デンドライトから構成される凝固組織パターンの 立体解析幾何学による解析

江阪 久雄*・吉本 貴也*²・白川 正道*²・篠塚 計*・田村 学*

Analysis of Solidified Structure Constituted with Dendrites by Using Solid Analytical Geometry

Hisao ESAKA, Atsuya YOSHIMOTO, Masamichi SHIRAKAWA, Kei SHINOZUKA and Manabu TAMURA

Synopsis : Solidified structure near the chill zone is complex, since the growth directions of dendrites are not in accordance with the observed plane. Many lines, which are called ghost lines, can be observed in the solidified structure. The ghost lines have been analyzed applying the solid analytical geometry. Dendrite of cubic metals has been simplified with rod as a dendrite trunk and four plates with the same thickness. In order to characterize the solidified pattern, angles of ghost lines (η and ξ) are chosen and calculated using θ , ϕ and β , which are the important parameters to indicate the dendrite orientation in the space. The calculated results have been confirmed by the experimental results solidified unidirectionally of Al-20mass%Cu alloy. It has been found that the spacing or thickness of ghost lines may be the useful parameters to characterize the spatial array of dendrites with respect to the plane for observation.

Key words : dendrite; solid analytical geometry; solidification; pattern; microstructure; unidirectional solidification.

1. 緒言

Flemings が模式的に示したように、鋳塊のマクロ組織は一般的に外からチル晶、柱状晶、そして等軸晶から構成される¹⁾。これは鋼の連続鋳造で得られる鋳片に対しても当てはまる。この中で、チル晶では溶融金属が鋳型などに触れ、表面で多くの結晶粒が生成する。チル晶部分の凝固条件としては温度勾配が大きくかつ成長速度も大きい、多くの鋼ではミクロ組織として、デンドライトから構成される。鉄鋼は δ 晶であれ、 γ 晶であれ、立方晶であり、界面エネルギーの異方性のためにデンドライトの優先成長方向は $\langle 100 \rangle$ であることが知られている²⁾。したがって、鉄鋼の凝固では典型的なデンドライトが生成すれば一次枝と二次枝は互いに直交する。

しかし、チル晶では種々の結晶の成長方向はランダムであるため、マクロ的な凝固の進行方向に対して平行に取った断面で観察しても、一次枝と二次枝が互いに直交する理想的なデンドライトのパターンが観察されることは少ない。異常に太く見える superimposed structure と呼ばれるパターン^{3,4)}や直交しない直線状のパターンなどが現れることが知られている。これらの直線は本来の一次枝や二次枝とは異なるため、ここではゴーストラインと称することとする。

このゴーストラインに対し、過去にいくつか説明を試みた研究例はあるが^{4,6)}、いまだに完全には解明されておらず、複雑に見える凝固組織パターンを系統的に解析した例は見当たらない。著者らはデンドライト形状を簡略化することにより、観察面からずれた方向にデンドライトが成長している場合のパターンを解析できる可能性を示した⁷⁾。本研究では前報で示した解析を一步進め、立体解析幾何学⁸⁾を利用することにより、凝固組織のパターン解析法について検討した。

2. 凝固組織パターンの解析方法

2.1 デンドライト形状の簡略化法

Kattamis and Flemings は普通鋼鋳塊に見られたデンドライト周辺の溶質濃度分布を、EPMA を用いて詳細に調査し、デンドライト二次枝は固相率が低い場合は独立した棒状の「枝」とみなせるものの、固相率が高くなると互いに焼結するように結合し、板状とみなせることを示した⁹⁾。また Chalmers や高橋は同様に、板状とみなせると、指摘している^{10,11)}。ここで彼らの考え方をさらに進め、二次枝群の形成する「板」は厚さ一定の平板と考えて、デンドライトを簡略化した。

本研究では凝固組織のパターンを検討対象としているた

平成21年5月21日受付 平成21年7月27日受理 (Received on May 21, 2009; Accepted on July 27, 2009)

* 防衛大学校機能材料工学科 (Materials Science and Engineering, National Defence Academy, 1-10-20 Hashirimizu Yokosuka Kanagawa 239-8686)

*2 防衛大学校学生 (Undergraduate Student, National Defence Academy)

Fig. 1. Cross section of dendrite model used in this study.

