびTable 5の値をそれぞれ使用した。体系の反応度は負値であるのに対して、反応度値は正值として定義した。Table 7に反応度値の評価結果を示す。検出器位置依存性と実験ケース依存性は観察されず、すべての値は誤差の範囲で一致している。この結果からも空間依存性低減法の有効性が確認される。

最小自乗フィットから削除するデータ時間長と実験ケース1の反応度推定結果との関係をFig. 7に示す。データ削除効果は南検出器に対して大きく、削除データの時間長が長くなるに従い反応度の絶対値は増大する。しかし、その増大傾向は120秒程度の時間長でほぼ収束し、中央検出器の推定値と誤差の範囲で一致する。これ以上の時間長のデータを削除しても、統計的に有意な変化は観察されない。したがって、高次モードの影響を回避するためには、120秒以上の時間長のデータを削除する必要がある。ただし、削除データ長を極端に長く設定すると推定結果の統計

(a) Case - 1

(b) Case - 3

Fig. 6 Linear fit to reduced time-sequence data of south counter on X-Y coordinate

Table 5 Reactivity obtained by present reduction technique

Case	Reactivity ρ_D (% $\Delta k/k$)		
	North counter	Center counter	South counter
1	-0.508 ± 0.028	-0.524 ± 0.007	-0.530 ± 0.007
2	-0.639 ± 0.045	-0.653 ± 0.011	-0.658 ± 0.017
3	-0.709 ± 0.044	-0.740 ± 0.011	-0.734 ± 0.017

Table 6 Effective neutron source strength obtained by present reduction technique

Case	Neutron source strength S (W/s)		
	North counter	Center counter	South counter
2	0.0847 ± 0.0064	0.0879 ± 0.0017	0.0876 ± 0.0024
3	0.0830 ± 0.0053	0.0863 ± 0.0014	0.0859 ± 0.0021

Table 7 Reactivity worth of safety rod 2

Case	Reactivity worth $\delta\rho$ (% $\Delta k/k$)		
	North counter	Center counter	South counter
1	0.508 ± 0.028	0.524 ± 0.007	0.530 ± 0.007
2	0.521 ± 0.045	0.535 ± 0.013	0.540 ± 0.018
3	0.504 ± 0.045	0.535 ± 0.014	0.529 ± 0.019

Fig. 7 Dependence of inferred reactivity on masked time length

誤差が大幅に拡大するので注意を要する。Fig. 5 の $Q(t)$ 比から決定された削除データ長130秒は、パラメータサーベイから得られた削除データ長120秒以上の範囲に入っており、しかも最も統計誤差が小さくなる120秒に近い値となっている。実験ケース2, 3に対するパラメータサーベイも同様の傾向を示した。次章では、これら削除データ長の妥当性を高次モードの減衰解析を通して確認する。

V. 高次モードの減衰特性の解析

本研究で提案した空間依存性低減法は、「高次モード成分は基本モード成分に比べて急速に減衰し、 $Q(t)$ 比から決定された時間以降は基本モードの成分が卓越する。」ことを前提にしている。本章では、この前提の妥当性を検証するために、基本モードと高次モードの時間的減衰を解析的に評価する。

1. 解析方法

まず、臨界状態における制御棒落下の実験ケース1について、基本モードと高次モードの減衰を考える。二分割炉に外乱が投入された場合の支配的な励起モードは、基本(0次)モードと第1高次(1次)モードである。したがって、制御棒が落下した後($t \geq 0$)の中性子束は次式により表現できる。

$$\Phi(r, t) \approx \sum_{j=1}^7 A_{j0} \exp(-\omega_{j0}t) \phi_0(r) + \sum_{j=1}^7 A_{j1} \exp(-\omega_{j1}t) \phi_1(r). \quad (7)$$

ただし、 $\phi_n(r)$ は制御棒落下後の体系の n 次モード固有関数であり、 ω_{jn} は n 次モードの逆時間方程式^{11,12)} :

$$\frac{k_n - 1}{k_n} = \frac{\omega_n l_p}{1 + \omega_n l_p} + \frac{\omega_n}{1 + \omega_n l_p} \sum_{k=1}^6 \frac{\beta_k}{\omega_n + \lambda_k} \quad (8)$$

