デンドライトまわりの電磁振動流と溶質輸送の数値解析

上野 和之^{1)*}・棗 千修²⁾・嶋崎 真一³⁾・岩井 一彦⁴⁾・大笹 憲一²⁾

Numerical Study of Oscillating Melt Flows and Its Solute Transport Driven by Electromagnetic Force around Dendrite

Kazuyuki UENO, Yukinobu NATSUME, Shin-ichi SHIMASAKI, Kazuhiko IWAI and Kenichi OHSASA

Synopsis : Numerical simulations of oscillating flows of molten metal were carried out. These flows were driven by electromagnetic force under imposition of static magnetic field and alternating electric field. Solute transport around a dendrite was calculated simultaneously with the flow field. Results of simulations clarify effects of the electromagnetic oscillating flows on the solute transport when solute condensation occurs in liquid phase around the dendrite. Boundary layer of the oscillating flow is similar to Stokes layer. In the vicinity of the tip of the primary arm (or the tertiary arm), a vortex is generated from this shear layer every half period. These vortices blow up the solute and hence solute transport is enhanced. Simulation results of various conditions suggests the optimum Womersley number exists while the primary-arm Reynolds number is required to be much greater than one. Five times enhancement of solute transport is obtained in a typical case where Womersley number is 8.6 and the primary-arm Reynolds number is 14.

Key words : solute transport; dendrite; oscillating flow; simulation; electromagnetic processing of materials.

1. 諸言

金属材料の凝固組織微細化は偏析低減や機械的強度の増加に繋がるので、様々な方法で微細化が図られてきた。例えば、異質核生成を促進させるための微細化材添加¹⁾、振動印加²⁾や超音波印加³⁾が挙げられる。また、合金の凝固初期に交流電流と静磁場とを重畳印加する電磁振動により、凝固組織の微細化が可能である⁴⁾。この方法の微細化メカニズムは、振動強度が強いときは核生成であり、振動が弱いときの微細化メカニズムはデンドライトの溶断による結晶増殖であること⁵⁾が実験により明らかとなっている。強力な振動が核生成を誘起することは、超音波印加による凝固現象などで以前から知られている。いっぽう、振動強度が弱くとも結晶増殖により微細化されるという事実は、電磁振動が固液界面近傍に流動を誘起することを示唆する。この方法は、電流や磁場の強度、周波数などにより流動形態を変化させようと考えると、固液界面近傍での溶質輸送ツールとしての可能性を秘めている。

電磁場印加下で誘起される流動が凝固組織に与える影響について、中炭素鋼を対象として詳細な研究が行われている⁶⁾。高周波交流磁場により試料を浮揚させながら適切な強度の静磁場を重畳印加させることで、その流動抑制効果

を利用して流速制御を行いつつ試料を凝固させた研究である。流速が増加した場合、成長する固相から排出された溶質の輸送が増加する。これにより不安定性が増大し^{7,8)}、固相の溶断によって結晶増殖が促進される。その結果として、柱状晶組織から等軸晶組織への遷移がおけると説明されている。また、流動による溶質輸送が顕著となる流速が 10^{-3} m/sであることも明らかにされている。しかしながら、この研究に於ける電磁力はおおむね界面に垂直なので、試料内部での等軸晶化は界面付近の剪断振動流の影響ではなく、一方向のバルク流れの効果と見なすことができる。

固液界面近傍に剪断電磁力を与えて凝固組織を微細化した研究例はIwai and Kohamaの実験⁹⁾で示されている。しかし、デンドライトの結晶成長は複雑な現象であるため不明点が多い。固液界面近傍に電磁振動を印加したときに起こる物理現象を理解して、それを溶質輸送ツールとして活用するためには、デンドライトの複雑形状界面近傍における電磁場、速度場を明らかにする必要がある。いっぽう、金属内部で誘起される流動の直接観察は困難であることに加えて、磁場、電流とも可視化が困難である。そこで、Uenoらは理論的研究¹⁰⁾で電磁流体力学的に重要となる無次元パラメータを示した。しかしながら、電磁振動流によって固液界面近傍での溶質輸送がどの程度促進されるのか不明

平成27年10月13日受付 平成27年12月1日受理 平成28年1月6日J-STAGE早期公開 (Received on Oct. 13, 2015 ; Accepted on Dec. 1, 2015 ; J-STAGE Advance published on Jan. 6, 2016)

1) 岩手大学工学部 (Department of Mechanical Engineering, Iwate University, 4-3-5 Ueda Morioka 020-8551)