め、実際のサイズは問題ではなく、形態の相似性のみが重要である。本研究ではデンドライトの横断面形状はFig. 1に示すような単純な形状とする。主軸の断面は円とし、その直径を1とすると、二次枝の長さおよび厚みはそれぞれ0.5, 0.5とした。ここで、破線で示したユニット内に占めるデンドライトの面積率は約46%であり、成長方向に一定面積と考えているので、この数値は固相率に対応する。すなわち、ここで考えるデンドライト形状は $\beta=0.46$ の等濃度線に対応すると言える。

2.2 座標系と測定角の定義

前述のように、チル晶部の凝固組織が複雑なパターンを示す原因は、デンドライトの成長方向が観察面内に無いためである。このようなデンドライトと観察面との空間内の関係を数学的に取り扱うためには次に述べる2通りがある。一つはデンドライトを例えば垂直方向など一定方向に成長したものとして、切断する平面を種々の角度に変更してデンドライトの断面パターンを検討する方法である。もう一つはデンドライトを種々の方向に成長させるものとして、基準となる平面で切断する際の断面パターンを検討する方法である。いずれも同じ結果を与えることになるが、本研究では実際のチル晶部を観察する状況と等価となる、第二の方法を採用した。

デンドライトの主軸および二次枝の空間配置はFig. 2のように定義する⁷⁾。熱流方向を $-z$ 方向に固定し、デンドライト主軸は直交座標系の原点を通るものとする。また基準となる平面は熱流方向に平行な $x-z$ 面とする。デンドライト主軸はOAであるが、その方向を天頂角(θ)、方位角(ϕ)で定義する。主軸OAのベクトルを $[a, b, 1]$ と記述すると、 a および b は θ と ϕ を用いて以下のように書ける⁷⁾。

$$a = \tan \theta \cdot \cos \phi \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$b = \tan \theta \cdot \sin \phi \quad \dots\dots\dots (2)$$

二次枝平面は主軸の周りに形成されるが、その $x-y$ 平面上での方向をOMおよびONとする。これらを単位ベクトルとすると、MおよびNの座標はそれぞれ以下のように書くことができる。

Fig. 2. Definition of dendrite trunk, secondary arm plates and plane for observation.

$$M: (-\sin \beta, \cos \beta, 0)$$

$$N: (-\cos \beta, -\sin \beta, 0)$$

ここで β はデンドライトの二次枝の回転角であり、Fig. 2のような取り方をする。したがって、二次枝平面はOAMとOANであり、これらの平面の方程式は θ , ϕ および β を用いて以下のように書ける。

平面OAMの方程式：

$$-\cos \beta \cdot x - \sin \beta \cdot y + (b \sin \beta + a \cos \beta)z = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

平面OANの方程式：

$$\sin \beta \cdot x - \cos \beta \cdot y + (b \cos \beta - a \sin \beta)z = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

観察面は前述したように $x-z$ 面であるので、平行でない限りこれらの二次枝平面と観察面は交差する。交線は $x-z$ 平面内にあり、必ず原点を通る。交線の方程式は(3)式あるいは(4)式に $y=0$ を代入することにより、以下のように求められる。

OAMと $x-z$ 面との交線の方程式：

$$z = \frac{\cos \beta}{b \sin \beta + a \cos \beta} \cdot x \quad \dots\dots\dots (5)$$

同様にOANと $x-z$ 面との交線の方程式：

$$z = \frac{\sin \beta}{a \sin \beta - b \cos \beta} \cdot x \quad \dots\dots\dots (6)$$

これらの交線の方程式は $z=k \cdot x$ の形であり、 k は直線の勾配に対応する。これらの交線をそれぞれ交線-1、交線-2とする。それぞれの交線の、水平線(=x軸)からの角度をFig. 3に示すように反時計回りに測定し、 η および ξ とする。これらは、(5)、(6)式から、以下のように求められる。

$$\eta = \tan^{-1} \left(\frac{\cos \beta}{b \sin \beta + a \cos \beta} \right) \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\xi = \tan^{-1} \left(\frac{\sin \beta}{a \sin \beta - b \cos \beta} \right) \quad \dots\dots\dots (8)$$

Fig. 3. Definition of angles of ghost lines, η and ξ , which correspond to intersection-1 and intersection-2, respectively.

