UDC 621.746.27.047 : 620.18 : 536.421.4

宮 沢 憲 一^{**}・鞭 巖^{***}

Ken-ichi MIYAZAWA and Iwao MUCHI

(Received Nov. 21, 1973)

— 269 —

Fig. 1. Schematic representation of the solidification profiles in the circular-arc type continuous casting.

る固相率と温度の関係は直線的であるとする。

以上の仮定に基づいて、固相、共存相、および、液相について熱収支を行なうと、それぞれ、(1)~(3)式が得られる。

$$cu\rho \frac{\partial t_1}{\partial \theta} = k \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t_1}{\partial r} \right) \quad (1)$$

$$v\rho \frac{\partial}{\partial \theta} (Cl_2 - \lambda f) = k \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t_2}{\partial r} \right) \quad (2)$$

$$(r_l - r'_l)Cu\rho (dt_3/d\theta) = (h_2 r_l + h'_2 r'_l)(t_l - t_s) \quad (3)$$

ここで、 u 、 v は、それぞれ、引き抜き速度および θ 方向の速度であり、 u と v の関係は(4)式で示される。また、(2)式中の f は固相率であり、仮定(4)に基づいて(5)式で示される。

$$v = ru/R \quad (4)$$

$$f = (t_l - t_2)/(t_l - t_s) \quad (5)$$

(1)、(2)式を(6)、(7)式を用いて変数変換し、さらに、(8)式の無次元変数を使つて無次元化を行なうと、鋳片の下面側と上面側における固相および共存相の基礎式として、それぞれ、(9)、(10)式および(11)、(12)式が得られる。同様に、液相についても(13)式が得られる。

$$x = r - R \quad (6)$$

$$z = R \cdot \theta \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} T &= (t - t_w)/(t_0 - t_w), \quad D = 1 - x/W, \\ D' &= 1 + x/W, \quad Z = z/L, \quad P = R/W, \\ F_1 &= kL/cuW^2\rho, \quad F_2 = kL/uW^2\rho / \\ &\quad \{c + \lambda/(t_l - t_s)\}, \quad N_1 = h_1 W/k, \\ N'_1 &= h'_1 W/k, \quad N_2 = h_2 W/k, \quad N'_2 = h'_2 W/k, \\ St &= h_2 L/cuW\rho, \quad St' = h'_2 L/cuW\rho \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial Z} = F_1 \left(\frac{\partial^2 T_1}{\partial D^2} \right) - \frac{F_1}{P+1-D} \left(\frac{\partial T_1}{\partial D} \right) \quad (9)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial Z} = F_2 \left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial D^2} \right) - \frac{F_2}{P+1-D} \left(\frac{\partial T_2}{\partial D} \right) \quad (10)$$

$$\frac{\partial T'_1}{\partial Z} = F_1 \left(\frac{\partial^2 T'_1}{\partial D'^2} \right) + \frac{F_1}{P-1+D'} \left(\frac{\partial T'_1}{\partial D'} \right) \quad (11)$$

$$\frac{\partial T'_2}{\partial Z} = F_2 \left(\frac{\partial^2 T'_2}{\partial D'^2} \right) + \frac{F_2}{P-1+D'} \left(\frac{\partial T'_2}{\partial D'} \right) \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & (2-D_l-D'_l) \frac{dT_3}{dZ} \\ &= \left\{ (St) \frac{P+1-D_l}{P} + (St') \frac{P-1+D'_l}{P} \right\} (T_l - T_s) \end{aligned} \quad (13)$$

つぎに、下面側の境界条件として、鋳片表面、固相線上、および、液相線上でそれぞれ、(14)、(15)、(16)式が得られる。上面側についても下面側と同様に示される。また、領域Ⅱでは、(16)式のかわりに(17)式が得られる。さらに、引抜き方向の境界条件として、(18)、(19)式が書ける。

$$D=0 \quad \text{で} \quad \partial T/\partial D = N_1 T \quad (14)$$

$$D=D_s \quad \text{で} \quad T_1 = T_2 = T_s, \quad \partial T_1/\partial D = \partial T_2/\partial D \quad (15)$$

