論 文

UDC 621.746.27.047 : 620.18 : 532.5 : 536.421.4

連鑄鑄片内の凝固, 偏析現象と溶鋼流動に関する研究*

熊井 浩**・浅野 鋼一***・大橋 徹郎**
野村 悦夫**・藤井 博務**Study on Solidification Behaviour, Solute Segregation and Fluid Flow
in Continuously Cast SlabKou KUMAI, Koichi ASANO, Tetsuro OHASHI
Etsuo NOMURA, and Hiromu FUJII

Synopsis:

Solidification behaviours in the continuously cast slabs of mild steel were determined by addition of radioactive gold and solute distribution in the slabs under various casting conditions was analysed, comparing with the solidification structures.

From these experimental data, the flow velocity in the liquid pool and solute segregation in the center of the slabs were estimated mathematically, using the boundary layer theory and partial mixing model in liquid.

The liquid flow along the shell is composed of the nozzle jet, the natural convection and the bulging flow, the amount of its velocity being 10~40 cm/sec, 1~2.5 cm/sec and 2~4 cm/sec. The center segregation is mainly caused of solute redistribution during uni-directional solidification in columnar crystal region, which intensity is strongly dependent on the rate of solidification and the liquid flow, especially the bulging flow.

To reduce the center segregation, increasing the equiaxed crystals and minimizing the bulging were effective, which are related to the amount of cooling water, casting speed, casting temperature, slab thickness and the machine arrangement.

(Received Nov. 29, 1973)

1. 緒 言

わが国におけるスラブ用連鑄機の導入は近來とみに急速となり, それにともなつて連鑄の操業技術ならびに鑄片品質に関する研究が多く報告されてきている。

中心偏析に関しても実態調査が広範に行なわれており, 鑄造条件との関連, 凝固組織との関係について諸報告がある^{1)~4)}。そして中心偏析の生成機構としては, 凝固にともなう溶質の分配という冶金的な現象と, バルジンを主体とする機械的な現象とが複雑にからみ合っていることが推定されている。

一般に, 連鑄鑄片の凝固は鋼塊の凝固と異なり, 後者が主として静的な凝固を行なうのに反し, 動的な凝固として考えるべきで, 溶鋼の流動やバルジングなどの影響のもとに理解する必要がある。

本報告は各種条件下で鑄造された鑄片内の凝固の進行

をアイソトープにより把握するとともに, 得られた鑄片内の溶質分布から溶鋼流動を推定し, 中心偏析生成機構を考察した。

2. 実験概要

広畑製鉄所にて稼動中の半径 10.5 m の湾曲型スラブ連鑄機にて鑄造された Al-Si キルド鋼を対象とした。連鑄機のおもな仕様を Table 1 に示し, 鑄造条件ならびに対象鋼種の化学成分を Table 2 に示す。

まず, 鑄片サイズ, 鑄造条件の異なる 6 チャージを選び, Au¹⁹⁸ を投入し, 鑄造後縦断面, 横断面のオートラジオグラフィーにより凝固殻の発達を測定した。つい

* 昭和49年4月本会講演大会にて発表
昭和48年11月29日受付

** 新日本製鉄(株)広畑製鉄所

*** 新日本製鉄(株)広畑製鉄所 工博

で、ノズル形状、鑄造速度のことなる鑄片の厚み方向の溶質分布を 0.5~1.0 mm ピッチで連続分析し、強制流動の影響を調査した。さらに中心偏析については、上記鑄造条件範囲内で鑄造された鑄片 80 チャージ分について、元素別の偏析率を分析し、凝固組織と対応させて解析した。

3. 連鑄鑄片の凝固

3.1 実験方法

Table 3 に示す 6 チャージについて放射性同位元素 Au^{197} を投入した。これらの試験鑄片は、鑄片厚が 200, 250 mm の二水準、鑄造速度は 0.55~1.05 m/min, 二次冷却注水比は 0.62~1.49 l/kg の範囲にある。試験鑄片の A~E はメニスカスから約 10 m までの測定を行ない、F はとくに鑄型内凝固部を詳細に調査した。 Au^{198} の添加要領は、一部は凝固末期検出用に、Au-Pb 合金粒の形で添加し、ほかは凝固初期検出用としてそのままの形で用いた。いずれも、30~70 mCi (ミリ・キュリー) の

Table 1. Main dimensions of continuous casting machine.