の j 番目の根である。上式に含まれる k_n は制御棒落下後の体系の n 次モードの実効増倍率であり、左辺は n 次

モードの反応度を表す。基本モードの反応度としては、制御棒落下後の反応度 ρ_D (Table 5 の中央検出器の値) を使用する。つまり、

$$\frac{k_0 - 1}{k_0} = \rho_D \quad (9)$$

とする。第1高次モードの反応度は、次式のように基本モードの反応度から第1高次モードの固有値間隔 $(ES)_1$ を差し引くことにより求める。

$$\frac{k_1 - 1}{k_1} = \frac{k_0 - 1}{k_0} - (ES)_1. \quad (10)$$

固有値間隔は空間的な中性子結合度の指標として導入された量であり、次式により定義される^{7,8)}。

$$(ES)_1 = \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_0}. \quad (11)$$

実験体系の固有値間隔として、Flux Tilt 実験により得られた値 $4.13\% \Delta k/k^9$ を使用する。(9), (10)式により求められた反応度の値に加えて Table 1 の遅発中性子データと即発中性子寿命 l_p (1.5×10^{-4} s) を使用して、逆時間方程式(8)式を解き、基本モードと第1高次モードに対してそれぞれ7つの根 ω_{jn} を得る。

ここで、(7)式を次のように書き換える。

$$\Phi(r, t) = A_0 \phi_0(r) T_0(t) + A_1 \phi_1(r) T_1(t). \quad (12)$$

ただし、

$$T_n(t) = \sum_{j=1}^7 \frac{A_{jn}}{A_n} \exp(-\omega_{jn}t), \quad (13-1)$$

$$A_n = \sum_{j=1}^7 A_{jn}. \quad (13-2)$$

Appendix に記した方法により展開係数 A_{jn}/A_n を計算すると、(13-1)式の減衰関数 $T_n(t)$ を求めることができる。(12)式においてこの減衰関数に掛かる係数 $A_n \phi_n(r)$ は詳細な数値計算により原理的には決定することができるが、体系が複雑なため本研究では実施しない。ただし、中性子束はいかなる r に対しても正值でなければならないので、この減衰関数の係数に関して次式の関係が成り立つ。

$$A_0 \phi_0(r) > |A_1 \phi_1(r)|. \quad (14)$$

次に、中性子源存在下の未臨界状態における制御棒落下の場合について考える。制御棒落下後の中性子束は十分時間が経過するとある定常状態に到達し、到達した定常状態の中性子束の空間分布は基本モードにより形成されているとする。本実験体系については、第1高次モードの固有関数の零点近傍に中性子源が配置されているので、この基本モードの仮定は妥当である。したがって、制御棒が落下した後($t \geq 0$)の中性子束は次式により表現できる。

$$\Phi(r, t) \approx A_\infty \phi_0(r) + \sum_{j=1}^7 A_{j0} \exp(-\omega_{j0}t) \phi_0(r) + \sum_{j=1}^7 A_{j1} \exp(-\omega_{j1}t) \phi_1(r). \quad (15)$$

ただし、上式の右辺第1項は、第2項と第3項が消滅した後の定常状態の中性子束を表す。制御棒落下時($t=0$)と

定常状態到達時($t \rightarrow \infty$)の基本モードのそれぞれの励起度 $A_0 + A_\infty$ と A_∞ との間には, 中性子源増倍法で採用される次の関係式が成り立つ。

$$\frac{A_0 + A_\infty}{A_\infty} = \frac{\rho_D}{\rho_0} \quad (16)$$

ただし, ρ_0 は制御棒落下前の反応度であり, Table 2 の値を使用する。(16)式を用いて(15)式を(12)式の形式に整理すると, 基本モードの減衰関数は次式のように書き換えられる。

$$T_0(t) = \frac{\rho_0}{\rho_D - \rho_0} + \sum_{j=1}^7 \frac{A_{j0}}{A_0} \exp(-\omega_{j0}t). \quad (17)$$

第1高次モードの減衰関数 $T_1(t)$ については, (13-1)式により表現される。根 ω_{jn} と展開係数 A_{jn}/A_n は, 臨界状態における制御棒落下の場合と同様の方法で計算することができる。