$$\begin{aligned} D=D_l \quad \text{で} \quad T_2 &= T_l, \quad \frac{\partial T_2}{\partial D} \\ &= (T_s - T_l) \left(N_2 + \frac{1}{F_1} \cdot \frac{dD_l}{dZ} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} D=D_c \quad \text{で} \quad T_2 &= T'_2, \quad \partial T_2/\partial D \\ &= -(\partial T'_2/\partial D') = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$$Z=0 \quad \text{で} \quad D_l = D'_l = 0, \quad T_3 = 1 \quad (18)$$

$$Z=Z_1 \quad \text{で} \quad D_s = D'_s = 0 \quad (19)$$

ここで、 D_s 、 D_l は、鋳片の下面側の表面から固相線および液相線までの半径方向距離であり、 D_c は領域Ⅱで鋳片表面から(17)式を満足する位置までの距離を示す。

2.2 基礎式の常微分化

以下の数式の展開では、Ⅰ~Ⅲの各領域についてほぼ同じになるので、ここでは領域Ⅱの数式展開だけを示す。また、導出される式は、二、三の式をのぞいて上面側と下面側で同じ形になるので、同じ形の場合には下面側の式だけを示すことにする。

まず、積分プロファイル法に従つて固相と共存相の各温度分布を、それぞれ、(20)、(21)式のように二次式近似をする。

$$T_1 = a_0 + a_1(D/D_s) + a_2(D/D_s)^2 \quad (20)$$

$$T_2 = b_0 + b_1 \left(\frac{D-D_s}{D_l-D_s} \right) + b_2 \left(\frac{D-D_s}{D_l-D_s} \right)^2 \quad (21)$$

ここで、未知の鋳片表面温度 T_{1s} を導入し、境界条件

の(14)～(16)式より(20), (21)式中の各係数を決めると, (22), (23)式が得られる. また, 鋳片表面で(9), (11)式が満足されることから, 下面側と上面側に対して, それぞれ, (24), (25)式が得られる.

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= T_{is}, \quad a_1 = N_1 D_s T_{is}, \quad a_2 = T_s - T_{is} - a_1, \\ b_0 &= T_s, \quad b_1 = (D_l - D_s) \left(2 \frac{T_s - T_{is}}{D_s} - N_1 T_{is} \right), \quad \dots (22) \\ b_2 &= T_l - T_s - b_1 \\ T_{is} &= \frac{1}{N_1 D_s + 2} \left[2 T_s - D_s \left\{ 2 \frac{T_l - T_s}{D_l - D_s} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - (T_s - T_l) \left(N_2 + \frac{1}{F_1} \cdot \frac{dD_l}{dZ} \right) \right\} \right] \dots (23) \end{aligned} \right\}$$

$$dT_{is}/dZ = 2F_1 a_2/D_s^2 - F_1 (a_1/D_s)/(P+1) \dots (24)$$

$$dT'_{is}/dZ = 2F_1 a'_2/D_s'^2 + F_1 (a'_1/D'_s)/(P-1) \dots (25)$$

つぎに, 下面側における固相および共存相の基礎式の(9), (10)式を, それぞれ, $D=0 \sim D_s$, $D=D_s \sim D_l$ で積分すると, (26), (27)式が得られる.

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dZ} \left[\int_0^{D_s} T_1 dD \right] - T_s \frac{dD_s}{dZ} \\ &= F_1 \left[\frac{\partial T_1}{\partial D} \right]_0^{D_s} - \int_0^{D_s} \frac{F_1 (\partial T_1 / \partial D)}{P+1-D} dD \dots (26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dZ} \left[\int_{D_s}^{D_l} T_2 dD \right] - T_l \frac{dD_l}{dZ} + T_s \frac{dD_s}{dZ} \\ &= F_2 \left[\frac{\partial T_2}{\partial D} \right]_{D_s}^{D_l} - \int_{D_s}^{D_l} \frac{F_2 (\partial T_2 / \partial D)}{P+1-D} dD \dots (27) \end{aligned}$$

(26), (27)式に, それぞれ, (20), (21)式を代入して整理すると, 常微分方程式として, (28), (29)式が得られる.