Machine type	Curved-mold-bending
Machine length	23.8 m
Bending radius	10.5 m
Mold length	700 mm
Length of roller apron	
Support roller	2 375 mm
Guide roller	7 523 mm
Pinch roller	12 858 mm

トレーサーを肉厚 2 mm の銅管に収め、鑄造長さ 25 m の位置でメニスカス下 300~600 mm 深さに浸漬した。鑄造終了後、鑄片縦断面および横断面について、オートラジオグラフィーをとった。さらに、これらの試験鑄片のマクロおよびミクロ凝固組織を観察し、凝固速度との対応を試みた。

3.2 凝固殻の発達

得られたオートラジオグラフィーの中で代表的な例を Photo. 1, 2 に示す。これは実験 D, E の横断面および、最終凝固位置近傍の縦断面の結果である。横断面の結果をみるに、ノズルの噴流による強制流動のためにメニスカス近くでは縞模様が見られるが凝固界面は明確に把握できる。また鑄片断面が大きいにもかかわらず、鑄片幅方向の凝固殻の変動は比較的小さく、凝固が均一に進行している様子が知られるとともに円弧の上下面で凝固殻成長に差のないことがわかる。凝固末期でのトレーサーの滲透は、実験 D では良好であるが、実験 E の場合は一方の短片側に偏っている。しかしながら、いずれの場合も湾曲型連鑄機にもかかわらず、アイソトープの下方への沈降が比較的良好に達成されている。

各供試鑄片のオートラジオグラフィーより、各位置の平均凝固厚みを測定し、注入後の経過時間との関係をとると Fig. 1 のようになる。注入後 1 min 以上の範囲においては凝固厚 D は $\sqrt{t}$ に対していずれも直線関係にあるが、1 min 以内の主として鑄型内凝固範囲においては直線よりずれる。

鑄型内凝固相当部を詳細にみると、長辺側と短辺側と

Table 2. Casting conditions and chemical compositions of test slabs.

Ladle analysis (%)	C	Mn	Si	P, S	Sol. Al
	0.12~0.16	0.6~1.5	0.2~0.5	≤ 0.02	0.005~0.04
Slab size (mm)	Thickness Width Length		165, 200, 250 950~2 100 max. 6 800		
	Casting speed		0.5~1.0 m/min		
	Temperature in tundish		1 530~1 545°C		
	Specific cooling water		0.6~1.5 l/kg		

Table 3. Casting conditions of RI-test slabs.

Test No	A	B	C	D	E	F
Slab size (mm)	250×1 590	200×2 100	200×2 100	250×2 060	200×2 060	200×2 030
Temp in tundish (°C)	1 538	1 543	1 535	1 544	1 540	1 558
Mold cooling water (l/min)	6 800	6 800	6 800	6 800	6 800	6 800
Specific cooling water (l/kg)	0.75	0.75	0.62	0.62	1.49	1.11
Casting speed (m/min)	0.65	0.65	0.65	0.55	0.85	1.05

Photo. 1. Autoradiographs showing distribution of Au^{198} in test slab D. ($\times 1/15$)

では凝固の進行に差が見られる。実験 F について、長辺側と短辺側の凝固殻進行状況を Fig. 2 に示すとともに、そのオートラジオグラフィーを Photo. 3 に示す。長辺側からの凝固殻は比較的均一に発達しているのに比べ、短辺側からのそれは不均一で、メニスカスから 600

～900 mm にわたって凝固の遅れが見られる。これはノズル噴流が短辺側凝固殻に衝突することによる復熱現象である。すべての試験铸件について、鑄型内凝固相当部の長辺側からの凝固殻の発達状況を Fig. 3 にまとめて示す。鑄型内では凝固厚 D は $t^{3/4}$ に比例することがわか

Photo. 2. Autoradiographs showing distribution of Au^{198} in test slab E. ($\times 1/15$)

る。以上の実験より得られた凝固式をまとめて Table 4 に示す。おのおのの凝固式の凝固係数の大小については、鑄型内凝固係数は主として鑄造速度に、二次冷却帯凝固係数は注水比に依存するといえる。この結果は、従来の諸報告の傾向と同一である^{5)~9)}。

3.3 凝固組織

上記の凝固殻発達状況が知られている鑄片のなかから、とくに冷却能に差のある鑄片 C, E を選び、凝固組織の観察を行なった。試験片は鑄造中期位置より採取

Fig. 1. Relation between shell thickness and casting time.