2) 秋田大学大学院工学資源学研究所 (Department of Materials Science and Engineering, Akita University)

3) 国立高専機構香川高専 (National Institute of Technology, Kagawa College)

4) 北海道大学大学院工学研究院 (Faculty of Engineering, Hokkaido University)

* Corresponding author : E-mail : uenok@iwate-u.ac.jp

DOI : <http://dx.doi.org/10.2355/tetsutohagane.TETSU-2015-091>

である。

そこで、本研究ではデンドライト界面近傍における流動および溶質輸送の数値解析を行い、電磁振動流が溶質輸送に与える効果を詳しく調べる。また、Uenoらの理論的研究¹⁰⁾で示された溶質輸送を効果的に行うための条件の検証を行ったので報告する。

2. 問題設定と基礎方程式

デンドライトの1次アーム間隔を λ_1 [m]として、Fig.1に示すような $\lambda_1 \times \lambda_1 \times 2\lambda_1$ の直方体領域を解析領域とする。1次アームの方向に z 軸をとり、2次アーム方向に x 軸と y 軸をとる。 x 方向および y 方向には同じ形状の固液界面と同じ流れ場、同じ溶質濃度が周期的に分布しているものと考え、数値解析において周期境界条件を与える。

3次元のデンドライト形状は、あらかじめフェーズフィールド法¹¹⁻¹³⁾で計算したものを利用する (Fig.1)。ただし、電磁振動流計算での計算領域サイズはフェーズフィールド計算での計算領域サイズと同じではなく、デンドライト形状を相似的にサイズ変更して利用する。また、この研究では結晶成長は考慮せずに、与えられた形状がそのまま維持されるものとして扱う。

z 方向に一樣な静磁場を印加する。その磁束密度の大きさを B_{0z} [T]とする。この研究は、交流電磁場の表皮厚さよりも十分に小さい系で解析を行う。その場合の誘導磁場は微小である¹⁰⁾。そこで誘導磁場を無視して一樣磁場が維持されるものとする。

空間的に一樣で時間的に変化する交流電場を印加する。印加電場の向きは x 方向で、その実効値を E_{0x} [V/m]で与える。電流密度はおおむね印加電場に比例する。しかし、固体金属の導電率と融液の導電率には差があるため、実際の電流密度ベクトルは印加電場ベクトルと完全には平行にならない。また、磁場下の融液に流れがある場合には電流密度分布は流れの影響を受ける。

Fig. 1. Computation domain. (Online version in color.)

直交する電流と磁場が存在すると導電体に電磁力が作用する。この電磁力によって融液に流れが生じる。その方向はおおむね y 方向であるが、固液界面形状やその他様々な要因によってより複雑な流れとなるので流速ベクトルの x 成分と z 成分も発生する。そのため、交流電磁力によって駆動される流れは3次元的な振動流となる。

電磁力によって駆動された振動流によって溶質が輸送される。その効果を考慮した溶質濃度分布を得るために溶質濃度の非定常移流拡散方程式を解く。実際の凝固問題を忠実に再現するためには、流動と溶質濃度と温度との連成問題を解かなければならない。そのさいには、局所的な結晶成長に合わせて固液界面がそれぞれの位置でそれぞれの方向に移動することを考慮しなければならない。この複雑な連成解析は将来の課題として先送りして、この研究では問題の単純化を行う。流れは溶質濃度分布に影響を与えるが、溶質濃度は流れに影響を与えず、固液界面位置の変化は考慮しないものとする。また、温度は解析の対象からはずす。そして、固相内での現象には頓着しない。ただし、電流密度だけは固相内の分布も計算する。このような単純化を行ったとしても電磁振動流による溶質輸送の促進効果について一定の見通しを得ることは可能である。

結晶成長を直接的には扱わないので、結晶成長の際に生じる溶質濃化については何らかのモデル化が必要となる。この研究では、固液界面で固相から液相に向かう次のような溶質質量流束を与える。

$$S_{SL} = \rho(1 - k_p)C_L U_{gr} \quad [\text{kg/m}^2\text{s}] \quad (1)$$

ここで、定数 ρ [kg/m³]は液相密度を示し、定数 k_p は平衡分配係数を示す。 $C_L(x, y, z, t)$ は液相の溶質質量分率(質量パーセント濃度の1/100)を示す場の関数で、上式においては固液界面に接する液相側の値である。 U_{gr} は局所結晶成長速度であり、これを次のような関数で与える。

$$U_{gr} = U_d \frac{\chi - \left(\frac{k_p C_L}{C_0} \right)}{\chi - 1} \left(\frac{k_p C_L}{C_0} \right)^{-\xi} \quad [\text{m/s}] \quad (2)$$

