Regular Article

Analysis of Liquid Phase Mass Transfer at Free Surface in Gas-stirred Vessel

Hirotsada ARAI^{1)*} and Katsutoshi MATSUMOTO¹⁾

1) Department of Material and Biological Engineering, National Institute of Technology, Hachinohe College

Abstract: Gas injection has been widely used to enhance mass transfer and homogenization of temperature and composition of molten steel. In this paper, water model experiments for degassing were performed to investigate mass transfer at free surface in a gas-stirred vessel. Mass transfer coefficients in liquid phase were measured and the correlation with gas flow rate and liquid height were analyzed. A mass transfer model was constructed based on the Levich's model assuming that a part of energy input by gas injection was consumed near the free surface. As a result, the following dimensionless correlation was obtained:

$$Sh = 23 \left[\frac{d^2}{\nu} \frac{\rho(h\nu\varepsilon/d)^{3/4}}{\sigma} \right]^{1/2} Sc^{1/2}$$

The present correlation agrees well with the mass transfer coefficients in liquid phase including previous data for water model systems and that of molten steel systems can be also approximately estimated.

Keywords: gas-liquid mass transfer; mass transfer coefficient; free surface; mass transfer model; gas-stirred vessel.

Received on Mar. 17, 2020 ; Accepted on Apr. 20, 2020

* Corresponding author. E-mail : arai-c@hachinohe.kosen-ac.jp, Address : National Institute of Technology, Hachinohe College, 16-1 Uwanotai Tamonoki-Aza Hachinohe Aomori 039-1192

© 2020 The Iron and Steel Institute of Japan. This is an open access article under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives license (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).

ガス攪拌槽における気液自由界面の液側物質移動の解析

新井 宏忠^{1)*}・松本 克才¹⁾

Analysis of Liquid Phase Mass Transfer at Free Surface in Gas-stirred Vessel

Hirotada ARAI and Katsutoshi MATSUMOTO

1. 緒言

鉄鋼精錬プロセスの効率化にあたり、攪拌操作は重要な役割を果たしている。攪拌の主な役割として溶鋼温度と合金成分の均一化の促進・迅速化、介在物・溶存ガスの除去促進などが挙げられ、その用途に応じて機械攪拌、ガス攪拌、電磁攪拌などが使い分けられる。この中で、ガス攪拌は簡便であり、精錬プロセスで広く用いられている。

ガス攪拌によって物質移動が促進され反応の迅速化が図れるため、ガス攪拌の機能やメカニズムが詳細に検討され、高効率化が追求されてきた。例えば、吹込みガスの挙動、介在物の浮上分離、溶存ガスの物質移動など多方面で研究がなされている。本研究ではこれらの中で自由表面の気液間物質移動に着目した。

2次精錬では脱水素、加窒・脱窒処理が行われるが、これらの反応では気液界面を通して物質が移動する。そのため、気液界面の物質移動特性に関する研究が古くから行われている¹⁻¹⁰⁾。大まかには、律速段階に関する研究^{1,2,10)}、攪拌動力や装置形状の影響^{5,6,8)}、気泡域や自由表面域における物質移動解析^{3,4,6,9)}などに分けられる。本研究で扱う気液自由界面の物質移動に限れば、Taniguchiら⁴⁾はガス攪拌における気液界面を気泡分散域と自由表面域にわけ、それぞれについて物質移動モデルとの比較を行っている。Kitamuraら⁶⁾も同様に、それぞれの領域について物質移動特性を評価している。Maruokaら^{11,12)}は、スラグ層に覆われた気液自由界面の物質移動を対象に、ブルームアイ領域の物質移動特性を評価している。最近では、Okayama and Higuchi¹³⁾は数値流体解析によって気液界面積を求め、気泡分散域と自由表面域それぞれの物質移動係数と攪拌強度の関係を整理している。しかしながら、水モデル系と溶鋼系との差異や容器サイズの影響を体系的に整理する試みは少なく、それぞれの実験系における相関式が提案されている^{4,6,13)}。