これらの η および ξ で示される2本の交線が凝固組織に見られるゴーストラインであり、いくつかの凝固組織と対応することは前報に述べた通りである⁷⁾。なお、 θ 、 ϕ 、 β のそれぞれの定義域はそれぞれ、 $0^\circ \sim 45^\circ$ 、 $0^\circ \sim 360^\circ$ 、 $-45^\circ \sim 45^\circ$ である⁷⁾。

3. 解析結果

3.1 θ 、 ϕ 、 β の変化による η と ξ の変化

(7) および (8) 式で求められる交線-1、交線-2の水平線となす角 (η および ξ) が、 θ 、 ϕ 、 β に対してどのように変化するかを検討した。一つの例として、 $\theta=15^\circ$ と固定した場合、 ϕ および β の関数として、 η および ξ がどのように変化するかを表示したものを Fig. 4 および Fig. 5 に示す。これらから、 η および ξ は ϕ の変化に対して複雑ではあるが、周期的に変化することがわかる。また、 $\theta=15^\circ$ の時には交線-1に対応する η の取りうる範囲は β の値にも依存するが、約 68° から 112° の間に限られる。一方、 ξ は 0° から 180° まで、全ての値を取りうることを示している。これらの図から、 θ 、 ϕ 、 β の組み合わせが決まれば、 η と ξ の値が決定できる。例えば $\theta=15^\circ$ 、 $\phi=240^\circ$ 、 $\beta=10^\circ$ の時には、図中に破線および白丸で示したように、それぞれの交線の角度は $\eta \approx 100^\circ$ 、 $\xi \approx 40^\circ$ となることが分かる。

もう一つの例として、 $\theta=30^\circ$ と固定した場合、 η および ξ がどのように変化するかを表示したものを Fig. 6 および Fig. 7 に示す。先と同じように、 η および ξ は ϕ の変化に対して周期的に変化する。これらの図から、 θ 、 ϕ 、 β の組み合わせが決まれば、 η と ξ の値が決定できる。

ここで逆に、Fig. 4 および Fig. 5 で求めた、 $\eta \approx 100^\circ$ 、 $\xi \approx 40^\circ$ を与える θ 、 ϕ 、 β の組み合わせについて検討した。まず、Fig. 6 において $\eta \approx 100^\circ$ の水平線（破線）を引くと、(ϕ ; 55° ; β ; -45°) から (ϕ ; 145° ; β ; 45°) まで、または (ϕ ; 205° ; β ; -45°) から (ϕ ; 305° ; β ; 45°) までの種々の解があることが分かる。次に Fig. 7 において、 $\xi \approx 40^\circ$ の水平線（破線）を引くと、 β は 35° 以上もしくは -35° 以下では解はないことが分かる。 $\eta \approx 100^\circ$ と $\xi \approx 40^\circ$ を同時に満たす ϕ 、 β の組み合わせは、(ϕ ; 75° ; β ; -30°) および (ϕ ; 285° ; β ;

Fig. 4. Variation of angle of intersection-1, η , as a function of β and ϕ in case of $\theta=15^\circ$.

Fig. 5. Variation of angle of intersection-2, ξ , as a function of β and ϕ in case of $\theta=15^\circ$.

Fig. 6. Variation of angle of intersection-1, η , as a function of β and ϕ in case of $\theta=30^\circ$.

Fig. 7. Variation of angle of intersection-2, ξ , as a function of β and ϕ in case of $\theta=30^\circ$.