$$\begin{aligned} &\frac{a_1 + 2a_2}{D_s} \cdot \frac{dD_s}{dZ} - \frac{N_1 D_s + 4}{2} \cdot \frac{dT_{is}}{dZ} \\ &= - \frac{3F_1}{D_s} \cdot \left(\frac{2a_2}{D_s} + A_1 \right) + \frac{D_s T_{is}}{2} \cdot \frac{dN_1}{dZ} \dots (28) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\frac{b_1 + 2b_2}{D_l - D_s} \cdot \frac{dD_l}{dZ} \\ &+ \left(\frac{b_1 + T_l - T_s}{D_l - D_s} + \frac{D_l - D_s}{D_s} \cdot \frac{T_s - T_{is}}{D_s} \right) \frac{dD_s}{dZ} \\ &+ \frac{(D_l - D_s)(N_1 D_s + 2)}{2D_s} \cdot \frac{dT_{is}}{dZ} \\ &= - \frac{3F_2}{D_l - D_s} \left(\frac{2b_2}{D_l - D_s} + A_2 \right) \\ &- \frac{(D_l - D_s) T_{is}}{2} \cdot \frac{dN_1}{dZ} \dots (29) \end{aligned}$$

ただし, (28), (29)式中の A_1 , A_2 は, それぞれ, (30), (31)式で示されるが, 鋳片の上面側の場合は, (32), (33)式となる.

$$A_1 = \left\{ \frac{a_1}{D_s} + \frac{2a_2}{D_s^2} (P+1) \right\}$$

$$\cdot \ln \left(- \frac{P+1-D_s}{P+1} \right) + \frac{2a_2}{D_s} \dots (30)$$

$$\begin{aligned} A_2 &= \left\{ \frac{b_1}{D_l - D_s} + \frac{2b_2}{(D_l - D_s)^2} (P+1-D_s) \right\} \\ &\cdot \ln \left(\frac{P+1-D_l}{P+1-D_s} \right) + \frac{2b_2}{D_l - D_s} \dots (31) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A'_1 &= \left\{ \frac{a'_1}{D'_s} - \frac{2a'_2}{D_s'^2} (P-1) \right\} \\ &\cdot \ln \left(\frac{P-1+D'_s}{P-1} \right) + \frac{2a'_2}{D'_s} \dots (32) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A'_2 &= \left\{ \frac{b'_1}{D'_l - D'_s} - \frac{2b'_2}{(D'_l - D'_s)^2} (P-1+D'_s) \right\} \\ &\cdot \ln \left(\frac{P-1+D'_l}{P-1+D'_s} \right) + \frac{2b'_2}{D'_l - D'_s} \dots (33) \end{aligned}$$

また, (28), (29)式の右边における (dN_1/dZ) は, 鋳片表面の総招伝熱係数が引き抜き方向の位置などによって変化するような場合にも適用が可能となるように考慮したものである.

なお, 以上の数式展開において, $P=\infty$ とすると(26), (27)式の右边第二項および(30)～(33)式における A_1 , A_2 , A'_1 , A'_2 がすべて 0 となり, 垂直型のスラブの凝固問題に帰着する. また, $P=0$ とすると垂直型の円柱状鋳片の凝固問題となる. ただし, $P=0$ の場合, 液相の基礎式の(13)式をそのまま採用することはできない. したがって, 新たに液相の基礎式を導出する必要がある.

2.3 計算方法

円弧型のスラブの凝固プロファイルの計算方法について述べる.

下面側に対して, (22), (23)式より, T_{is} , a_1 , a_2 , b_1 , b_2 , は (dD_l/dZ) の関数として表わされる. したがって, まず, (24), (28), (29)式からこれらを消去し, さらに, (dD_s/dZ) , および (dT_{is}/dZ) も消去すれば (dD_l/dZ) に関する三次方程式を得ることができるが, ここでは, (22)～(24), (28), (29)式を連立して試行錯誤計算によりすべての式を満足する (dD_l/dZ) を求めた.

さらに, (23)式より T_{is} は (dD_l/dZ) の関数として示されるので, (24)式を数値積分する必要はない. したがって, 領域Ⅱでは, D_s , D_l , D'_s , D'_l , T_s に関して数値積分することになる.

ここでは, (dD_l/dZ) を求める試行錯誤計算に挟撃法

Table 1. Data for calculations.

