線材における表面疵発生挙動 —表面疵の発生を判断する解析手法の確立—

串田 仁^{1)*}・前田 恭志²⁾・石川 孝司³⁾・須堯 正二⁴⁾

Analysis of Surface Defect Generation Behavior of Wire Rolling Defects:
Establishment of the analysis technique to determine the occurrence of surface defects

Hitoshi KUSHIDA, Yasushi MAEDA, Takashi ISHIKAWA and Shoji SUGYO

Synopsis : If surface defects on hot rolled wire rod subsequently remained, it might become the starting point of cracks in the forging process. Therefore, the surface quality for hot rolled wire rod is strongly required. In order to avoid surface defects, it is important to establish methods for predicting the positions and the criteria of the defects as a function of rolling conditions.

In this paper, we assume that the defect is a kind of plastic instability on the surface. We analyze the criteria of the defects by using a geometrical velocity field. By using FEM, we calculate the velocity vector and the geometry of the surface during rolling. The angle between the normal vector and the velocity vector on the surface is constantly changing during rolling. In order to analyze the phenomena, we introduce the new parameters $\eta = \vec{v} \cdot \vec{n}$ and $\psi = d\eta/d\theta$.

Comparing with the experimental results of the position of defects, the velocity gradient (ψ) is a good index for prediction of the defect position.

In that case, ψ is locally changing near the inlet on the roll bite. A plastic instability might occur on the surface, as a result of this condition.

Key words : surface defect; wire rod/bar rolling; finite element method.

1. 緒言

熱間圧延された線材は、熱処理、酸洗、引抜きの後、種々の形状に鍛造される。線材の表面に疵があると、その箇所が鍛造工程での割れの起点となる¹⁾。近年、鍛造加工の多様化や高精度化、工程省略の促進に伴って要求される表面品質もますます厳しくなっており、よりいっそうの表面疵の低減が求められている。

表面疵の低減に対する取組みは従来から様々な検討がなされてきたが²⁻⁷⁾、鋼片段階に存在していた疵の変形挙動を調査した例が主流であり、圧延変形独自で発生する疵に関して研究された例は少ない⁸⁻¹⁰⁾。

線材の表面疵は、一般的に圧延後の外観によって分類される¹¹⁾。なかでも、しわ疵は発生部位に規則性があることから圧延変形が起因していると想定できるが、同一条件で圧延しても発生頻度にばらつきがあり、その明確な発生原因は明らかになっていなかった。そこで本報告では、圧延後にしわ状に発生するしわ疵を対象とし、その発生メカニズムの解明と表面疵発生判断指標の導出に取り組んだ。

2. 基礎実験による表面疵の再現

典型的なしわ疵の酸洗後外観写真と横断面光学顕微鏡写真をFig.1に示す。疵発生位置には円周方向に規則性があり、酸洗後の外観では、複数の凹凸が密集したしわ状となっている。また、その疵の深さは一般的に0.01~0.05 mm程度である。

線材特有の圧延変形によって表面疵が発生することを検証するために、テストミルでの基礎実験を実施した。実験に使用した孔型系列は、線材圧延で一般的に用いられる孔型系列の中でも経験的に疵が発生しやすい角一オーバル孔型系列とした。素材寸法は□20とし、圧延変形によるメタルフローを変化させるために、角のコーナーRの形状をR=0 mmと5 mmとした。大気中で1000℃に加熱した角素材をオーバル孔型で1パス熱間圧延後、横断面を光学顕微鏡で観察し、疵深さを測定した。実験条件をTable 1に示す。

□20コーナーR=0 mmにおける圧延後の横断面疵発生位置と疵深さ、および表面疵写真をFig.2に示す。□20コーナーR=5 mmの条件では表面疵が発生しなかったの対し

平成25年10月30日受付 平成25年11月25日受理 (Received on Oct. 30, 2013 ; Accepted on Nov. 25, 2013)

1) (株) 神戸製鋼所技術開発本部開発企画部 (R&D Planning Dept., Technical Development Group, Kobe Steel, Ltd., 1-5-5 Takatsukadai Nishi-Ku Kobe Hyogo 651-2271)

2) (株) 神戸製鋼所技術開発本部材料研究所 (Materials Research Laboratory, Kobe Steel, Ltd.)