そこで本研究では、気液自由界面の物質移動係数を溶存

酸素の脱ガス水モデル実験にて調査するとともに、無次元相関式として整理することを試みた。また、本相関式を既往の水モデルおよび溶鋼系の実験データと比較した。

2. 実験

2・1 実験装置および方法

実験装置の概略図をFig.1に示す。実験装置には、大きさの異なる2種類のアクリル製円筒容器を用い、容器底部中心にガス吹込みノズルを設置した。小容器（容器内径194 mm）では、銅製単管ノズル（外径2 mm、内径0.8 mm）からArガスを吹込み、大容器（容器内径292 mm）ではステンレス製単管ノズル（外径2.5 mm、内径2.0 mm）からN₂ガスを吹き込んだ。アクリル円筒容器を角型ガラス容器に入れ、ヒーターおよび温度調整器にて容器内の水温を一定に保った。また、本実験では容器上部空間の雰囲気気はO₂-N₂

Fig. 1. Schematic diagram of experimental apparatus.

2020年3月17日受付 2020年4月20日受理 (Received on Mar. 17, 2020; Accepted on Apr. 20, 2020)

1) 八戸工業高等専門学校マテリアル・バイオ工学コース (Department of Material and Biological Engineering, National Institute of Technology, Hachinohe College)

* Corresponding author. E-mail : arai-c@hachinohe.kosen-ac.jp, Address : National Institute of Technology, Hachinohe College, 16-1 Uwanotai Tamonoki-Aza Hachinohe Aomori 039-1192

© 2020 The Iron and Steel Institute of Japan. This is an open access article under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives license (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.ja).

もしくはO₂-Ar混合ガスを用いる条件もあることから、容器上部空間に攪拌翼を取り付け、空間内のガス組成を均一化した。

実験方法はまず、円筒容器に水道水を所定の高さまで満たし、298 Kに保った。溶存酸素濃度が20 mg L⁻¹になるまでノズルからO₂ガスを吹き込み、その後、ノズルからの吹込みガスをArもしくはN₂に切り替えて溶存酸素の脱ガスを開始した。溶存酸素濃度が16~17 mg L⁻¹になった時点から30秒間隔で水中の溶存酸素濃度を測定した。なお、水中の溶存酸素濃度は溶存酸素濃度計 (HORIBA, OM-71) を用いて測定した。

本研究では、2・2節で述べる手法で気泡分散域と自由表面域の容量係数を分離する。そのため、上部空間にO₂ガスを供給し、混合ガス雰囲気 (50 vol. %-O₂) で同様の実験を行った。実験条件はTable 1にまとめて示す。

2・2 解析方法

ガス吹き込みでは、溶存ガスの物質移動は気泡および自由表面の気液界面で生じる。このとき、2つの領域全体を含めて脱ガス速度は次式で与えられる。

$$\frac{dC}{dt} = -\frac{k_L A}{V} (C - C_e) \quad (1)$$

ここでC_eは雰囲気ガスと平衡する水中の平衡酸素濃度である。全容量係数k_LAは気泡分散域と自由表面域の和で与えられる。

$$k_L A = (k_L A)_S + (k_L A)_B \quad (2)$$

下付きのSとBはそれぞれ自由表面域と気泡分散域を示す。

本研究では自由表面における物質移動に着目するため、自由表面域と気泡分散域の容量係数を分離する必要がある。そこで式 (2) を用いて式 (1) を変形すると

$$\frac{dC}{dt} = -\frac{(k_L A)_B}{V} (C - C_{e,B}) - \frac{(k_L A)_S}{V} (C - C_{e,S}) \quad (3)$$

となる。C_{e,B}とC_{e,S}は、それぞれ気泡内ガスおよび雰囲気ガスと平衡する気液自由界面における溶存酸素濃度であり、ヘンリーの法則に従うとする。ここでTaniguchiら⁴⁾の解析方法と同様に、βを次式で定義する。

$$\beta = \frac{(k_L A)_S}{k_L A} \quad (4)$$

本実験では吹込みガスに不活性ガスを用いるため、C_{e,B}=0として式 (3) を整理すると

$$\frac{dC}{dt} = \frac{k_L A}{V} \left[-(1-\beta)C + \beta(C_{e,S} - C) \right] \quad (5)$$

となる。式 (5) を積分すると次式が得られる。

$$\frac{C}{C_0} = \frac{\beta C_{e,S}}{C_0} + \left(1 - \frac{\beta C_{e,S}}{C_0} \right) \exp \left(-\frac{k_L A}{V} t \right) \quad (6)$$