Table 1. Some examples of combination of θ , ϕ and β that give $\eta=100^\circ$ and $\xi=40^\circ$.

	θ	ϕ	β
case 1	10	220	5
case 2	15	240	10
case 3	20	255	15
case 4	30	285	30

30°)であると求められる。これらは、立方晶の結晶構造からは対称であること、また観察面の面指数としては同等であるため、以降は β の正の場合を用いて解析を行った。

いくつかの θ に対して、Fig. 4とFig. 5と同様の図を描き、上に示したのと同じ手続きで、 $\eta=100^\circ$ 、 $\xi=40^\circ$ を与える θ 、 ϕ 、 β の組み合わせを図から求めた。その結果をTable 1に示す。これらが具体的にどのようなパターンを示すかについて、3D-CADを用いて検討した。

3.2 3D-CADによる検討

本研究ではPhotron社製の図脳RAPID 3Dを用いて解析を行った。その手法は以下の通りである。Fig. 1に示したデンドライトの横断面をx-y平面内でz軸の周りに β だけ回転する。この横断面をFig. 2に示したデンドライト主軸の方向 $[a, b, 1]$ に所定の距離だけ移動させる(=平行押し出し)。この操作により、天頂角 θ 、方位角 ϕ 、回転角 β のデンドライトが作成できる。ここでデンドライトは1本であっても組織パターンは検討できるが、デンドライトが複数配置していると考えた方が、全体としてのパターンを検討するのに適している。デンドライトの平面内の配置についてはいくつかの報告がある¹²⁻¹⁴⁾が、本研究ではデンドライトはその主軸が正方配置しているものとして、9本×9本の合計81本のデンドライト群を用いて検討した。また、ここでは隣接して向かい合うデンドライトの二次枝は互いに結合して一体化するものと考えた。

所定の方向に傾けた81本のデンドライトを作成した後、2.2で定義したように、この立体をx-z平面で切断した。そして切断面を明示するために着色し、断面のy方向から見た図を表示した。Table 1の条件でデンドライト群の切断面のパターンを作成した結果をFig. 8に示す。それぞれの断面図で黒く見える直線がゴーストラインである。それらは互いに平行であり、等間隔に並んでいる。Fig. 3で定義した2本のゴーストラインの角度は予想されたものにほぼ一致している。Fig. 8に示したcase 1では、 $\xi=40^\circ$ を与えるゴーストラインは $\eta=100^\circ$ を与えるゴーストラインよりも非常に太く、かつ互いの間隔は広い。それに対し、Fig. 8に示したcase 4では、 $\xi=40^\circ$ を与えるゴーストラインの太さは $\eta=100^\circ$ のゴーストラインとほぼ同じ太さであり、かつ間隔も狭くなっている。以上のように、2本のゴーストラインの角度については同じであっても、パターンは異

Fig. 8. Cross section of dendrite model performed by 3D-CAD.

なことが分かる。以上のことより、ゴーストラインの太さや間隔が組織パターンを特徴付けるパラメーターになりうることが明らかになった。

4. 一方向凝固材によるパターンの確認

先に述べた3D-CADを用いたモデルデンドライトの解析結果を実铸造材での確認と、第3のパラメーターとして、ゴーストラインの太さと間隔のどちらが有効であるかを検討するために、一方向凝固により得た柱状デンドライトを故意に傾けた平面で切断して組織解析を行った。

4.1 試料作成

一方向凝固については、実験装置も含め、先に詳細に報告した⁷⁾。Al-20mass%Cu合金をそれぞれの純度が99.99 mass%のAlとCuを用いて溶製し、ガラス管に熔融金属を吸い上げ、8mmφ×500mmの合金丸棒を作成し、一方向凝固用の素材とした。これを外径13mm、内径9mmのアルミナ製保護管に入れ、温度勾配約2K/mm、成長速度16μm/sで一方向凝固させた。横断面の観察から、サンプルの長手方向にアルミニウムの〈100〉がそろっていることを確認した。その後、デンドライトの回転角(=β)を所定の値に調整し、直方体状に樹脂埋めした後、回転機構と傾斜機構のついたバイスにより、方位角(=φ)および天頂角(=θ)を調整し、高速精密切断機により試料を斜めに切断した。切断面を研磨後、FE-SEMを用いて反射電子像により凝固組織のパターンを観察した。