$c = 0.18 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$	$k = 0.07 \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$
$\lambda = 65 \text{ cal/g}$	$t_0 = 1550^\circ\text{C}$
$t_l = 1528^\circ\text{C}$	$t_s = 1494^\circ\text{C}$
$t_w = 25^\circ\text{C}$	$W = 10 \text{ cm}$
$\rho = 7.0 \text{ g/cm}^3$

Fig. 2. Calculated solidification profiles in the curved slab.

Fig. 3. Deviations from the center line of slab at the final point of solidus and liquidus lines (Same data as used in describing Fig. 2 are adopted for calculation).

(method of false position) を採用し、また、数値積分には、R. K. G. 法を採用した。

3. 計算結果および考察

本モデルに基づいて行なつた計算の結果について述べる。計算に採用した主要なデータは Table 1 に示してあるが、他の数値は各図の中に示す。

鑄片の上面側と下面側の鑄型部における総招伝熱係数およびスプレー冷却部の鑄片表面における伝熱係数 (h_1 , h'_1) を同じにし、これら伝熱係数は引き抜き方向で変化せず一定とし、また、残溶鋼に接した共存相表面における熱伝達係数 (h_2 , h'_2) を同じにした場合の凝固プロフ

ルの数値計算結果を Fig. 2 に示す。Fig. 2 から、液相線の結合点および固相線の結合点 (凝固終了点) は中心軸よりわずかに上面側にズレていることがわかる。

Fig. 3 には、種々の曲率半径の場合について Fig. 2 と同様にして求めた凝固プロフィルの計算結果に基づいて、液相線の結合点および固相線の結合点の中心軸からのズレを示す。Fig. 3 において、中心軸からのズレが負であることは、結合点が上面側に片寄っていることを意味している。Fig. 3 の各曲率半径の場合の計算結果でも、凝固プロフィルは Fig. 2 の場合とほぼ同様になり、また、湯面から各結合点までの距離、 z_1 , z_2 は Fig. 2 とほとんど変わりなく、約 6.20m, および、8.03m であつた。また、鑄片の表面温度は、凝固が進行するに従つて、下面側のほうがわずかに数 °C 低くなるだけであつた。

なお、ここには示していないが、連鑄機の曲率による結合点の中心軸からのズレは小さいため、上面側での h'_1 の値を下面側での h_1 よりも少し大きくするだけで各結合点が中心軸上に移ることがわかつた。したがつて、凝固プロフィルの非対称には、曲率よりも h'_1 と h_1 の値の差異による効果のほうが、顕著になるものと推定される。

つぎに、 h'_1 と h_1 の値を同じとし、鑄片の下面側における残溶鋼に接した共存相表面における熱伝達を無視した場合 ($h_2 = 0$) の計算結果を Fig. 4 に示す。これは、溶鋼内の過熱が上面側だけから放出されるとみなした特殊な場合に相当するが、この図から、上面側にくらべて下

Fig. 4. Solidification profiles for the case where all the superheats in liquid pool are removed from only the upper side of slab.

Fig. 5. Cooling conditions at the surface of slab given to describe Fig. 6.

面側からの凝固の進行の方が速くなり、その結果、凝固プロファイルの非対称性が顕著になることが推定される。この計算例の場合にも、鋳片表面温度は下面側の方が低く、鋳片表面からの放熱速度も下面側の方が小さくなっている。

しかし、実際の連続鋳造では、溶鋼内の過熱がすべて上面側から放出されることは起こらないと考えられるが、上面側と下面側で残溶鋼内の湯動きがかなり相違する場合には、この計算例に見られるような結果になることが推察される。

つぎに、鋳片表面の冷却条件を、実操業にほぼ近くなるように、Fig. 5に示したように変化させた場合の凝固プロファイルおよび表面温度の計算結果を Fig. 6に示す。

従来、連続鋳造に関する伝熱解析の研究においては、鋳型部における鋳片表面の境界条件として、鋳型部全域で一定の総括伝熱係数、あるいは、直線的に減少する総括伝熱係数を採用している研究^{8)~10)}、熱流束の実測結果を採用している研究¹⁰⁾¹¹⁾、および、air gapの発生を考慮して鋳型部を区分して、伝熱係数を変化させている研究¹²⁾などがある。air gapの発生を考慮した場合には、鋳型部の下端部分において鋳片表面温度が上昇することが報告¹⁰⁾¹²⁾されているが、本モデルによる Fig. 6の計算例でも、鋳型部での総括伝熱係数を鋳込み方向に連続的に減少させているため、鋳片の表面温度が上昇していることが認められる。なお、この計算例では、スプレー冷却部における冷却条件を階段状に変化させているため、鋳片表面温度に極大値が現われていることがわかる。