式 (6) において、C_{e,S}=0、すなわち不活性ガス雰囲気中では

$$\frac{C}{C_0} = \exp \left(-\frac{k_L A}{V} t \right) \quad (7)$$

となるので、溶存酸素濃度の経時変化からk_LAを求めることができる。次いで同条件において、上部空間の雰囲気ガスを50 vol. %-O₂に変更し、同様に溶存酸素濃度の経時変化を測定する。式 (6) のk_LAは既知となっているので、式 (6) の計算値と実測値が合うようにフィッティングし、βを決定する。最後に式 (4) から (k_LA)_Sを算出し、自由表面域のみの容量係数を得る。

本実験条件範囲内では、気泡ブルーム部で液面の盛り上がりが見られるものの、全般に液面大変形はなかったため、自由表面の物質移動係数は単純に容器断面積で容量係数を除して算出した。

3. 結果と考察

3・1 容量係数とガス流量・液深の関係

Fig.2に不活性ガス雰囲気ならびに50 vol. %-O₂雰囲気で測定した溶存酸素濃度の経時変化と式 (6) の計算値を示す。図より、溶存酸素濃度の経時変化を式 (6) および式 (7) でよく表せていることがわかる。

Fig.3およびFig.4には、全容量係数、気泡分散域のおよび自由界面の容量係数のガス流量依存性、液深依存性を示す。Fig.3より、ガス流量の増加にともない全容量係数が増加しているが、これは気泡分散域の容量係数の寄与が大きい。本実験条件において、低流量では気泡分散域と自由表

Table 1. Experimental conditions.

	Vessel	
	Small	Large
Injection gas	Ar	N ₂
Liquid temperature (K)	298	
Viscosity (Pa s)	0.894 × 10 ⁻³	
Liquid density (kg m ⁻³)	997	
Surface tension (N m ⁻¹)	0.072	
Initial oxygen conc. (mg L ⁻¹)	16 ~ 17	
Diameter of vessel (mm)	194	292
Liquid height (mm)	100, 150, 200, 250	200, 300, 400
Gas flow rate (×10 ⁻⁶ m ³ s ⁻¹)†	10.0 ~ 41.7	33.3 ~ 233
Outer diameter of nozzle (mm)	2.0	2.5
Nozzle position	Center	

† 298 K, 101325 Pa

面の容量係数はほぼ同等であるが、大流量域では気泡分散域の容量係数が主となる。Fig.4から、いずれの容量係数も液深が深くなるほど容量係数が増加しているが、気泡分散

Fig. 2. Concentration-time curves for 0 vol.-%-O₂ and 50 vol.-%-O₂

(a) Small vessel ($d = 194$ mm)

(b) Large vessel ($d = 292$ mm)

Fig. 3. Liquid phase volumetric coefficient as a function of gas flow rate.

域の方が増加割合が大きい。これは液深が深くなることで、単純に気泡と液の接触界面積が増加したためと考えられる。

3・2 気液自由界面の物質移動係数に関する無次元相関式

気液自由界面における相関式について種々報告されているが、Taniguchi ら⁴⁾の相関式は次式で表される。

$$(k_L A)_S = 138 D^{0.5} Q^{0.5} r \quad (8)$$

この相関式と本実験データを比較した図がFig.5である。概ね Taniguchi らの相関式で表せているが、液深が浅い条件では相関式と実験値との差異が大きくなる傾向にある。これは、式 (8) に液深依存性が含まれていないためと考える。

一方、気液自由界面の物質移動モデルについても、乱流渦による輸送モデルがいくつか提案されており^{14,15)}、Taniguchi らはガス攪拌槽における自由表面の物質移動係数の測定値と比較したものの、渦モデルでは実験値を説明できないことを報告している¹⁶⁾。

固体表面と異なり自由界面は変形できるので、この考察を行う上では気液間の密度差や表面張力などの因子も考慮

(a) Small vessel ($d = 194$ mm)

(b) Large vessel ($d = 292$ mm)

Fig. 4. Liquid phase volumetric coefficient as a function of liquid height.