ここで、定数 U_d [m/s]は結晶成長速度の代表値であり、定数 C_0 は液相バルク遠方の溶質質量分率を示す。 ξ は濃度依存性を特徴づける $\xi \geq 1$ の定数である。もしも、解析の結果として平滑固液界面で $C_L = C_0/k_p$ となるような解が得られたとしたなら、そのときの成長速度は $U_{gr} = U_d$ である。この状態は定常一方向凝固の理論値に一致する。いっぽう、固液界面で C_L が C_0/k_p よりも小さい値の場合は $U_{gr} > U_d$ となる。逆に、固液界面で C_L が C_0/k_p よりも濃化すると $U_{gr} < U_d$ となる。これは、実際の凝固において溶質濃化が顕著な領域で局所的結晶成長速度が遅くなって溶質排出量が減ることに対応している。式(2)の右辺の χ を含む分数部分は C_L が際限なく濃化するのを防ぐ役割で入れたものであり、

$\chi > 1$ の定数を設定して調整する。簡単なモデルであるが、定数 U_d , ξ , χ を適切な値にすれば溶質排出を定性的にある程度模擬できると考える。ただし、実際の結晶成長とは違いこの研究の数値解析では固液界面位置が変化しないので、式 (1), (2) を使った溶質濃化が意味をもつのは $t \sim \lambda_l / U_d$ [s] の時間帯までに限られる。

以上のような問題設定で次の基礎方程式を解く。

$$\mathbf{j} = \sigma (-\nabla \phi_E + H_L \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = 0 \quad (4)$$

$$\nabla \cdot (H_L \mathbf{u}) = 0 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial H_L u_x}{\partial t} + \frac{\partial H_L u_x^2}{\partial x} + \frac{\partial H_L u_x u_y}{\partial y} + \frac{\partial H_L u_x u_z}{\partial z} \right) \\ &= H_L \left\{ -\frac{\partial p}{\partial x} + 2\eta \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \eta \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) + \eta \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) \right\} \\ & \quad - \delta_{SL} M_m u_x + H_L j_y B_{0z} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial H_L u_y}{\partial t} + \frac{\partial H_L u_y u_x}{\partial x} + \frac{\partial H_L u_y^2}{\partial y} + \frac{\partial H_L u_y u_z}{\partial z} \right) \\ &= H_L \left\{ -\frac{\partial p}{\partial y} + \eta \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + 2\eta \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \eta \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) \right\} \\ & \quad - \delta_{SL} M_m u_y - H_L j_x B_{0z} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial H_L u_z}{\partial t} + \frac{\partial H_L u_z u_x}{\partial x} + \frac{\partial H_L u_z u_y}{\partial y} + \frac{\partial H_L u_z^2}{\partial z} \right) \\ &= H_L \left\{ -\frac{\partial p}{\partial z} + \eta \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + \eta \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) + 2\eta \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right\} \\ & \quad - \delta_{SL} M_m u_z \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial H_L C_L}{\partial t} + \frac{\partial H_L C_L u_x}{\partial x} + \frac{\partial H_L C_L u_y}{\partial y} + \frac{\partial H_L C_L u_z}{\partial z} \right) \\ &= H_L D \rho \left(\frac{\partial^2 C_L}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_L}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_L}{\partial z^2} \right) - \delta_{SL} S_{SL} \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 $\mathbf{j}$ [A/m] は電流密度ベクトル、 σ [S/m] 導電率、 ϕ_E [V] は電場のスカラーポテンシャル、 $\mathbf{u}$ [m/s] は流速ベクトルである。磁束密度ベクトル $\mathbf{B}$ は z 成分だけをもち、その大きさは B_{0z} [T] である。 H_L は液相中で1、固相中で0となるヘヴィサイド関数である。また、 p [Pa] は圧力、 η [Pa·s] は粘度、 D [m²/s] は拡散係数を示す。 δ_{SL} は固液界面に垂直な方向の1次元的なデルタ関数である。

電場を「外部印加電場」と「外部印加電場からのずれ分」との和として考え、スカラーポテンシャルを次のようにおきなおした。

$$\phi_E = -\sqrt{2} E_{0x} x \cos(2\pi f t) + \phi_E' \quad (10)$$

ここで、右辺の第1項が外部印加分であり、 ϕ_E' は「ずれ分」に対応するスカラーポテンシャルである。他の変数と同様に ϕ_E' は x 方向および y 方向の周期関数であると考え。

