Note

Comparison of Particle Dispersion Strengthening Estimated by Orowan Model and Ashby-Orowan Model

Setsuo TAKAKI¹⁾ and Masahiro TSUKAHARA^{1)*}

1) Neturen Co., Ltd.

Abstract: In the steels with different particle dispersion, particle dispersion strengthening $\Delta\sigma$ was theoretically estimated by Orowan model and Ashby-Orowan model. The comparison of experimental data with theoretical values proved the reasonability of Orowan model rather than Ashby-Orowan model. In Ashby-Orowan model, the line tension coefficient of dislocation is evaluated much smaller and this leads to the under-estimation of $\Delta\sigma$. It was also confirmed that there is no effect of grain size on 0.2% proof stress of the steels used. As a result, it is concluded that the yield stress of steels with finely dispersed particle can be explained by the addition of friction stress and particle dispersion strengthening, in the case the grain size is sufficiently larger than the particle dispersion spacing.

Keywords: strengthening mechanism; particle dispersion strengthening; Orowan model; Ashby-Orowan model; mean free path; grain refinement strengthening.

Received on Jan. 25, 2021 ; Accepted on Mar. 29, 2021

* Corresponding author. E-mail: m-tsukahara@k-neturen.co.jp, Address: Neturen Co., Ltd., 7-4-10 Tamura Hiratsuka Kanagawa 254-0013

© 2021 The Iron and Steel Institute of Japan. This is an open access article under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

Orowan modelならびにAshby-Orowan modelで見積もられた粒子分散強化の比較

高木 節雄¹⁾・塚原 真宏^{1)*}

Comparison of Particle Dispersion Strengthening Estimated by
 Orowan Model and Ashby-Orowan Model
 Setsuo TAKAKI and Masahiro TSUKAHARA

1. 緒言

金属材料の強化という点では、粒子分散強化は最も簡便で効果的な手法である。幸い、鉄鋼材料では、炭素の固溶限が高温相のオーステナイトで大きく、低温相のフェライトで極端に小さいという特長を利用して、炭化物の析出を利用して材料を強化できる。セメントナイト (Fe_3C) は、鉄鋼材料において代表的な炭化物であるが、炭化物としては軟質な方である¹⁾。せん断強度が低い粒子を微細に分散させると粒子が転位でせん断されてしまい、十分な延性が得られないため、析出強化で高い強度を求める場合、VCやNbCなどのせん断強度が高い粒子を分散させる必要がある。分散粒子が転位でせん断されないような状況では、すべり面上の転位は粒子を迂回して運動せねばならず、粒子間で転位が張り出すのに必要な応力が粒子分散強化量に対応する(粒子迂回メカニズム)。しかし、粒子迂回メカニズムについては、Orowanモデル²⁾とAshby-Orowanモデル³⁾の2つの考え方が提案されており、粒子分散強化の議論において混乱を招くことが懸念される。そこで本稿では、粒子の分散状態が大きく異なる3種類の試料を用いて、理論的に求めた強化量と実験値を比較することによって2つのモデルの妥当性を検証した。さらに、結晶粒微細化強化と粒子分散強化の関係についても検討した。

2. 使用した鋼における組織と機械的特性

本研究では、粒子の分散状態が大きく異なる試料として、 Fe_3C 、VC、 TiO_2 を分散させた3種類の鋼を用いた。それぞれ、 Fe_3C 鋼、VC鋼、 TiO_2 鋼ということにする。 Fe_3C 鋼は加工したマルテンサイトに700℃で10 hの焼戻しを施

し、基地を再結晶させてフェライトにしている。VC鋼はVCを析出させたマルテンサイトを(γ +VC)二相域に再加熱し、その温度から炉冷して基地をフェライトにしている。 TiO_2 鋼は、メカニカルリング処理した(鉄+ TiO_2)粉をステンレスパイプに真空封入し、700℃で固化成形したバルク体を1000℃に再加熱し、そのあと空冷するという熱処理で基地をフェライトにした。それぞれの鋼で分散粒子は異なっているが、いずれも球状の粒子がフェライト基地中に均一に分散した組織となっていることを確認した^{4,5)}。詳細な製造法や熱処理については原論文を参照していただきたい。分散粒子が転位でせん断されるCuttingメカニズムでは強化量が分散粒子の性質で変化するが、粒子迂回メカニズムについては分散粒子の性質は強化量に影響しない。使用した材料について、化学成分、化学成分から見積もられた摩擦係数 σ_0 ⁶⁾、引張試験で得られた0.2%耐力 $\sigma_{0.2}$ 、フェライト粒径 D 、分散粒子の体積割合 f をまとめてTable 1に示す。