3) 名古屋大学大学院工学研究科マテリアル理工学専攻 (Department of Materials Science and Engineering, Nagoya University)

4) (株) 神戸製鋼所鉄鋼事業部門神戸製鉄所線材条鋼圧延部 (Rolling Technology Section Wire Rod & Bar Rolling Dept., Kobe Works Iron & Steel Business, Kobe Steel, Ltd.)

* Corresponding author : E-mail : kushida.hitoshi@kobelco.com

DOI : http://dx.doi.org/10.2355/tetsutohagane.100.625

Table 1. Test Condition.

Material		SWRCH45K
Roll diameter	(mm)	230.0
Heating temperature	(°C)	1000
Rolling speed	(m/min)	1.5
Shape of groove	(mm)	R = 23.6 H = 5.00
Roll gap	(mm)	S=3.0

Fig. 1. Form and optical photomicrograph of typical wrinkle defect.

Fig. 2. Defects position and defects depth after rolling. (20 mm square, R=5 mm)

て、 $\square 20$ コーナー $R=0$ mm の条件では素材段階で表面が健全であるにも関わらず、圧延変形後にスケールを巻き込んだ表面疵が発生し、発生した表面疵の部位に幾何学的な規則性があることが確認できた。

3. 数値解析による表面疵発生メカニズムの考察

前章の基礎実験結果では、圧延疵はスケールを巻き込んでおり、圧延中の自由表面から発生している。実機で対象とする表面疵もサブスケールを巻き込んだ疵であることが確認¹⁰⁾されており、本基礎実験は実機と同様なメカニズムで形成されたことが分かる。そこで、この基礎実験結果を

Fig. 3. Calculated strain distribution by FEM and observed one.

対象にして、圧延中のメタルフローの解析を行った。

3・1 数値解析による表面疵発生モデル

自社開発の剛塑性3次元FEM¹²⁾で圧延変形解析を行い、実験結果と比較した。素材 $\square 20$ (コーナー $R=0$ mm) における周方向ひずみ分布解析結果と、基礎実験で観察された表面疵との比較をFig.3に示す。圧延後のコーナー部で局部的に周方向の圧縮ひずみ (図中の赤) が高くなっており、この部位と基礎実験での表面疵発生位置とが対応していることが分かる¹⁰⁾。しかしながら、表面疵の発生挙動を明らかにするには、周方向の圧縮ひずみと疵発生の因果関係を検討する必要がある。本報では表面疵の発生原因、および上記周方向圧縮ひずみとの相関について検討した。

3・1・1 表面疵発生条件の仮定

対象としている表面疵は100 μm 以下のサイズ (Fig.1) であることから、FEM解析で表面疵自身を再現するのは非常に細かい要素分割が必要となり、現実的ではない。他方、表面疵の形態からして、対象としている表面疵は自由表面の塑性座屈現象の一種であると考えられる。

そこで、まず疵自身をFEMで解析するのではなく、材料メタルフローの不連続点に注目し、変形中の幾何学形状と節点速度ベクトルから変形後の形状を定式化して、変形中

Fig. 4. Model for the formulation.

の速度勾配が素材周方向にそって局所値をもつときに疵が発生すると仮定した。

3・1・2 変形後形状の定式化

圧延中の任意の断面において、外形形状の変形前後の形状を極座標を用いて定義し、それぞれ $r(\theta)$ 、 $R(\theta)$ と定義し、 $R(\theta)$ を以下の手順で定式化した。模式図を Fig.4 に示す。

変形前の座標 (○) : $(r(\theta) \cdot \cos(\theta), r(\theta) \cdot \sin(\theta))$

変形後の座標 (●) : $(R(\theta) \cdot \cos(\theta), R(\theta) \cdot \sin(\theta))$

法線方向ベクトル : n , 接線方向ベクトル : S

節点速度ベクトル : V

法線ベクトルと速度ベクトルとのなす角度 : β

r 座標から R 座標に、微小時間 Δt で変位すると仮定すると、

$$R(\theta) \cdot \cos \theta = r(\theta) \cdot \cos \theta + v_x \cdot \Delta t$$

$$R(\theta) \cdot \sin \theta = r(\theta) \cdot \sin \theta + v_y \cdot \Delta t$$