4.2 組織観察結果および3D-CADによる解析との比較

Table 1に示した、case 1からcase 4の条件で切断したサンプルに見られる凝固組織をFig. 9~Fig.12に示す。FE-SEMの反射電子像は原子番号の大きい元素が存在する場所が明るく観察できる特徴があるため、Al主体のα相からなるデンドライトの部分は暗く、Cuの多い樹間共晶の部分は明るく観察できる。これより、研磨したままの面でエッチングしなくても、凝固組織が鮮明に観察できる。

Al-20mass%Cu合金を上記の条件で一方向凝固させると、多くの二次枝、三次枝が生成する。そのため、これらの図に示す凝固組織は非常に複雑である。しかし、少し視点を引いて観察すると、ゴーストラインが存在しているこ

Fig. 9. SEM image of solidified structure of Al-20 mass%Cu alloy in case of $\theta=10^\circ$, $\phi=220^\circ$ and $\beta=5^\circ$.

Fig. 10. SEM image of solidified structure of Al-20 mass%Cu alloy in case of $\theta=15^\circ$, $\phi=240^\circ$ and $\beta=10^\circ$.

とが分かる。例えば、Fig. 9について述べるなら、紙面に対してほぼ垂直な細い線と、右上から左下に伸びる非常に太い線が見えるが、これらがゴーストラインである。細いゴーストラインと水平線とのなす角(=η), 太いゴーストラインと水平線とのなす角(=ξ)のそれぞれの角度をFig. 3の定義に従って測定した。Fig. 9~Fig.12に示した凝固組織パターンについて同様の測定を実施し、ηとξを定量化した。その結果をTable 2にまとめる。

Fig. 8に示した case 1はFig. 9に、 case 2はFig.10に、 case 3はFig.11に、 case 4はFig.12に対応するように角度調整し

Fig. 11. SEM image of solidified structure of Al-20 mass%Cu alloy in case of $\theta=20^\circ$, $\phi=255^\circ$ and $\beta=15^\circ$.

Fig. 12. SEM image of solidified structure of Al-20 mass%Cu alloy in case of $\theta=30^\circ$, $\phi=285^\circ$ and $\beta=30^\circ$.

Table 2. The results of the angles of two ghost lines.

	η	ξ
Fig. 9	91	35.5
Fig. 10	91	43
Fig. 11	99	48.5
Fig. 12	112	62

て得た断面で観察された結果である。それぞれの組織写真に見られるゴーストラインは3D-CADで作成したモデルデンドライトの切断面のパターンに良く似ており、いずれも細い垂直に近い線と、右上から左下に伸びる線が見られる。右上から左下に延びる線の太さはFig. 9では太く、 Fig.10、

Table 3. Comparison of angles of ghost lines (η and ξ) obtained from dendrite model (Fig. 8) and from experiments (Figs. 9–12).

	η	ξ
Fig.8 case 1	98	42
Fig.9	91	35.5
Fig.8 case 2	99	40
Fig.10	91	43
Fig.8 case 3	101	40
Fig.11	99	48.5
Fig.8 case 4	100	42
Fig.12	112	62

Fig.11, Fig.12の順に徐々に細くなっている。これはFig. 8においてcase 1からcase 4にかけて、右上から左下に伸びる線が徐々に細くなる傾向と一致する。

それぞれのゴーストラインの角度を測定し、まとめた結果をTable 3に示す。case 4を除き、数度のずれであることが分かり、 η および ξ が実測値と3D-CADの断面図から測定した値がよく一致しているものと判断できる。