上下の境界では次のような境界条件を与える。

$$j_z = 0, \quad \mathbf{u} = \mathbf{0}, \quad \frac{\partial C_L}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z = 0 \quad (11)$$

$$j_z = 0, \quad \frac{\partial u_x}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial u_y}{\partial z} = 0, \quad u_z = 0, \quad \frac{\partial C_L}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z = 2\lambda_l \quad (12)$$

また、固液界面では式 (1), (2) で相間溶質質量流束を求めて式 (9) に与えるのと同時に、粘着条件 $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ が達成されるように式 (6) – (8) に相間運動量流束を与える。 M_m [kg/(m²s)] は、一定レベル以下の誤差で粘着条件を満足させるよう相間流束を調整する定数であり、質量流束の次元をもっている。オームの法則 (3) および電荷の保存則 (4) については固相内部も合わせて解を求める。ただし、導電率 σ [S/m] は液相と固相で不連続に値が変わる。

数値解析で設定した種々の物性値を Table 1 にまとめる。基準となる結晶成長速度は Iwai and Kohama の実験研究⁹⁾ を参考にして $U_d = 1$ mm/s とした。また、外部印加磁場の磁束密度も実験に合わせて $B_{0z} = 1$ T とした。

数値シミュレーションを行った種々のケースの条件を Table 2 にまとめる。デンドライト1次アーム間隔 λ_l は主に 100 μm の場合について調べ、一部 10 μm とした。また、交流電場の周波数 f は主に 2000 Hz の場合 (Iwai and Kohama の実験⁹⁾ に対応) について調べ、比較のため 50 Hz と 8000 Hz の場合も調べた。典型的な電磁振動流が得られた Case 1 では、 $E_{0x} = 15$ V/m とした。このとき、次の式¹⁰⁾ で計算される振動流速振幅の概算予測値 U_0 [m/s] は 0.12 m/s になる。

$$U_0 = \frac{\sigma E_{0x} B_{0z}}{2\pi f \rho} \quad (13)$$

Table 1. Physical properties and constants in Eq. (2).

Liquid density ρ [kg/m ³]	7×10^3
Viscosity η [Pa·s]	6×10^{-3}
Diffusion coefficient of solute D [m ² /s]	2×10^{-8}
Electric conductivity of liquid σ_L [S/m]	7.0×10^5
Electric conductivity of solid σ_S [S/m]	8.4×10^5
Partition coefficient k_p	0.17
Mass fraction of the solute in bulk region C_0	4.5×10^{-3}
Representative crystal growth rate U_d [m/s]	1×10^{-3}
Power ξ of the growth rate Eq. (2)	1
Constant χ in Eq. (2)	1.6
Constant M_m [kg/(m ² s)] in Eqs. (6)-(8)	2×10^5
Magnetic flux density B_{0z} [T]	1

Case 1 以外のケースでは、この U_0 が Case 1 と同じ値になるように E_{0x} を定めた。ただし、比較のため Case 2 だけ $U_0 = 0.012$ m/s になるような電場にして計算を行った。Table 2 には理論的研究¹⁰⁾ で議論した無次元パラメータの値も合わせて示した。それぞれ次のように定義される。

$$N_w = \frac{\sigma B_{0z}^2}{2\pi f \rho}, \quad Re_1 = \frac{\rho U_0 \lambda_1}{\eta} = \frac{\sigma E_{0x} B_{0z} \lambda_1}{2\pi f \eta}, \quad \dots (14)$$

$$Wo_1 = \sqrt{\frac{\pi f \rho \lambda_1^2}{\eta}}, \quad Pe_1 = \frac{(1-k_p) U_d \lambda_1}{D}$$

振動スチュアート数 N_w は、ストークス層タイプの境界層になるかハルトマン層タイプの境界層になるかを判別する無次元パラメータである。ストークス層タイプにするためには $N_w \ll 1$ が要求される¹⁰⁾。1 次アームレイノルズ数 Re_1 と 1 次アームウオマスリー数 Wo_1 については計算結果の考察の中で詳しく議論する。1 次アームペクレ数 Pe_1 は、1 次アーム間隔と溶質濃化層厚さの比である。あるいは、式 (9) の溶質排出項と拡散項の比と説明することもできる。

数値解析手法と数値解析上の計算パラメータを Table 3 にまとめる。デンドライトの複雑形状に対応するために直交カットセル法¹⁴⁾ を使って固液界面を判別した。液相中は空間 2 次精度の離散化であるが、固液界面を含むセルでは空間 1 次精度の離散化である。

溶質質量分率 C_L の初期値は遠方バルクの値 C_0 と同じ値にした。流速は初期に静止していたものとして計算を行った。

Table 3. Methods and parameters of the computation.