2. 解析結果

臨界状態において制御棒が落下された実験ケース1の減衰関数解析結果を Fig. 8(a) に示す。基本モード($n=0$)の成分は制御棒落下直後に落下前の60%程度まで即発減衰する。これに対して, 第1高次モード($n=1$)成分は15%程度まで大きく即発減衰する。このモード間の即発減衰の差異は, モード間の負の反応度の差異が原因である。(10)式で表現されるように, 第1高次モードは基本モードに比べて大きな負の反応度を有する。その後の第1高次モードの遅発減衰も基本モードに比べ大きく, 落下後100秒程度経過すると無視し得る程度となる。空間依存性低減法の適用において落下後130秒以降は基本モードが卓越すると判断した。この判断の妥当性は, 上記の解析結果から確認される。

次に, 中性子源存在下の未臨界状態において制御棒が落下された実験ケース3の減衰関数の解析結果を Fig. 8(b) に示す。第1高次モードの成分は落下前の5%程度まで即発減衰する。この即発減衰量はケース1と比べて大きく, この結果としてケース1に比べ短い経過時間で高次モードの成分は無視し得る程度となる。これに対して, 基本モードの成分は(17)式の右辺第1項により表現される定常値に漸近する傾向を示す。この中性子源により形成される定常成分は第1高次モード成分に比べ相対的に大きな値を取るため, 基本モード成分は見掛け上より短い時間経過で第1高次モード成分に対して卓越する。第1高次モード成分は, 制御棒落下後に短時間で, 大きな基本モード成分の統計的変動以下に減衰すると考えられる。空間依存性低減法の適用において, 落下後15秒以降は基本モードが卓越すると判断した。この基本モード卓越の短時間の達成は, 第1高次モードのより大きな即発減衰に加えて相対的に大きな値を取る基本モードの定常成分の存在によるものであると考える。

(a) Case-1

(b) Case-3

Fig. 8 Decay of fundamental and first-harmonic modes

VI. 結 論

近畿大学原子炉の臨界および未臨界状態において制御棒落下実験を実施し, 検出器時系列データを LSIKM によりデータ解析し反応度と中性子源強度を算出した。この算出結果には大きな空間依存性が観察された。落下後の有限のデータ長を最小自乗推定から削除することにより, この空間依存性は大幅に低減された。また, この削除データ長は検出器間の $Q(t)$ 比から容易に決定することができた。この削除データ長の妥当性を逆時間方程式に基づく解析により確認した。

制御棒落下実験に対する標準的なデータ解析法である積分法や外挿法は, 中性子の空間結合が弱い大型炉などでは空間依存性の観点から適用に限界がある。これに対して, LSIKM が本空間依存性低減法を採用することにより空間依存性の問題から解放され, 様々な体系の制御棒落下実験や反応度投入試験のデータ解析に適用されることを期待する。

— 参考文献 —

- 1) J. E. Hoogenboom, A. R. van der Sluijs, "Neutron source strength determination for on-line reactivity measurements," *Ann. Nucl. Energy*, **15**, 553 (1988).
- 2) S. Tamura, "Signal fluctuation and neutron source in inverse kinetics method for reactivity measurement in the sub-critical domain," *J. Nucl. Sci. Technol.*, **40**, 153 (2003).
- 3) W. S. Hogan, "Negative-reactivity measurements," *Nucl. Sci. Eng.*, **84**, 518 (1960).
- 4) e.g. M. S. Ash, "Nuclear Reactor Kinetics," McGraw-Hill, New York, 50-53 (1979).
- 5) K. Okumura *et al.*, *SRAC95; General Purpose Neutronics Code System*, JAERI-Data/Code 96-015, (1996).
- 6) H. Taninaka *et al.*, "Determination of lambda-mode eigenvalue separation of a thermal accelerator-driven system from pulsed neutron experiment," *J. Nucl. Sci. Technol.*, **47**, 376 (2010).
- 7) K. Mochizuki, A. Takeda, "An analysis of neutron flux, spatial oscillation due to xenon build-up in a large power reactor core," *Nucl. Sci. Eng.*, **7**, 336 (1960).
- 8) W. M. Stacey, Jr., *Space-Time Nuclear Reactor Kinetics*, Academic Press, New York (1969).
- 9) K. Hashimoto, T. Ohsawa, R. Miki *et al.*, "A practical formula for inferring eigenvalue separation from flux tilt measurement in nuclear reactors," *Ann. Nucl. Energy*, **18**, 131 (1991).
- 10) K. Hashimoto, K. Nishina, "Calculation of spatial harmonics in two-dimensional multiplicative systems," *J. At. Energy Soc. Jpn.*, **33**, 882 (1991), [in Japanese].
- 11) e.g. J. R. Lamarsh, *Introduction to Nuclear Reactor Theory*, Addison-Wesley, Massachusetts, Chap. 12 (1966).
- 12) A. F. Henry, "The application of inhour modes to the description of nonseparable reactor transients," *Nucl. Sci. Eng.*, **20**, 338 (1964).