Fig. 8に示した3D-CADの結果からは、ゴーストラインは一定の間隔で出現するものと予想された。しかし、Fig. 9～Fig.12に示した実際の凝固組織では、ゴーストラインの間隔は一定ではなく、長さについても場所によるばらつきがあり、不規則である。しかし、ゴーストラインの太さはほぼ一定である。例えば、Fig. 9に示した組織パターンで、 ξ を与える非常に太い、3本のゴーストラインの線幅を測定すると、平均値は309.2 μm に対し、標準偏差は17.7 μm であった。ばらつきは10%以下であり、線幅の均一性は高いと判断できる。また、case 4では、ゴーストラインの出現の頻度が比較的高いのに対し、case 1ではゴーストラインの出現は稀であった。

以上のことから、ゴーストラインの角度以外の、第三のパラメーターとしては、ゴーストラインの間隔ではなく、それらの太さが適切であると結論付けられる。

4・3 3D-CADの予測と実際の組織パターンのずれの要因

case 1について、(7)式および(8)式に基づき、Fig. 4およびFig. 5のように、 θ 、 ϕ 、 β の関数として、 η および ξ がどのように変化するかを細かく分析した。 θ が2°、5°、10°の時に、 η について検討した例をFig.13に示す。実測からは $\eta=91^\circ$ であったので、 $\phi=220^\circ$ であれば、 β の値にほとんど依存せず、 $\theta=2^\circ$ であったことが予測される。ただし、 η は ϕ の増加により減少するので、 $\theta=5^\circ$ であっても $\phi=250^\circ$ 程度となれば $\eta=91^\circ$ を与えうるので、そのような可能性も否定できない。ここでは $\phi=220^\circ$ と固定すると、 $\theta=2^\circ$ となる。一方、 ξ についての検討結果をFig.14に示す。実線で示した $\theta=2^\circ$ のラインに注目し $\phi=220^\circ$ とすると、 $\xi=35.5^\circ$ を与える β の値は1°程度であることがわかる。以

Fig. 13. Change of η in θ , ϕ and β for the analysis of deviation from the target value of angle in case 1.

Fig. 14. Change of ξ in θ , ϕ and β for the analysis of deviation from the target value of angle in case 1.

上まとめると、case 1については、 ϕ の設定についてはずれがないものと仮定し、 $\phi=220^\circ$ とすると、 θ は2°となり、目標の10°から8°ずれていたことになる。また、 β は1°となり、目標の5°から4°ずれていたと結論付けることができる。 β および θ のいずれの角度についても数度のずれであり、3D-CADによる解析結果と実際の組織の解析結果は、良く一致していると考えられる。

上記と同様の検討をcase 4についても実施したところ、 θ については5°程度、 ϕ については15°程度、 β については10°程度のずれがあったと考えられた。

これらのずれの要因を明らかにするために、ここで再度、試料断面の採取方法について述べる。試料は横断面の凝固組織から二次デンドライトアームの向きを判定し、回転角(β)を調整して一旦樹脂に埋め込んだ。その後、角度を1°まで読み取れる回転可能なバイスにより方位角を調整した。また、同様に1°まで読み取れる、傾斜可能なバイスにより、天頂角を調整した。試料をバイスに取り付けた後には、角度の設定に対する誤差要因は小さいと判断できる。

それに対し、試料を樹脂に埋め込む際に生じるずれは相

対的に大きいと考えられる。外径9mmの丸棒状の一方向凝固材に対し、試料長手方向に基準線を引いた。横断面の組織観察から、この基準線に対して注目するデンドライトの二次枝がどれだけ回転しているかを測定した。その後、 β を設定し、丸棒状の試料をバイスに固定する際の誤差を低減する目的で、試料全体を直方体状の樹脂に埋め込んだ。しかし、(1) 外径9mmの試料サイズに対して基準線の幅が相対的に太いこと、(2) 試料を直方体の樹脂に埋め込む際のハンドリングが困難であること、の二つの理由により、試料の回転に関して合計で 10° を超えるずれが生じた可能性が高いと考えられる。なお、本研究では回転機構のあるバイスの上に傾斜機構のあるバイスを取り付けて角度設定したため、方位角 ϕ の設定に関して回転角 β の設定時のずれが入るものと考えられることから、 ϕ 、 β のそれぞれが最大で 10° 程度のずれが生じたものと判断できる。