Discretization	Finite volume method
Cell arrangement	Staggered
Body shape description	Cartesian cut cell method
Time marching of Eqs. (6)-(8)	Fractional step method
Convection term of Eqs. (6)-(8)	MAC type interpolation
Viscous term of Eqs. (6)-(8)	2 nd order central difference
Advection term of Eq. (9)	MUSCL
Diffusion terms of Eq. (9)	2 nd order central difference
Size of computation domain [μ m]	100 × 100 × 200 (100 × 100 × 400 in Case 3 10 × 10 × 40 in Case 5)
Cell number of the computation	42 × 42 × 84 (42 × 42 × 168 in Case 3 and 5)
Time increment Δt [s]	1 × 10 ⁻⁶ (2.5 × 10 ⁻⁷ in Case 4, 5 × 10 ⁻⁸ in Case 5)

Table 2. Conditions of the numerical simulations.

	λ_1 [μ m]	f [Hz]	E_{0x} [V/m]	U_0 [m/s]	N_w	Re_1	Wo_1	Pe_1
Case 0 (without flow)	100	—	0	0	—	—	—	4.2
Case 1 (typical)	100	2000	15	0.12	0.008	14	8.6	4.2
Case 2 (low voltage)	100	2000	1.5	0.012	0.008	1.4	8.6	4.2
Case 3 (low frequency)	100	50	0.375	0.12	0.32	14	1.4	4.2
Case 4 (high frequency)	100	8000	60	0.12	0.002	14	17.2	4.2
Case 5 (fine arm)	10	2000	15	0.12	0.008	1.4	0.86	0.42
Case 0f (fine arm without flow)	10	—	0	0	—	—	—	0.42

3. 計算結果と考察

3・1 平坦な固液界面の場合の電磁振動流

計算コードの健全性を確かめるために固液界面が平坦な場合の数値解析を行った。この場合、得られる流速分布と溶質濃度分布は x と y に依存しない。そのため、このケースに限り計算セル数 $4 \times 4 \times 84$ で計算を行った。(空間 3 次元計算であるが、実質的には空間 1 次元計算と同じである。) 界面形状以外の条件は Case 1 と同じである。得られた結果を Fig. 2 に示す。図中のシンボルが数値解であり、実線は理論的研究¹⁰⁾ の式 (6) に示した解析解である。電磁力によって剪断振動流が駆動され、その数値解は解析解によく一致している。

理論的研究¹⁰⁾ で仮定されたとおり、固液界面が平坦な場合は u_x と u_z は発生しなかった。この場合、流速が溶質濃度の等値面に平行なので、溶質輸送は流れの影響を受けない。流れがあっても溶質輸送が促進されない例があることは認識しておく必要がある。溶質輸送を促進するのは、溶質濃度の等値面を横切る流速成分である。

3・2 電磁振動流による溶質輸送促進のしくみ

デンドライトまわりの電磁振動流の解析に先立って、 $E_{0x} = 0$ V/m で流動がない場合 (Case 0) の溶質濃度の計算を行った。その結果を Fig. 3 に示す。切断面の液相溶質質量分率 C_L および切断面より手前の固液界面 (読者から切断面に向かって紙面と垂直方向に進んだ際に最初に出会う固液界

Fig. 2. Electromagnetic oscillating flow on a flat plate at the same conditions as Case 1; Symbols: numerical solution, Lines: analytical solution in Ref.10.

面)に接する C_L のカラーマップ等高線である。切断面の位置は、それぞれ左上図が $z=0$ 、左下図が $z=25\text{ }\mu\text{m}$ 、中央上図が $y=0$ 、右上図が $x=0$ 、中央下図が $y=-25\text{ }\mu\text{m}$ 、右下図が $x=25\text{ }\mu\text{m}$ である。(これ以降の類似の図の切断面も同じであり、カラーマップ等高線の色も統一した基準で描画した。)流れがない場合、溶質は拡散のみによって輸送されるので、溶質質量分率 C_L の等値面はデンドライト形状を平滑化したような形状になった。狭く深い窪みになっている部分では局所的に溶質濃度が上がるが、それが全体に影響を及ぼしている様子はみられない。(現実のデンドライトでは高濃度融液によって溶断が生じる場合があるが、この数値解析ではそのような現象は再現できない。)