$R(\theta)$ に対して、 Δt に関する 2 次の微小項を無視すると、

$$\begin{aligned} R(\theta) &= \sqrt{R(\theta)^2 \cos^2 \theta + R(\theta)^2 \sin^2 \theta} \\ &= r(\theta) \cdot \sqrt{1 + \frac{2 \cdot (\cos \theta \cdot v_x + \sin \theta \cdot v_y) \cdot \Delta t}{r(\theta)} + \frac{(v_x^2 + v_y^2) \cdot \Delta t^2}{r(\theta)^2}} \\ &\approx r(\theta) + (\cos \theta \cdot v_x + \sin \theta \cdot v_y) \cdot \Delta t \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1)$$

規格化された法線ベクトルは、

$$\begin{aligned} \frac{\vec{s}}{|\vec{s}|} &\approx \left[\frac{\frac{\partial r}{\partial \theta} \cdot \cos \theta - r(\theta) \cdot \sin \theta}{r(\theta) \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\partial r}{r \partial \theta} \right)^2}}, \frac{\frac{\partial r}{\partial \theta} \cdot \sin \theta + r(\theta) \cdot \cos \theta}{r(\theta) \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\partial r}{r \partial \theta} \right)^2}} \right] \\ &= \left(\frac{\partial r}{r \partial \theta} \cdot \cos \theta - \sin \theta, \frac{\partial r}{r \partial \theta} \cdot \sin \theta + \cos \theta \right) \end{aligned}$$

よって、法線ベクトル n は、

$$\vec{n} = \left(\frac{\partial r}{r \partial \theta} \cdot \sin \theta + \cos \theta, -\frac{\partial r}{r \partial \theta} \cdot \cos \theta + \sin \theta \right)$$

Fig. 5. Calculated equivalent strain distribution by FEM. (20 mm square, $R=5$ mm)

速度ベクトル v と法線ベクトル n の内積をとると、

$$\begin{aligned} \vec{n} \cdot \vec{v} &= \left(\frac{\partial r}{r \partial \theta} \cdot \sin \theta + \cos \theta, -\frac{\partial r}{r \partial \theta} \cdot \cos \theta + \sin \theta \right) \cdot (v_x, v_y) \\ &= \{v_x \cdot \cos \theta + v_y \cdot \sin \theta\} + \frac{\partial r}{r \partial \theta} \cdot \{v_x \cdot \sin \theta - v_y \cdot \cos \theta\} \\ &\equiv |\vec{v}| \cdot \cos \beta \end{aligned}$$

ここで、

$$\frac{\partial r}{r \partial \theta} \equiv \frac{\partial (\ln(r))}{\partial \theta} \ll 1$$

と仮定すると、

$$v_x \cdot \cos \theta + v_y \cdot \sin \theta \approx |\vec{v}| \cdot \cos \beta \quad \dots\dots\dots (2)$$

(1) 式、(2) 式より

$$R(\theta) \approx r(\theta) + |\vec{v}(\theta)| \cdot \cos \beta(\theta) \cdot \Delta t \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\eta(\theta) = |\vec{v}(\theta)| \cdot \cos \beta(\theta) \quad \dots\dots\dots (4)$$

3・1・3 表面疵発生判断指標

式 (3) より、初期外形形状 $r(\theta)$ に対して、変更後の形状 $R(\theta)$ で凹み (疵) が発生する条件は、材料の法線方向の速度分布が単調変化しない場合と考えられる。つまり、右辺第 2 項が θ に対して局所値を持つときに発生すると考えられる。次節以降では、圧延各段階における θ と (3) 式の右辺第 2 項の $|\vec{v}(\theta)| \cdot \cos \beta(\theta)$ (以下 η 、(4) 式) との関係、および θ と η の勾配 (η を θ で微分した値 : 以下 ϕ) との関係を表面疵の判断指標として考察した。

3・2 数値解析結果からの η 算出方法

細かいメッシュサイズまでの計算を行うために、自由メッシュを使える汎用有限要素法 (ABAQUS/Explicit) を用いて変形解析を実施した。変形解析で得られた圧延中の形状、およびオイラー座標系での断面を合わせて Fig.5 に示す。以降、長手方向の同一座標 (長手断面) で解析結果を評価した。