鋼中に分散した粒子は透過型電子顕微鏡を用いて観察し、粒子の直径を計測した。測定した粒子の粒度分布をFig.1に示す。粒度分布は、 Fe_3C 鋼については過時効が起こる条件で焼戻しを行っているために正規分布に近い形になっているが、他の2鋼種については対数正規分布を呈している。粒子の計測数については、粒子の計測数を増やしながら後述の方法で平均自由行程 λ を計算し、 λ 値が一定の値に収束することでその妥当性を確認した。なお、本研究で使用した分散粒子のビッカース硬さ^{1,7)}ならびに転位でせん断できる最大粒径(臨界粒径; d_c)⁶⁾をTable 2に示す。 TiO_2 のビッカース硬さについてはモース硬度⁷⁾を変換したもので、 d_c の値は硬さから見積もられた概算値である⁶⁾。 Fe_3C については98%、VCについて100%の粒子が d_c より大きく、転位と粒子の相互作用が粒子迂回メカニズムであることを確認できる。ただし TiO_2 については、約50%の粒子は20 nm以下の大きさであり、これらの粒子についてはCuttingメカニズムが働いている可能性を否定できない。Cuttingメカニズムの場合、粒子径が小さいほど強化への寄与は小さくなるが、粒子径が d_c に近いものについては粒子迂回メカニズムと同程度の強化量が得られることが分かっている⁶⁾。

3. OrowanモデルとAshby-Orowanモデルにおける転位の線張力係数

転位の線張力 T は、転位の線張力係数 β 、剛性率 G 、転位のBurgersベクトル b の関数として次式で与えられる。フェ

Table 1. Chemical composition (mass %), friction stress σ_0 , 0.2% proof stress $\sigma_{0.2}$, ferrite grain size D and volume fraction of precipitates f in the steels used.

Steel	C	Si	Mn	Ni	Cr	V (Solute V)	σ_0 [MPa]	$\sigma_{0.2}$ [MPa]	D [μm]	f
Fe_3C	0.16	0.45	0.47	0.5	0.4	0	173	256	20	0.0245
VC	0.194	0.08	0.09	0	0	0.96 (0.14)	71	280	21	0.0136
TiO_2	0	0.18	0.45	0	0	0	105	467	60	0.05

2021年1月25日受付 2021年3月29日受理 (Received on Jan. 25, 2021; Accepted on Mar. 29, 2021)

1) 高周波熱錬(株) (Neturen Co., Ltd.)

* Corresponding author. E-mail: m-tsukahara@k-neturen.co.jp, Address: Neturen Co., Ltd., 7-4-10 Tamura Hiratsuka Kanagawa 254-0013

© 2021 The Iron and Steel Institute of Japan. This is an open access article under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.ja>).

ライト鋼については、 $G = 80.6 \text{ GPa}$ 、 $b = 0.2482 \text{ nm}$ である。

$$T[N] = \beta G b^2 \dots\dots\dots (1)$$

ここで、転位の線張力係数 β は、転位芯の半径 r_0 、転位の応力場の半径 r 、転位の性質に依存した定数 k の関数として次式で与えられる。

$$\beta = \{\ln(r/r_0)\} / (4\pi k) \dots\dots\dots (2)$$

定数 k については、ポアソン比を ν (鉄: 0.29) とすると、刃状転位で $k=1-\nu$ 、らせん転位で $k=1$ 、一般的な混合転位では両者の中間の値を採って $k \approx 0.85$ と見做して良い。転位芯の半径 r_0 については $2b$ 程度の値と考えて良いであろう³⁾。転位の応力場の大きさ r については、Orowanモデルでは分散粒子の大きさとは無関係にほぼ一定と仮定しており、 100 nm 程度の値を式(1)に代入して $\beta = 0.5$ という値が採用されることが多い。これに対応した転位の線張力は $2.5 \times 10^{-9} [N]$ 程度である。一方Ashby-Orowanモデルでは、 r がすべり面上での分散粒子の直径 d^* に依存して変化すると仮定し、 $r = d^*$ と置いている。つまり、 β 値は一定ではなく、分散粒子の大きさに依存して変化するわけである。転位が粒子を迂回するときに粒子に加わるせん断力は $2T$ なので、両モデルで求めた線張力 $2T$ とすべり面上の粒子径 d^* との関係をFig.2に示す。Ashby-Orowanモデルでは、 $2T$ の

Fig. 1. Particle dispersion profile in the steels used.