する必要があると推察される。Levich¹⁷⁾は十分に発達した乱流状態で平板上を流れる液膜表面からのガス吸収を解析するために、表面張力によって表面近傍で乱流が減衰するモデルを提案した。Levichは、気液界面で乱流は減衰して表面まで到達しないとしたが、Davies¹⁸⁾は攪拌槽液面の観察から表面更新が起こるとしてLevichの理論を拡張している。

Kataoka and Miyauchi¹⁹⁾は乱流域の機械式攪拌槽自由表面のガス吸収実験を行い、ガス吸収速度はLevichの理論で説明できることを示している。溶銅–スラグ系(液液系)ではあるが、Hirasawaら²⁰⁾はDaviesの理論をもとに無次元相関式を導出し、種々の実験データを統一的に整理した。そこで、Levichの物質移動モデルをもとに、本研究でも同様に無次元相関式を構築した。

Levichの理論は次式で表される。

$$k_{L,S} \propto \left(\frac{D \rho v_0^3}{\sigma} \right)^{1/2} \quad (9)$$

ここで変動速度 v_0 はKolmogorovスケールの渦の代表速度に等しいと仮定する*。Kolmogorovの最小渦は等方性乱流場によるものであり、界面近傍の乱流場とは異なると考えられるが、単純化のためにKolmogorovスケールの渦速度で代表させ、次式で与える。

$$v_0 \equiv (v \epsilon_s)^{1/4} \quad (10)$$

ϵ_s は自由表面近傍の乱流エネルギー消散速度であり、攪拌槽内における ϵ 分布の不均一性から槽内の平均乱流エネ

Fig. 5. Comparison of liquid phase volumetric coefficient at free surface between previous study⁴⁾ and present data.

ルギー消散速度 ϵ (攪拌動力密度)とは区別する。また、後述のように攪拌動力密度と関係づけることができ、実用的に扱いやすくなる。

式(9)および式(10)を用いて無次元相関式に整理すると

$$Sh = C_1 \left[\frac{d^2 \rho (v \epsilon_s)^{3/4}}{\nu \sigma} \right]^{1/2} Sc^{1/2} \quad (11)$$

となる。 C_1 は比例定数である。

一般に、乱流エネルギー消散速度はガス攪拌槽内で分布を持ち、気泡上昇域に集中している。また、上昇流は表面近傍で表面流を形成し、ここでもエネルギー消散が生じる。したがって、エネルギー消散は槽内で局所的に生じており、槽内平均値を用いることは不適当である。そこで、Hirasawaら²⁰⁾と同様に、Fig.6に示すように自由界面から厚さ h_s の距離まで乱流が強い領域があると仮定し、系に投入されたエネルギーの一部が自由表面近傍の領域で局所的に消散されると考えた。

槽内の平均乱流エネルギー消散速度は、攪拌動力密度と等価であるので、

$$\epsilon = \frac{PQ}{M} \ln \left(1 + \frac{\rho gh}{P} \right) \quad (12)$$

$$M = \frac{\pi d^2 h \rho}{4} \quad (13)$$

で与えられる²²⁾。仮定より、攪拌槽内に投入されたエネルギーが自由表面からの深さ h_s 内で消費される割合を α とすれば

$$\epsilon_s = \alpha \frac{PQ}{M'} \ln \left(1 + \frac{\rho gh}{P} \right) = \alpha \frac{M}{M'} \epsilon \quad (14)$$

Fig. 6. Schematic representation of energy dissipation zones in gas-stirred vessel.

* Kataoka and Miyauchi¹⁹⁾は、Kolmogorovの理論に基づく速度スケールをLevichの理論に代入し、表面更新によるエネルギー消費があるとしたDobbinsの理論²¹⁾と一致することを示した。Levichの理論では表面更新を考えていないが、表面更新の立場から解釈可能であるとしているので、本研究ではLevichの理論を用いた。

$$M' = \frac{\pi d^2 h_s \rho}{4} \quad (15)$$

と表される。

次に、 h_s を見積もるため、Fig.7に示すように液面に到達した気泡噴流から分かれた流体が自由表面に沿って流れ、境界層が生じると考える。境界層の厚みは固体壁面への円形衝突噴流では半径方向の距離に比例することから²³⁾、本研究のような自由界面においてもこの関係が成り立つとして