有限要素解析によって求めた圧延中のロールバイト内の断面形状と、式 (3) の θ , β の定義角度を Fig.6 に示す。なお、角度 θ は対象とする節点 (図の●) と中心点とのなす角度であり、素材周方向の位置を示す。また、角度 β は、対象とする節点に隣り合う2つの節点で表面を円近似したときの法線ベクトル (図の点線矢印) と速度ベクトル (図の太線矢印) とのなす角度である。隣り合う3つの節点で形成される円の中心座標と対象とする節点座標から法線ベクトルを求めて β を算出し、速度ベクトルの絶対値から η を算出した。また、 ψ については以下の式 (5) から算出した。

$$\varphi(\theta) = \frac{d\eta}{d\theta} = \frac{|\vec{v}(\theta_{i+1})| \cdot \cos \beta(\theta_{i+1}) - |\vec{v}(\theta_i)| \cdot \cos \beta(\theta_i)}{(\theta_{i+1} - \theta_i)} \quad (5)$$

添字は、幅方向中心から i , $i+1$ 番目の表面節点

孔型圧延では、幅方向中心 (角度 $\theta = 0^\circ$) での単純圧縮 (角度 $\beta = -180^\circ$, $\cos \beta = -1$) から、圧下方向中心 (角度 $\theta = 90^\circ$) での単純幅広がり (角度 $\beta = 0^\circ$, $\cos \beta = 1$) まで周方向に変化する。従って、 η は圧下方向が主体となるメタルフローでマイナス、幅広がり方向が主体となるメタルフローでプラス側の値となる。

3・3 有限要素法を用いた各実験条件の再現

基礎実験で表面疵の発生しなかった□20 コーナーR=5 mm、および表面疵の発生した□20 コーナーR=0 mm の条件に対し、均一材料と仮定して解析を実施した。なお、素材の変形抵抗は炭素鋼0.45% C, 900℃とし¹³⁾、摩擦係数はクーロン摩擦で0.4とした。

□20 コーナーR=5 mm, R=0 mm について、圧延中の任意断面 (A~F) における角度 θ と η の関係をそれぞれ Fig.7, Fig.8 に示す。図中のLはロールバイト出口 (最圧下位置) までの距離を示している。以降では、ロールと素材表面とが素材幅方向中心に接触するまでの圧延初期と、完全に接触後の圧延後期に分けて $\theta - \eta$ の挙動を比較する。

3・3・1 素材コーナーRが圧延中の η に及ぼす影響

(1) 圧延初期における $\theta - \eta$ の挙動

ロールと素材表面とが素材幅方向の中心に接触するまでの圧延初期 (A~C) について、 $\theta - \eta$ の関係を比較する。

□20 コーナーR=5 mm (Fig.7-1) において、ロールと素材とがコーナー部から接触を開始するAでは、コーナー部の圧下によりロールとの接触部 ($31^\circ < \theta < 41^\circ$) で η がマイナス側に減少する。また、ロールと接触していない幅方向中心側では ($\theta < 31^\circ$)、この変形にともなう若干圧下されている。この挙動は、素材がロールの幅中心まで接触する直前のCまで同様の挙動を示す。

これに対して、□20 コーナーR=0 mm (Fig.8-1) の条件では $\theta = 44$ 度の位置から点接触を開始し、幅方向中心部がロールと接触するまで局所的に加工され、 η が急激に変化していることが分かる。

(2) 圧延後期における $\theta - \eta$ の挙動

圧延が進行したD以降 (Fig.7-2, 8-2) では、ロールと素材との接触境界部 (図中矢印) は自由面側に移動していき、ロールとの接触面では圧下方向、自由面では幅広がり方向の変形となる。この挙動はコーナーRに関係無くほぼ同様であり、ロールと素材との接触境界部以外での局所的な変化は発生していない。

3・3・2 素材コーナーRが圧延中の ψ に及ぼす影響

□20 コーナーR=5 mm, R=0 mm における圧延中ロールバイト内各位置での $\theta - \psi$ の関係をそれぞれ Fig.9, Fig.10 に示す。なお、断面内位置を示す角度 θ は、材料座標として圧延終了時の座標での θ (以下 θ') に変換して図示した。

□20 コーナーR=5 mm における ψ の挙動は、ロールと素材との接触境界部近傍において若干変化があるが、局所的に急激な勾配の変化は見受けられない。従って、この条件の変形では、素材周方向に局所的な速度勾配をもたない比較的均一な変形であることが分かる (Fig.9-1)。