Table 2. Vickers hardness HV and critical particle size d_c in particles contained in steels.

Particles	HV (GPa)	d_c (nm)
Fe_3C	13.1	14
VC	26.5	7.5
TiO_2	7~11	15~20

値がかなり小さく見積もられていることが分かる。図中には、仮の値として粒子をせん断するのに必要なせん断力 F_p と d^* との関係を示している。分散粒子のせん断強度を τ^* 、粒子内の転位のBurgersベクトルを b_p とすると、 F_p は d^* の関数として次式で与えられる。

$$F_p = \tau^* b_p d^* \dots\dots\dots (3)$$

τ^* は分散粒子の硬さに比例すると思われるので、図中の破線の傾きは分散粒子が硬いほど大きくなると推察される。粒子迂回メカニズムが起こるためには、 $F_p \geq 2T$ という条件を満足せねばならない。Orowanモデルでは、この条件を満足する臨界粒子径 d_c が F_p と $2T$ の交点で決定される。これに対してAshby-Orowanモデルでは、 d_c はかなり小さな値になる。分散粒子の強度によってはすべての粒径領域において $F_p \geq 2T$ という関係が成り立つことも考えられ、このような条件下では、“粒子がどんなに小さくなくても転位でせん断されることはない”ということになる。このような状況は、現実的には受け入れがたい。

4. OrowanモデルとAshby-Orowanモデルによる粒子分散強化の見積もり

前述のように材料ごとに分散粒子の粒度分布は異なっているが、以下に示すような統計的手法により体積数密度 N [個/ m^3]を求めることができる⁶⁾。実測した粒子の総体積を V [m^3]とすると、 1 m^3 中の炭化物の体積は f [m^3]なので、計測した粒子の割合は V/f である。したがって、“測定した粒子の粒度分布が真の粒度分布を反映しているという”という条件が満たされている場合、測定した粒子の数 N_m に対して、体積数密度 N [個/ m^3]は次式で与えられる。

$$N = N_m \times (f/V) \dots\dots\dots (4)$$

平均粒子径を d_a とすると、すべり面上の分散粒子の面積数密度 n [個/ m^2]は次式で与えられる⁶⁾。

$$n = N \times d_a \dots\dots\dots (5)$$

すべり面上の粒子の平均間隔 L^* は、粒子1個当たりの専有面積を考慮して次式で与えられ、

$$L^* = (4/\pi)^{1/2} / n^{1/2} \dots\dots\dots (6)$$

Fig. 2. Relation between particle size d^* and the dislocation line tension $2T$ that were estimated in Orowan model and Ashby-Orowan model (Bold lines). The shear force F_p required to cut a particle is tentatively drawn by a broken line.

すべり面上の粒子の平均直径 d^* は、体積割合 f との関係から次式で求めることができる。

$$d^* = (4f/\pi)^{1/2} / n^{1/2} \quad (7)$$

したがって、粒子間の隙間間隔に対応する平均自由行程 λ は次式で求められる。

$$\lambda = L^* - d^* \quad (8)$$

本研究で使用了3鋼種について得られたこれらのパラメーターをまとめてTable 3に示す。 λ の値は、鋼種によって異なっているが(Fe₃C鋼>VC鋼>TiO₂鋼)、いずれにおいてもTable 1に示したフェライト粒径に比べて十分に小さな値である。