Appendix : 展開係数 A_{jn}/A_n の計算式の導出

制御棒が落下した後 ($t \geq 0$) の中性子束は

$$\Phi(r, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^7 A_{jn} \exp(-\omega_{jn} t) \phi_n(r) \quad (\text{A1})$$

により表現できる。ただし、 $\phi_n(r)$ は制御棒落下後の体系の n 次モード固有関数であり、 ω_{jn} は n 次モードの逆時間方程式の j 番目の根とする。制御棒落下以前の原子炉は定常状態に保たれていたとすると、落下時 ($t=0$) の中性子束は次式により与えられる。

$$\Phi(r, 0) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \phi_n(r). \quad (\text{A2})$$

ただし、

$$A_n = \sum_{j=1}^7 A_{jn}. \quad (\text{A3})$$

同様に第 k 群の遅発中性子先行核密度を

$$C_k(r, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^7 B_{kjn} \exp(-\omega_{jn} t) \phi_n(r) \quad (\text{A4})$$

により表現する。遅発中性子先行核密度のバランスの式：

$$\frac{\partial C_k(r, t)}{\partial t} = \beta_k \nu \Sigma_f \Phi(r, t) - \lambda_k C_k(r, t), \quad k=1, 2, \dots, 6 \quad (\text{A5})$$

に (A1), (A4) 式を代入すると、

$$\begin{aligned} & - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^7 B_{kjn} \omega_{jn} \exp(-\omega_{jn} t) \phi_n(r) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^7 \beta_k \nu \Sigma_f A_{jn} \exp(-\omega_{jn} t) \phi_n(r) \\ & \quad - \lambda_k \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^7 B_{kjn} \exp(-\omega_{jn} t) \phi_n(r). \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

が得られる。上式はいかなる t および r の値に対しても成り立たなければならないので、両辺で互に対応する関数 $\exp(-\omega_{jn} t) \phi_n(r)$ の係数は等しくなければならない。よって、

$$B_{kjn} = \frac{\beta_k \nu \Sigma_f}{\lambda_k - \omega_{jn}} A_{jn} \quad (\text{A7})$$

が得られる。この結果、(A4) 式は

$$C_k(r, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^7 \frac{\beta_k \nu \Sigma_f}{\lambda_k - \omega_{jn}} A_{jn} \exp(-\omega_{jn} t) \phi_n(r) \quad (\text{A8})$$

となる。(A5) 式は、 $t=0$ において

$$0 = \beta_k \nu \Sigma_f \Phi(r, 0) - \lambda_k C_k(r, 0) \quad (\text{A9})$$

となり、この式に (A-2) と (A-8) 式を代入すると、

$$\lambda_k \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^7 \frac{\beta_k \nu \Sigma_f}{\lambda_k - \omega_{jn}} A_{jn} \phi_n(r) = \beta_k \nu \Sigma_f \sum_{n=0}^{\infty} A_n \phi_n(r) \quad (\text{A10})$$

が得られる。上式はいかなる r の値に対しても成り立たなければならないので、両辺の固有関数の係数は等しくなければならない。よって、

$$\sum_{j=1}^7 \frac{1}{\lambda_k - \omega_{jn}} \left(\frac{A_{jn}}{A_n} \right) = \frac{1}{\lambda_k} \quad (\text{A11})$$

が得られる。また (A3) 式は次式のように書き換えることができる。

$$\sum_{j=1}^7 \frac{A_{jn}}{A_n} = 1. \quad (\text{A12})$$

(A11) と (A12) 式を連立させて解けば、それぞれのモードについて 7 個の展開係数 A_{jn}/A_n が求まる。