それに対してコーナーR=0 mm の条件では、前節で示した $\theta - \eta$ の関係における圧延初期の勾配変化が顕著に表現されており、特にA,Bでの $\theta' = 64^\circ$ の位置で勾配 ψ が急激に変化していることが確認できる (Fig.10-1)。また、圧延後期のD以降ではコーナーRに依存せず、ロールと素材との接触境界部以外、急激な勾配変化は無い (Fig.9-2, Fig.10-2)。

3・3・3 基礎実験結果と ψ の局所点との比較

□20 コーナーR=0 mm の条件について、基礎実験で表面疵の発生した表面疵発生位置と、 $\theta' - \psi$ において急激な速度勾配の発生した角度 $\theta' = 64^\circ$ における、素材横断面位置と基礎実験での表面疵観察結果の関係を Fig.11 に示す。

ψ の局所点と基礎実験で表面疵の発生した位置とはほぼ対応しており、変形中の幾何学形状と節点速度ベクトルからメタルフローの不連続点を解析する本手法が、表面疵の予測に有益な手法であることが確認できた。

Fig. 6. Relationship between the surface velocity vector and θ, β .

Fig. 7-1. Relationship between θ and η (A~C □20 R=5 mm). Fig. 7-2. Relationship between θ and η (D~F □20 R=5 mm). Fig. 8-1. Relationship between θ and η (A~C □20 R=0 mm). Fig. 8-2. Relationship between θ and η (D~F □20 R=0 mm). Fig. 9-1. Relationship between θ and ψ (A~C □20 R=5 mm). Fig. 9-2. Relationship between θ and ψ (D~F □20 R=5 mm). Fig. 10-1. Relationship between θ and ψ (A~C □20 R=0 mm). Fig. 10-2. Relationship between θ and ψ (D~F □20 R=0 mm).

Fig. 11. Relationship between the critical point of η , and the defects position.

以上の結果から考察した表面疵の発生メカニズムを以下にまとめる。

- ①角→オーバル孔型系列では、ロールと素材とは素材コーナー部から接触を開始する。
- ②接触初期の段階で、ロールと素材との接触境界部の自由面側で、素材外周に対して局所的に速度勾配が変化する。
- ③その結果、上記部位において局所的な塑性座屈が生じて凹みを形成する。
- ④ロールと素材とが幅方向中心部まで接触後は比較的均一に圧延が進行するが、③で形成された凹みは圧延最終時まで残り、表面疵として残存する。

4. 有限要素法による表面疵の再現

前節までの η での評価は、実験結果と良好な対応を示している。しかしながら、これまでの解析結果で示してきたように、有限要素法自身で疵のような幾何学的な形状はみられず、実際の疵の変形を正確に表現できているかは不明である。そこで、幾何学的に疵を再現して η による評価が妥当であるかどうかを検討する必要がある。

有限要素法で幾何学的な疵を再現する方法として、材料の一部を硬くする解析が提案されている¹⁴⁾。ここでは、圧延材の表層0.2 mmを内部材の5倍として、 $\square 20$ コーナー $R=0$ mmの条件で解析を実施した。

解析結果から得られた表面形状をFig.12に示す。表層部分の材料を硬くすることにより、有限要素法でも幾何学的な凹みが形成され、疵の起点と思われる変形が再現できることが分かった。

Fig. 12. Material shape during deformation. ($L=30$ mm $\square 20R=0$ mm)

4・1 疵再現解析での η の挙動

表層変形抵抗を内部に対して5倍とした条件における圧延初期の $\theta - \eta$ の関係をFig.13に示す。 η が最小値を取った後に再び増加する位置、すなわちロールと接触していない自由面側に着目する。

均一材では幅広がりによって徐々に η が増加しているのに対して (Fig.8-1), 表層変形抵抗を5倍にした条件では、 η は自由面での幅広がりによって上昇に転じた後、再び局所的に急激に減少する挙動が見受けられる (B: $\theta = 47^\circ$, C: $\theta = 48^\circ$: 図中に矢印で表記)。

η が局所的に急激に減少する部位と、幾何学的に疵を形成する部位 (Fig.12) とは対応しており、疵形成の予測として η による評価が妥当であることが検証できた。