粒子分散強化量 $\Delta\sigma$ については、Orowanモデルの場合次式で与えられる²⁾。

$$\Delta\sigma = 2M\beta Gb/\lambda \quad (9)$$

ここで M は多結晶金属の平均Taylor因子である。鉄(bcc)については、 $M=2.75^8)$ 、 $\beta=0.5$ 、 $G=80.6$ GPa、 $b=0.248$ nmなので、上式を簡略化した次式で $\Delta\sigma$ を見積もることができる。

$$\Delta\sigma [\text{Pa}] \approx 55/\lambda \quad (10)$$

一方、Ashby-Orowanモデルでは、次式で $\Delta\sigma$ が与えられる³⁾。

$$\Delta\sigma = 0.8M\beta Gb \ln(d^*/2b) / \{2\pi(1-\nu)^{1/2} L^*\} \quad (11)$$

Table 3のデータを基にして式(10)ならびに(11)を用いて計算した結果をFig.3に示す。なお図中には、Table 1に示した実験値から求めた $\Delta\sigma$ ($=\sigma_{0.2}-\sigma_0$) も示している。この図より明らかなように、Ashby-Orowanモデルでは、同じ λ 値に対して粒子分散強化量が小さな値となっている。その原因は、前掲Fig.2で示したように、線張力係数を小さく見積もっているところにある。実験値については、Orowanモデルによって求めた理論値にほぼ対応しており、この結果は、粒子迂回メカニズムで粒子分散強化が起こるモデルとしてはOrowanモデルの方が妥当なことを示している。前述のように、TiO₂鋼については一部でCuttingメカニズムが働いている可能性があり、その影響は強化量を低下させる方向に働く。TiO₂鋼の実測値が理論値より若干低い値になっているのはそのためかもしれない。また、鋼種によってフェライト粒径は異なっているが、結晶粒径の影響は見られない。その理由としては、平均自由行程の値に対して粒径が十分に大きいため、転位が粒子間を張り出す運動に対して粒界が影響を及ぼさないためと思われる。ただし、金属材料の強化機構については、すべての強化機構が加算

的に作用する可能性も否定できないため、次章では粒子分散強化と結晶粒微細化強化の関係について検討する。

5. 粒子分散強化と結晶粒微細化強化の関係

ここでは、フェライト粒径に依存した結晶粒微細化強化分が0.2%耐力に含まれていると仮定して、粒子分散強化量を見積もることとした。フェライト鋼の結晶粒微細化強化については、結晶粒径 D [μm] に対して強化量 $\Delta\sigma_g$ [MPa] が次式で与えられる⁹⁾。

$$\Delta\sigma_g [\text{MPa}] = 600/\sqrt{D} [\mu\text{m}] \quad (12)$$

Table 1に示したフェライト粒径から見積もられる $\Delta\sigma_g$ は、Fe₃C鋼、VC鋼、TiO₂鋼においてそれぞれ134 MPa、131 MPa、77 MPaである。0.2%耐力から摩擦力和結晶粒微細化強化分を差し引いてプロットし直した結果をFig.4に示す。実験値は、OrowanモデルとAshby-Orowanモデルのどちらともかけ離れた値となっており、Fe₃C鋼については粒子分散強化量が負の値になっている。Fig.3ならびにFig.4の結果は、粒子の分散間隔に対して粒径が十分に大きいという条件下では降伏応力に対して結晶粒径の影響がないことを明確に示している。つまり、材料の降伏が粒子分散強化の機構で起こる場合には、降伏応力 σ_y は、摩擦力 σ_0 と粒子分散強化量 $\Delta\sigma_p$ の和として、次式で与えられると考えて良い。

$$\sigma_y = \sigma_0 + \Delta\sigma_p \quad (13)$$

多結晶フェライト鋼の降伏については、粒内に可動転位が無い場合にのみ粒界での転位形成に起因した粒界転位降伏が起こること、そして僅かな加工を施して粒内に可動転位を導入すると降伏機構が粒内転位の運動に起因した粒内転位降伏に変化することが示され、結晶粒微細化強化と転

Fig. 3. Relations between mean free path λ and increment of strength $\Delta\sigma$ that were calculated on Orowan model and Ashby-Orowan model. Experimental data were obtained by subtracting friction stress from 0.2% proof stress listed in Table 1.

Table 3. Parameters obtained by particle size measurement; The number of measured particles N_m , total volume of measured particles V , the number of particles in unit volume N , the average diameter of particles d_a , the number of particles in unit area n , mean particle spacing L^* , the average diameter of particles d^* and mean free path λ on a slip plane.