$$l \propto L \quad (16)$$

と表せる。 L を d で代表し、そのときの境界層の厚みが h_s に相当すると考えれば

$$h_s = \gamma d \quad (17)$$

と与えられ、 h_s を d と関係付けられる。厳密には液面半径方向で h_s は変化するが、本報ではオーダーのみに着目し、容器直径オーダーの位置の境界層厚みで h_s を代表させる。式(13)～(15)、(17)を整理すると

$$\epsilon_s = \frac{\alpha h}{\gamma d} \epsilon \quad (18)$$

となり、式(11)に代入すれば、最終的に次式の気液自由界面の物質移動係数に関する無次元相関式が得られる。

$$\begin{aligned} \text{Sh} &= C_1 \left(\frac{\alpha}{\gamma} \right)^{3/8} \left[\frac{d^2 \rho (h v \epsilon / d)^{3/4}}{\nu \sigma} \right]^{1/2} \text{Sc}^{1/2} \\ &= C_2 \left[\frac{d^2 \rho (h v \epsilon / d)^{3/4}}{\nu \sigma} \right]^{1/2} \text{Sc}^{1/2} \end{aligned} \quad (19)$$

Fig.8に本実験データを式(19)によって整理した結果を示す。 O_2 の拡散係数はWilke and Changの推算式²⁴⁾より求

Fig. 7. Schematic representation of liquid flow near the free surface.

めた。図より、実験結果は式(19) ($C_2 = 23$)でよく整理されていることがわかる。

次に、ガス流量および液深が自由表面の物質移動係数に及ぼす影響を評価する。式(19)より、ガス流量 Q および液深 h の依存性は、それぞれ以下のように与えられる。

$$k_{L,S} \propto Q^{0.375} \quad (20)$$

$$k_{L,S} \propto h^{0.375} \quad (P \gg \rho g h) \quad (21)$$

Fig.9に、 $k_{L,S}$ のガス流量依存性を示す。実験誤差により依存性に幅があるが、本実験条件において、 $k_{L,S}$ はガス流量の0.3～0.7乗の依存性を示した。Taniguchiら⁴⁾やKitamuraら⁶⁾は、自由表面の容量係数はガス流量の0.5乗に比例すると報告しており、本実験結果の範囲にある。Fig.10には $k_{L,S}$ の液深依存性を示すが、 $k_{L,S}$ は液深の0.2～0.5乗の依存性を示した。Fig.9とFig.10には相関式から求めた $k_{L,S}$ も示したが、それぞれ本実験結果の依存性とほぼ一致している。

3.3 既往の研究との比較

Fig.8には、Taniguchiら⁴⁾とKitamuraら⁶⁾の実験データを合わせて示したが、実験系やガス吹込み方式の違いによらず、水モデル系は式(19)によって整理できている。ただし、Kitamuraら⁶⁾の溶鋼系の実験データは本相関式の傾向と一致しているものの、本相関式はおおよそ50%程度大きく見積もっている。Kitamuraら⁶⁾の溶鋼系のデータは、本実験条件と同様にスラグ無しの大気圧下で行われたものを用いたが、界面反応抵抗によって見掛け上、物質移動係数が低下している可能性がある。

Fig. 8. Dimensionless correlation of liquid phase mass transfer coefficient at free surface for a gas-liquid system.

また、液面変形や表面波動の影響が挙げられる。Table 2に、種々の系における物性値ならびにエトベス数を示した。水系において、エトベス数は概ね 10^4 オーダーであり、溶銅系では 10^3 オーダーである。水系では溶銅系と比較して表面張力の影響が小さく、液面変形しやすいといえる。本実験では気液自由界面の物質移動係数を求める際、気液自由界面は容器断面積に等しいとした。この場合、液面変形が生じると物質移動係数を過大に見積もることになる。溶銅系との差異を埋めるには、自由界面積が容器断面積の2倍程度になる必要があるが、本実験条件では液面の盛り上がりは数cm程度であり、これだけでは説明できない。

Taniguchiら¹⁶⁾は、自由表面の波動(乱流による不規則波)の生成に攪拌動力の一部が消費されるとし、系に投入されたエネルギーのかなりの割合が表面波動に費やされていると指摘している。その結果、系に投入された攪拌動力が物質移動に寄与する割合が小さくなると考えられる。この割合が水モデル系と溶銅系で異なるため、差異が生じた可能性がある。今後、液面変形や表面波動など、物質移動に影響

する因子について更なる調査が必要である。

4. 結言

本報では、水モデル実験により気液自由界面における物質移動解析を行った。考察においては、Levichの物質移動モデルをベースに、気液自由界面の流動状態を考慮して以下の無次元相関式を構築した。

Table 2. Property values for various gas-liquid systems.