また、前述の計算例(Fig. 2, 3)と同様に、 h'_1 と h_1 の値を同じにし、さらに溶鋼内の熱伝達係数を上面側と下面側とで同じにしているため、鋳片の上面側と下面側での凝固プロファイルの差異は、この計算例でも、非常にわずかであることが示されている。

4. 結 言

円弧型連鋳機の凝固プロファイルに及ぼす連鋳機の曲率の効果を調べるために、固液共存相を考慮した垂直型連鋳機の凝固プロファイルの解析を拡張し、積分プロファイル法を適用した数学的モデルを展開した。

このモデルに基づいて、円弧型連鋳機における鋳片の

Fig. 6. Solidification profiles and the distribution of surface temperature for the case where the cooling conditions at the surface of slab are changed according to Fig. 5.

凝固プロファイルを計算した結果、凝固プロファイルに及ぼす連铸機の曲率の効果は僅少であることを定量的に示した。

鑄片の上下両表面での鑄型部における総括伝熱係数およびスプレー冷却部の鑄片表面における伝熱係数が同じであつても、残溶鋼内の湯動きの差異などのために、上面側と下面側で共存相前面での熱伝達係数に差異が生ずると、凝固プロファイルの非対称性が助長される傾向があることがわかった。

記 号

- c : 比熱 (cal/g·°C)
 D : 鑄片表面から内部への半径方向距離 (—)
 f : 固相率 (—)
 F : フーリエ数 (—)
 h_1 : 鑄片表面の総括伝熱係数 (cal/cm²·sec·°C)
 h_2 : 溶鋼に接した共存相表面における熱伝達係数 (cal/cm²·sec·°C)
 k : 熱伝導度 (cal/cm·sec·°C)
 L : 代表長さ (cm)
 N : ヌッセルト数 (—)
 P : 曲率半径と鑄片厚さの 1/2 との比 (—)
 r : 曲率の中心からの半径 (cm)
 R : 曲率半径 (cm)
 St : 修正スタントン数 (—)
 t, T : 温度 (°C), (—)
 u : 引き抜き速度 (cm/sec)

- v : θ 方向の速度
 x : 鑄片中心軸から半径方向における距離 (cm)
 W : 鑄片厚さの 1/2 (cm)
 z, Z : 鑄片の中心軸に沿った湯面からの距離 (cm), (—)
 λ : 凝固潜熱 (cal/g)
 ρ : 密度 (g/cm³)
 θ : 円周方向の座標

(添字)

is : ingot surface, l : liquidus line, s : solidus line,
 w : 冷却水, o : 注入, 1 : 固相, 2 : 共存相, 3 : 液相

文 献

- 1) M. B. TARMANN: Iron Steel Eng., 49(1972)12, p. 61
- 2) H. V. ENDE and G. VOGT: JISI, 210 (1972), p. 889
- 3) G. KOMMA, G. VOGT and K. WUNNENBERG: Iron Steel Eng., 50(1973) 6, p. 68
- 4) 広本, 松永, 大橋, 大野: 鉄と鋼, 57(1971), S 453
- 5) 川上, 楯, 半明, 石黒: 学振19委資料, No 9475 (Sept., 1972)
- 6) 川和, 北川, 土田: 鉄と鋼, 59(1973), S 379
- 7) 熊井, 広本, 大橋, 松永, 大野: 鉄と鋼, 59 (1973), S 380, S 381
- 8) A. W. D. HILLS: JISI, 203(1965), p. 18
- 9) A. W. D. HILLS: Trans. Met. Soc. AIME, 245 (1969), p. 1471
- 10) J. K. BRIMACOMBE and F. WEINBERG: JISI, 211(1973), p. 24
- 11) E. A. MIZIKAR: ibid., 239 (1967), p. 1747
- 12) 大井, 松野, 中戸: 鉄と鋼, 58(1972) 11, S 396
- 13) 宮沢, 鞭: 鉄と鋼, 60(1974) 7, p. 1000