Steel	N_m	V (m ³)	N [m ⁻³]	d_a [m]	n [m ⁻²]	L^* (m)	d^* (m)	λ (m)
Fe ₃ C	995	1.406×10^{-18}	1.733×10^{19}	1.198×10^{-7}	2.077×10^{12}	7.830×10^{-7}	1.226×10^{-7}	6.605×10^{-7}
VC	404	1.444×10^{-20}	3.805×10^{20}	3.656×10^{-8}	1.391×10^{13}	3.026×10^{-7}	3.528×10^{-8}	2.673×10^{-7}
TiO ₂	997	3.581×10^{-20}	1.392×10^{21}	2.571×10^{-8}	3.579×10^{13}	1.886×10^{-7}	4.218×10^{-8}	1.464×10^{-7}

Fig. 4. Relations between mean free path λ and increment of strength $\Delta\sigma$ that were calculated on Orowan model and Ashby-Orowan model. Experimental data were obtained by subtracting friction stress and grain refinement strengthening from 0.2% proof stress listed in Table 1.

位強化は競合的な関係にあることが確認されている¹⁰⁾。粒子分散強化は、すべり面上の障害物が転位ではなく分散粒子という点が異なるだけで、強化原理については転位強化と同じピン止め強化であり、粒子分散強化も転位強化と同様に粒内転位降伏に分類される。したがって、結晶粒微細化強化の寄与を無視したFig.3において、Orowanモデルで求めた理論値と実験値が合致するというのは理にかなった結果と言えよう。ただし、平均自由行程の値に対して粒界の影響を無視できないほど結晶粒径が微細な場合は、粒子分散強化と結晶粒微細化強化の間で何らかの相互作用が働く可能性はある。超微細粒金属の粒子分散強化については今後の研究展開が期待されるが、少なくとも粒子の分散間隔に対して結晶粒が十分に大きな場合には、粒子分散強化に対して結晶粒径の影響は無いと言えよう。

6. まとめ

粒子迂回メカニズムによる粒子分散強化について、Ashby-OrowanモデルとOrowanモデルについてその妥当性を検証した結果、Orowanモデルの方が妥当であるとの結論に至った。さらに、粒子の分散間隔に対して結晶粒が十分に大きな場合には、降伏応力に対して結晶粒径の影響がないことを確認した。

文 献

- 1) T.Sato, T.Nishijima and J.Ishihara: *J. Jpn. Inst. Met.*, **23**(1959), 403 (in Japanese). https://doi.org/10.2320/jinstmet1952.23.7_403
- 2) E.Orowan: Symposium on Internal Stresses in Metals and Alloys, The Institute of Metals, London (1948), 451.
- 3) M.F.Ashby: Physics of Strength and Plasticity, ed. by A. S. Argon, MIT Press, Cambridge, MA, (1969), 113-131.
- 4) T.Kitaura, H.Hidaka, T.Tsuchiyama and S.Takaki: *Tetsu-to-Hagane*, **91**(2005), 796 (in Japanese). https://doi.org/10.2355/tetsutohagane1955.91.11_796
- 5) M.Murakami, T.Kitaura, N.Nakada, T.Tsuchiyama and S.Takaki: *Tetsu-to-Hagane*, **97**(2011), 152 (in Japanese). <https://doi.org/10.2355/tetsutohagane.97.152>
- 6) S.Takaki: *Bull. Iron Steel Inst. Jpn.*, **25**(2020), 277 (in Japanese).
- 7) A.Fujishima: *Kogaku*, **29**(2000), 2 (in Japanese).
- 8) G.Y.Chin and W.L.Mammel: *Trans. Metall. Soc. AIME*, **239**(1967), 1400.
- 9) M.Etou, S.Fukushima, T.Sasaki, Y.Haraguchi, K.Miyata, M.Wakita, T.Tomida, N.Imai, M.Yoshida and Y.Okada: *ISIJ Int.*, **48**(2008), 1142. <https://doi.org/10.2355/isijinternational.48.1142>
- 10) S.Takaki: *J. Jpn. Inst. Met. Mater.*, **83**(2019), 107 (in Japanese). <https://doi.org/10.2320/jinstmet.J2018061>