続いて、 $E_{\text{ex}}=15\text{ V/m}$ で典型的な電磁振動流が発生するCase 1の計算を行った。その結果をFig.4に示す。溶質 C_L のカラーマップ等高線はFig.3と同じ作図方法で描いた。そこに重ね描きされた矢印は流速ベクトルを表しており、切断面および切断面よりも手前の固液界面近傍の値を描画した(固液界面上では流速がゼロなので、固液界面を含む計算セルから手前に2セル分移動した位置での値を描画した)。3次元非定常流れなので位置と時間によって流速は変

化するが、そのオーダーは式(13)の評価値 $U_0=0.12\text{ m/s}$ と一致した。

ストークス層タイプ流れなので、電磁振動の半周期ごとに固液界面近傍に新しい逆流域(右上図と右下図に示された固液界面近傍の左向き流れ)が生じた。上部の右向き流れとこの逆流とで形成される剪断境界層は層状構造を維持できずに、1次アームの先端付近(右上図)または3次アームの先端付近(右下図)で渦を形成した。この渦により溶質の等値面を横切る方向の流速成分が発生する。この流速成分が溶質を輸送するため、溶質は渦によって巻き上げられた。その結果、 C_L の等値面は流動のないFig.3の場合とかなり違う歪んだ形状になった。

xy 平面を横切る溶質質量流束の平均値は次のような積分で算出できる。

$$\frac{1}{\lambda_1^2} \int_{-\lambda_1/2}^{\lambda_1/2} \int_{-\lambda_1/2}^{\lambda_1/2} \left(\rho C_L u_z - D \rho \frac{\partial C_L}{\partial z} \right) dx dy \quad [\text{kg/s}] \dots\dots\dots (15)$$

Case 1の溶質質量流束とCase 0の溶質質量流束との比較をFig.5に示す。横軸は計算開始からの経過時間である。おおむね5倍の溶質輸送促進が達成された。

Fig. 3. Solute mass fraction in Case 0 (without flow) at $t = 0.04049\text{ s}$.

3・3 レイノルズ数の影響

レイノルズ数は流体慣性の非線形効果の特徴づける無次元パラメータである。ここでは、1次アームレイノルズ数 Re_1 の影響を調べるために、電圧を低くした $E_{0x} = 1.5$ V/m の場合 (Case 2) の計算を行った。式 (13) の流速評価値 U_0 と Re_1 がともに Case 1 の場合の $1/10$ になる計算条件である。数値解析の結果を Fig. 6 に示す。流速のオーダーは式 (13) の評価値 $U_0 = 0.012$ m/s と一致した。

流速分布は Case 1 の場合 (Fig. 4) と定性的に似ている。Case 1 と同様に渦が生成されたが、左右対称性の良い形状であった。1次アームレイノルズ数 Re_1 が 1.4 と比較的小さい値であることと合わせて考えると、流体力学特有の非線形効果がほとんど効いていないと考えられる。

Fig. 6 に示した Case 2 の溶質分布は、流れがない場合の Fig. 3 と似ている。また、Case 2 の溶質質量流束と Case 0 の溶質質量流束との比較を示した Fig. 7 では、溶質輸送促進は見られなかった。理論的研究¹⁰⁾ では、電磁振動流による溶質輸送促進が顕著になるためには1次アームレイノルズ数 Re_1 が1よりも十分大きいことが必要条件であると予測し

た。Case 2 の数値解析の解は理論的研究の予測を裏付けるものであり、 $Re_1 = 1.4$ では溶質輸送促進には不十分であることが確認された。いっぽう Case 1 の結果は $Re_1 = 14$ が溶質輸送促進に十分な条件であることを示している。溶質輸送促進が顕著になる臨界条件を明らかにするためには Re_1 と W_0 で構成されるパラメータ空間の全領域を調べなければならない。その際には、Case 2 の $Re_1 = 1.4$ より大きく Case 1 の $Re_1 = 14$ より小さい領域を精査する必要がある。

Fig. 5. Mean mass flux of the solute in Case 1 (typical) and Case 0 (without flow).

Fig. 4. Solute mass fraction and velocity in Case 1 (typical) at $t = 0.04049$ s (phase $49\pi/25$).