一方、天頂角 θ については以下のように考えられる。今回の研究で採用した一方向凝固では種結晶は使用しておらず、またいわゆるピグテールのようなセクターは使用していない。一方向凝固した長さは300mmであるが、初期の200mm程度は助走区間として、観察試料とはしなかった。この200mmの区間だけでは、試料の長手方向に $\langle 100 \rangle$ が完全には配向していなかった可能性がある。横断面の凝固組織を観察し、二次デンドライトアームが同一方向に成長していることは確認したが、試料内でのデンドライトの主軸の傾きが 5° 程度あったものと考えられる。

現時点での検討では、デンドライトの方位を決定する、 θ 、 ϕ 、 β 全ての角度について、数度以下のずれであると判断でき、実験精度の範囲内で、3D-CADを利用した解析および立体解析幾何学を用いた解析と、実鑄造材との観察結果はよく一致したと考えられる。したがって、デンドライトから構成される凝固組織の断面に現れる複雑なパターンの出現理由についても極めてよく説明できたものと考えられる。

5. 結論

デンドライトから構成される凝固組織のパターンを、デンドライトを簡略化した形状と仮定し、立体解析幾何学に基づいて解析した。さらに、Al-Cu合金の一方向凝固材のデンドライトを所定の角度で切断した際に見られる凝固組織パターンと比較検討することにより、以下の結論を得た。

(1) 鋼を含む立方晶の合金で、二次枝が顕著に発達するデンドライトから凝固組織が形成されている場合には、本研究で提案した解析法で凝固組織パターンを正確に説明できる。

(2) 観察されるゴーストラインの角度はデンドライトの空間配置を特徴付ける重要なパラメーターであり、これらはデンドライトの空間配置から定式化できる。

(3) ゴーストラインの角度のほかに、ゴーストラインの間隔や線の太さが組織を特徴付ける第三のパラメーターとなりうる。ただし、実際の組織パターンの観察からはゴーストラインの太さの方が特徴付けるパラメーターとして有効であると判断できる。

文 献

- 1) M.C.Flemings: Solidification Processing, McGraw-Hill, New York, (1974), 134.
- 2) W.Kurz and D.J.Fisher: Fundamentals of Solidification, Trans Tech Publications, Aedermannsdorf, Switzerland, (1992), 63.
- 3) M.C.Flemings, R.V.Barone, S.Z.Uram and H.F.Taylor: *Trans. AFS*, **69** (1961), 422.
- 4) A.Suzuki and T.Suzuki: *J. Jpn. Inst. Met.*, **32** (1968), 571.
- 5) R.W.Kraft: Solidification, American Soc. Metals, Metals Park, Ohio, (1970), 275.
- 6) M.Rappaz and E.Blank: *J. Cryst. Growth*, **74** (1986), 67.
- 7) H.Esaka, M.Shirakawa, K.Shinozuka and M.Tamura: *ISIJ Int.*, **48** (2007), 264.
- 8) 矢野健太郎: 立体解析幾何学, 裳華房, 東京, (1970), 80.
- 9) T.Z.Kattamis and M.C.Flemings: *Trans. Metall. Soc. AIME*, **233** (1965), 992.
- 10) B.Chalmers 著, 岡本 平, 鈴木 章訳: 金属の凝固, 丸善, 東京, (1971), 119.
- 11) 高橋忠義: 鑄造凝固, 日本金属学会, 東京, (1992), 131.
- 12) H.Jacobi and K.Schwerdtfeger: *Metall. Trans. A*, **7A** (1976), 811.
- 13) R.E.Napolitano and D.R.Black: *J. Mater. Sci.*, **39** (2004), 7009.
- 14) M.D.Dupouy, D.Camel and J.J.Favier: *Acta Metall. Mater.*, **40** (1992), 1781.