Property	Present study	Taniguchi <i>et al.</i> ⁴⁾		Kitamura <i>et al.</i> ⁶⁾	
	Water-O ₂	Water-O ₂	Water-CO ₂	Water-O ₂	Steel-N ₂
ρ_g (kg m ⁻³)	1.3	1.3	1.8	1.3	1.1
ρ (kg m ⁻³)	997	997	997	997	7000
$\Delta\rho$ (kg m ⁻³)	996	996	995	996	6999
σ (N m ⁻¹)	0.072	0.072	0.072	0.072	1.8
d (m)	0.194	0.292	0.29	0.3	0.25
Eo ($\times 10^3$)	5.1	12	11	12	2.4

Fig. 9. Liquid phase mass transfer coefficient at free surface as a function of gas flow rate.

Fig. 10. Liquid phase mass transfer coefficient at free surface as a function of liquid height.

$$\text{Sh} = 23 \left[\frac{d^2 \rho (h\nu\epsilon / d)^{3/4}}{\nu \sigma} \right]^{1/2} \text{Sc}^{1/2}$$

上式は、本実験データならびに既往の水モデル実験データも統一的にまとめることができた。一方、溶銅系の実験データに対し、本相関式は50%程度物質移動係数を大きく見積もったが、大略傾向を表すことができた。

謝辞

本研究は、第26回鉄鋼研究振興助成の支援を受けて実施されたものであることを記して謝意を表する。

使用記号

A (m ²)	自由表面積 (= 容器断面積)
C (mol m ⁻³)	溶存酸素濃度
C_1, C_2 (—)	比例定数
D (m ² s ⁻¹)	分子拡散係数
d (m)	容器直径
E_o (—)	エトベス数 (= $\Delta \rho g d^2 / \sigma$)
g (m s ⁻²)	重力加速度
h (m)	液深
h_s (m)	乱流が強い領域の厚み
k_L (m s ⁻¹)	物質移動係数
$k_L A$ (m ³ s ⁻¹)	気液界面の容量係数
L (m)	代表長さ
l (m)	乱流境界層の厚さ
M (kg)	液質量
M' (kg)	自由表面近傍の液質量 (= $\pi d^2 h_p / 4$)
P (Pa)	雰囲気圧力
Q (m ³ s ⁻¹)	ガス流量 (298 K, 101325 Pa)
r (m)	容器半径
Sc (—)	シュミット数 (= ν / D)
Sh (—)	シャーウッド数 (= $k_L d / D$)
t (s)	時間
V (m ³)	液体積
ν_0 (m s ⁻¹)	Kolmogorov スケールの渦の代表速度
α (—)	自由表面近傍で消費されるエネルギーの割合
β (—)	$(k_L A)_s / k_L A$
γ (—)	比例定数
ε (m ² s ⁻³)	槽内の平均乱流エネルギー消散速度 (攪拌動力密度)
ε_s (m ² s ⁻³)	自由表面近傍の乱流エネルギー消散速度
ν (m ² s ⁻¹)	液の動粘性係数
ρ (kg m ⁻³)	液密度
ρ_g (kg m ⁻³)	ガス密度
$\Delta \rho$ (kg m ⁻³)	ガスと液の密度差 (= $\rho - \rho_g$)
σ (N m ⁻¹)	表面張力