3・4 ウオマスリー数の影響

1次アームウオマスリー数 Wo_1 は、1次アーム長さ λ_1 と振動流境界層厚さとの比を表す無次元パラメータである。この Wo_1 影響を調べるために、電圧の周波数を $f=50$ Hzに低くした場合 (Case 3) と周波数を $f=8000$ Hzに高くした場合 (Case 4) の計算を行った。数値解析の結果をFig.8とFig.9に示す。

Case 3ではウオマスリー数 Wo_1 が1.4と十分に大きいとは言えない値なので、デンドライトは境界層の中に埋没し

Fig. 7. Mean mass flux of the solute in Case 2 (low voltage) and Case 0.

かけている。また、振動スチュアート数 N_w が1に近づいたためハルトマン境界層に近い流れになり、流速の振幅も式(13)の評価値 $U_0=0.12$ m/sよりやや小さくなった。その結果、渦は形成されず、溶質濃度は流れがない場合 (Fig.3)に近い分布になった。

いっぽう、Case 4の場合、Case 1の場合と同様にストークス層タイプの剪断境界層から渦が形成された。溶質が渦によって巻き上げられた結果、 C_L の等値面はCase 1の場合 (Fig.4) に似た歪んだ形状になった。ただし、1次アーム付近 (Fig.9右上図) よりも3次アーム付近 (Fig.9右下図) でより顕著な C_L 等値面の歪みが観察された。1次アームウオマスリー数 $Wo_1=17.2$ が最適値よりも過大であるのに対して、3次アームウオマスリー数 $Wo_3=Wo_1h_3/\lambda_1$ が最適値に近かったためだと推測される。ここで、 h_3 は3次アームの長さを示す。

Case 3の溶質質量流束とCase 0の溶質質量流束との比較をFig.10に示し、Case 4の溶質質量流束とCase 0の溶質質量流束との比較をFig.11に示す。Case 3では、 $z=75$ μ m断面での溶質輸送に周期的な揺らぎが観察されるものの、実

Fig. 6. Solute mass fraction and velocity in Case 2 (low voltage) at $t = 0.04049$ s (phase $49\pi/25$).

質的な意味での溶質輸送促進効果はほとんど見られなかった。いっぽう、Case 3では2.5倍程度の溶質輸送促進効果が得られた。この効果は顕著ではあるが、Case 1よりは劣っている。

理論的研究¹⁰⁾では、1次アームウオマスリー数 Wo_1 が1程度またはそれより大きいことが溶質輸送促進のための必要条件であると予測した。この数値解析ではそこから一歩踏み込み、 Wo_1 に最適値が存在することが明らかになった。Case 3の $Wo_1 = 1.4$ では小さ過ぎ（境界層が厚過ぎ）、Case 4の $Wo_1 = 17.2$ では大き過ぎる（境界層が薄過ぎる）。最適値を求めるためには、Case 1に対応する $Wo_1 = 9$ 近辺を精査する必要がある。

3・5 電磁振動流による溶質輸送促進の寸法選択性

ここまでデンドライト1次アーム間隔が $\lambda_1 = 100 \mu\text{m}$ の場合を調べたが、この節では $\lambda_1 = 10 \mu\text{m}$ の場合（Case 5）について調べる。興味の対象は流動のある $E_{ox} = 15 \text{ V/m}$ の場合であるが、比較のためと無電場で流れがない場合（Case 0f）の計算も行った。Case 5の数値解析の結果をFig.12に示す。寸法が他のケースより小さいため、計算時間も他のケースよりも短い $t = 0.002 \text{ s}$ で打ち切りにした。 λ_1 以外の

条件はCase 1と同じなので、ストークス層タイプの振動流が発生する。しかし、デンドライトが小さい（デンドライト寸法と境界層の厚さの比を示すウオマスリー数が $Wo_1 = 0.86$ ）ため、デンドライトが境界層の中に埋没しかけている。その結果、渦は形成されなかった。

溶質濃度分布を見ると、水平成層に近い分布になった。図は省略したが、流れのないCase 0fの場合の分布もほぼ同じである。これは、固液界面の曲率が大きくなったためであると考えられる。あるいは、1次アームペクレ数 Pe_1 が小さくなって、相対的に溶質濃化層が厚くなったためであると説明することもできるであろう。実際の結晶凝固において2次アームまたは3次アーム近傍でしばしば見られる溶質分布の状況に近い。

Case 5の溶質質量流束とCase 0fの溶質質量流束との比較をFig.13に示す。 z 方向の溶質輸送促進はほとんど見られなかった。Case 1とCase 5の比較から、電磁振動流は特定の寸法範囲のデンドライトだけについて溶質輸送を促進することが明らかになった。周波数と寸法の関係はウオマスリー数 $Wo_1 = \sqrt{\pi f \rho \lambda_1^2 / \eta}$ で特徴づけられているので、ターゲットにする λ_1 を1/2にするときには周波数 f を4倍にする

Fig. 8. Solute mass fraction and velocity in Case 3 (low frequency) at $t = 0.0396 \text{ s}$ (phase $49\pi/25$).