4・2 表面メタルフローと周方向圧縮ひずみとの相関

従来の研究から、線材圧延において局所的な周方向の圧縮ひずみが発生する位置と、表面疵発生位置とが対応することが確認されていた¹⁰⁾。そこで、本報で着目した圧延中の素材表面の勾配 ψ と、圧延前後の周方向ひずみ分布との関係を調査した。表層変形抵抗5倍の条件における $L=30$ mm位置での θ' と ψ , および周方向ひずみ ϵ との関係をFig.14に示す。

Fig.14より、圧延変形によって局所的な周方向圧縮ひずみが発生する部位と、局所的に η の勾配が変化する部位は $\theta' = 64^\circ$ (図中に矢印で表記) でほぼ一致している。このことから、表面疵の発生原因は不均一変形による圧延中の局所的な速度勾配であり、このような部位では、圧延前後の局所的な周方向の圧縮ひずみが増大することが確認できた。

なお、両者の関係を式でみると、周方向ひずみ ϵ θ は上記式 (3) から下記式 (6) に近似でき、本報と等価な評価基準となるが、 $\theta - \eta$ (あるいは $\theta - \psi$) の関係を詳細に確認することで、単純な圧縮変形となるか、塑性座屈を生じ

Fig. 13. Relationship between θ and η .
(A~C Flow Stress 5.0/1.0 □20 R=0 mm).

Fig. 14. Relationship between θ' and ψ and strain.
(L=30 mm Flow Stress 5.0/1.0 □20 R=0 mm).

るメタルフローとなるかの判断が可能となる。

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{R(\theta) \cdot d\theta - r(\theta) \cdot d\theta}{r(\theta) \cdot d\theta} \approx \frac{|\vec{v}(\theta)|}{r} \cdot \cos \beta(\theta) \cdot \Delta t \dots \dots \dots (6)$$

5. まとめ

線材の重要な要求品質の一つである表面疵の発生メカニズムに対し、圧延変形中の表面材料流動の観点から検討し、以下の結果を得た。

1. 圧延中の断面において、節点の位置、表面節点の速度ベクトル、表面を形成する節点の法線ベクトルから変形前後の外形形状を定式化し、表面疵の新たな判断指標として η 、 ψ を導入した。

2. 圧延中の節点位置 θ に対する η の勾配変化 (ψ) に局所値を持つ節点位置と、基礎実験での表面疵発生位置とが一致することを確認した。

3. これらの結果から表面疵の発生メカニズムを推定し、表面疵の発生を判断する新たな解析手法を確立した。

文 献

- 1) T.Fukuda and H.Hagita: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **16**(1975), 255.
- 2) S.Yanagimoto: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **2**(1961), 335.
- 3) T.Ohtake, S.Murayama and K.Matsukura: *Seitetsu Kenkyu*, **211**(1955), 50.
- 4) T.Matsui, T.Ogata, M.Fujita and M.Asakawa: *Sumitomo Met.*, **26**(1974), 324.
- 5) 加藤健三, 斉藤好弘, 森高満, 碓幸雄, 森賀幹夫: 塑性加工春季講演会, (1979), 485.
- 6) 加藤健三, 斉藤好弘, 森高満: 塑性加工春季講演会, (1978), 197.
- 7) T.Suwaki, K.Oda, K.Yamanaka and I.Chikushi: *Nakayama Steel Tech. Rep.*, **25**(1986), 30.
- 8) T.Ishikawa, N.Yukawa, Y.Yoshida and Y.Tonohata: *Tetsu-to-Hagané*, **89**(2003), 1142.
- 9) N.Yukawa, T.Ishikawa, Y.Yoshida and A.Koyachi: *Tetsu-to-Hagané*, **91**(2005), 861.
- 10) H.Kushida, M.Takeda, S.Miyazaki and Y.Kubota: *Kobe Steel Eng. Rep.*, **61**(2011), 29.
- 11) 第3版鉄鋼便覧Ⅲ (2), 日本鉄鋼協会編, 丸善, 東京, (1980), 875.
- 12) 豊島史郎: 圧延理論部会理論解析技術検討会最終報告書第3章, 日本鉄鋼協会, (1998), 35.
- 13) Y.Misaka and T.Yoshimoto: *J. Jpn. Soc. Technol. Plast.*, **8**(1967), 414.
- 14) Y.Maeda: *Kobe Steel Eng. Rep.*, **59**(2009), 8.