下付き記号

B	気泡分散域
S	自由表面域
e	平衡値
0	初期値

文 献

- 1) K.Kadoguchi, M.Sano and K.Mori: *Tetsu-to-Hagane*, **71**(1985), 70 (in Japanese). https://doi.org/10.2355/tetsutohagane1955.71.1_70
- 2) M.Kawakami, K.Ito, M.Okuyama, T.Kikuchi and S.Sakase: *Tetsu-to-Hagane*, **73**(1987), 661 (in Japanese). https://doi.org/10.2355/tetsutohagane1955.73.6_661
- 3) S.Taniguchi, A.Kikuchi, H.Matsuzaki and N.Bessho: *Trans. Iron Steel Inst. Jpn.*, **28**(1988), 262. <https://doi.org/10.2355/isijinternational1966.28.262>
- 4) S.Taniguchi, Y.Okada, A.Sakai and A.Kikuchi: *Proc. 6th Int. Iron & Steel Congr., ISIJ, Tokyo*, (1990), 394.
- 5) K.Sakaguchi and K.Ito: *ISIJ Int.*, **35**(1995), 1348. <https://doi.org/10.2355/isijinternational.35.1348>
- 6) S.Kitamura, K.Miyamoto and R.Tsujino: *Tetsu-to-Hagane*, **80**(1994), 101 (in Japanese). https://doi.org/10.2355/tetsutohagane1955.80.2_101
- 7) K.Miyamoto, R.Tsujino, S.Kitamura, T.Inomoto, A.Shinkai, K.Kato and T.Yuki: *Tetsu-to-Hagane*, **82**(1996), 117 (in Japanese). https://doi.org/10.2355/tetsutohagane1955.82.2_117
- 8) Y.Higuchi and Y.Shirota: *Tetsu-to-Hagane*, **86**(2000), 748 (in Japanese). https://doi.org/10.2355/tetsutohagane1955.86.11_748
- 9) T.Kumagai, M.Iguchi and T.Nakatani: *Tetsu-to-Hagane*, **89**(2003), 735 (in Japanese). https://doi.org/10.2355/tetsutohagane1955.89.7_735
- 10) F.Takahashi, Y.Momoi, K.Kajikawa and H.Yamada: *Tetsu-to-Hagane*, **97**(2011), 525 (in Japanese). <https://doi.org/10.2355/tetsutohagane.97.525>
- 11) N.Maruoka, F.Lazuardi, H.Nogami, G.S.Gupta and S.Kitamura: *ISIJ Int.*, **50**(2010), 89. <https://doi.org/10.2355/isijinternational.50.89>
- 12) N.Maruoka, F.Lazuardi, T.Maeyama, S.Kim, A.N.Conejo, H.Shibata and S.Kitamura: *ISIJ Int.*, **51**(2011), 236. <https://doi.org/10.2355/isijinternational.51.236>
- 13) A.Okayama and Y.Higuchi: *Tetsu-to-Hagane*, **105**(2019), 793 (in Japanese). <https://doi.org/10.2355/tetsutohagane.TETSU-2018-160>
- 14) G.E.Fortescue and J.R.A.Pearson: *Chem. Eng. Sci.*, **22**(1967), 1163. [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(67\)80183-0](https://doi.org/10.1016/0009-2509(67)80183-0)
- 15) J.C.Lamont and D.S.Scott: *AIChE J.*, **16**(1970), 513. <https://doi.org/10.1002/aic.690160403>
- 16) S.Taniguchi, Y.Matsukura and A.Kikuchi: *Tetsu-to-Hagane*, **86**(2000), 210 (in Japanese). https://doi.org/10.2355/tetsutohagane1955.86.4_210
- 17) V.G.Levich: *Physicochemical Hydrodynamics*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, (1962), 689.
- 18) J.T.Davies: *Proc. R. Soc. A.*, **290**(1966), 515. <https://doi.org/10.1098/rspa.1966.0067>
- 19) H.Kataoka and T.Miyauchi: *Kagaku Kogaku*, **36**(1972), 888 (in Japanese). <https://doi.org/10.1252/kakoronbunshu1953.36.888>
- 20) M.Hirasawa, K.Mori, M.Sano, Y.Shimatani and Y.Okazaki: *Tetsu-to-Hagane*, **73**(1987), 1350 (in Japanese). https://doi.org/10.2355/tetsutohagane1955.73.10_1350
- 21) W.E.Dobbins: *J. Sanit. Eng. Div., Proc. Am. Soc. Civ. Eng.*, **90**(1964), 53.
- 22) K.Nakanishi, T.Fujii and J.Szekely: *Ironmaking Steelmaking*, **2**(1975), 193.
- 23) Y.Era and A.Saima: *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng.*, **41**(1975), 3259 (in Japanese). <https://doi.org/10.1299/kikai1938.41.3259>
- 24) C.R.Wilke and P.Chang: *AIChE J.*, **1**(1955), 264. <https://doi.org/10.1002/aic.690010222>