必要がある。

4. 結言

電磁振動流に溶質輸送促進効果のメカニズムを明らかにするために、流動解析および溶質輸送解析を行った。その結果、ストークス層タイプの剪断境界層が層状構造を維持できずに、デンドライトアーム先端付近で渦を形成することがわかった。この半周期ごとに発生する渦が溶質を巻き

上げるにより溶質輸送が促進される。典型的な条件のCase 1ではおおむね5倍の溶質輸送促進が達成された。

電磁振動流による溶質輸送促進効果を得るためには1次アームレイノルズ数 Re_1 と1次アームウオマスリー数 Wo_1 を適切な値に設定する必要がある。数値解析の結果から、 $Re_1=1.4$ では不十分であり $Re_1=14$ なら十分であることが示された。また、 Wo_1 には最適値があり、それを求めるためには $Wo_1=9$ 近辺を精査すればいいことがわかった。また、電磁振動流は特定の寸法範囲のデンドライトだけについて

Fig. 10. Mean mass flux of the solute in Case 3 (low frequency) and Case 0.

Fig. 11. Mean mass flux of the solute in Case 4 (high frequency) and Case 0.

Fig. 9. Solute mass fraction and velocity in Case 4 (high frequency) at $t = 0.0401225$ s (phase $49\pi/25$).

Fig. 12. Solute mass fraction and velocity in Case 5 (fine arm) at $t = 0.00199$ s (phase $49\pi/25$).

Fig. 13. Mean mass flux of the solute in Case 5 (fine arm) and Case 0f.

溶質輸送を促進することが明らかになった。周波数と寸法の関係は $Wo_1 = \sqrt{\pi p f \lambda_1^2 / \eta}$ で特徴づけられているので、ターゲットにする λ_1 を 1/2 にするときには周波数 f を 4 倍にする必要がある。これらの特性は、Ueno らの理論的研究¹⁰⁾ の予測と矛盾しない結果であった。

謝辞

本研究の一部は日本鉄鋼協会「電磁振動印加時の物理現

象解明」研究会に対する助成によるものである。ここに記して感謝の意を表す。

文 献

- 1) B. Bramfitt: *Metall. Trans.*, **1**(1970), 1987.
- 2) N. Omura, Y. Murakami, M. Li, T. Tamura, K. Miwa, H. Furukawa and M. Harada: *Jpn. Foundry Eng. Soc.*, **81**(2009), 536.
- 3) Y. Osawa, S. Takamori and A. Sato: *J. Adv. Sci.*, **13**(2001), 467.
- 4) S. Kawai, Q. Wang, K. Iwai and S. Asai: *Mater. Trans.*, **42**(2001), 275.
- 5) K. Sugiura and K. Iwai: *ISIJ Int.*, **45**(2005), 962.
- 6) H. Yasuda, T. Yoshimoto, T. Mizuguchi, Y. Tamura, T. Nagira and M. Yoshiya: *ISIJ Int.*, **47**(2007), 612.
- 7) M. Schwarz, A. Karma, K. Eckler and D. M. Herlach: *Phys. Rev. Lett.*, **73**(1994), 1380.
- 8) M. Schwarz, A. Karma, K. Eckler and D. M. Herlach: *Phys. Rev. Lett.*, **73**(1994), 2940.
- 9) K. Iwai and T. Kohama: *Tetsu-to-Hagané*, **96**(2010), 637.
- 10) K. Ueno, K. Iwai and S. Shimasaki: *Tetsu-to-Hagané*, **102**(2016), 134.
- 11) S. G. Kim, W. T. Kim and T. Suzuki: *Phys. Rev. E*, **58**(1999), 3316.
- 12) S. G. Kim, W. T. Kim and T. Suzuki: *J. Cryst. Growth*, **263**(2004), 620.
- 13) Y. Natsume, D. Takahashi, K. Kawashima, E. Tanigawa and K. Ohsasa: *ISIJ Int.*, **54**(2014), 366.
- 14) G. Yang, D. M. Causon and D. M. Ingram: *I. J. Num. Methods Fluids*, **33**(2000), 1121.