Fig. 2. Shell thickness from both side of slab solidified in mould.

し、鑄片幅方向中央部の鑄造方向に平行な面を研磨後、塩酸腐食を行なった。まず、両鑄片の鑄片全厚のマクロ組織を Photo. 4 に示す。いずれの鑄片も両表面よりセ

Photo. 3. Autoradiographs showing shell thickness in mold region of test slab F. ($\times 1/7$)

Fig. 3. Variation of shell thickness in mould region.

Table 4. Solidification equations of test slabs.

Test No	Primary cooling region	Secondary cooling region
A	$D = 17.7 t^{3/4} - 1.7$	$D = 34\sqrt{t} - 18$
B		$D = 33\sqrt{t} - 15$
C		$D = 32\sqrt{t} - 18$
D		$D = 33\sqrt{t} - 18$
E	$D = 19.0 t^{3/4} - 1.0$	$D = 41\sqrt{t} - 24$
F	$D = 20.9 t^{3/4} - 0.1$	—

(D : Shell thickness in mm, t : Time after casting in min)

ルラーデンドライトが発達し、これが柱状晶帯を形成する。その後自由晶帯が存在し、等軸デンドライトが見られる。セルラーデンドライトの主軸が casting 方向と逆向きに発達しているが、これはあとにのべる下向きの溶鋼流動によるものである。また、自由晶帯が鋳片下面側に偏在している様子が知られるが、これについては凝固のいずれかの過程で生成した自由晶粒が残溶鋼中を発達しな

Photo. 4. Solidification structures of test slab C and E. ($\times 2/3$)

から沈降し，鑄片下面側に堆積したものと推定される。これに関してはオートラジオグラフィにおいても確認されており，Photo. 5 に示す例に見るように下面側にクラスター状で堆積しつつある等軸デンドライトが識別できる。

さらに，C，E 両鑄片のマイクロ凝固組織を鑄片表面からの代表位置について Photo. 6 に示す。表面近傍ではデンドライトは微細であるが，内部になるにつれて粗くなる傾向が見られる。両鑄片の二次デンドライトアームスペーシングを鑄片表面からの距離に対してプロットした結果を Fig. 4 に，また凝固速度と平均アームスペーシングの関係を Fig. 5 に示す。両鑄片の冷却能の差が明りように見受けられ，またアームスペーシングは凝固速度により整理されることがわかる。しかし，凝固速度が同じ部位でもスペーシングに大きなばらつきが見られることや，一次冷却帯と二次冷却帯とで，凝固速度に対するアームスペーシングの勾配の異なることは，他の因子，たとえばミクロ的な濃度偏析や溶鋼流動の影響も考慮する必要があることを示すものである。

4. 鑄片厚み方向の溶質分布

4.1 実験方法

すでに Table 3 に示した試験鑄片 A～E，および Table 5 に示す試験鑄片，すなわちノズル噴流の影響を見るために鑄造速度およびノズル形状のことなる条件下で鑄造された鑄片 G～I について，Fig. 6 に示す方法にて鑄片表面から，0.5～1.0 mm ピッチで連続的にセーバー切削し，化学分析により溶質元素，主として [C]，[S] の分布を調査した。

なお，鑄片 G～I については噴流の影響を考慮して，鑄片の長辺側，短辺側それぞれの中央部よりサンプルを採取した。また，Table 5 に用いたノズル諸元については Fig. 7 に示す。

4.2 鑄片全厚の溶質分布例

実験 A～E のそれぞれについて鑄片表面から内部にかけての溶質分布を調査した。まず，代表例として鑄片 A についての鑄片厚み方向の [C] 分布を Fig. 8 に示す。溶質分布は，いずれも平均溶質濃度に対する相対濃

Photo. 5. Autoradiograph showing cluster of equiaxed crystals. ($\times 1$)

度で表示した。平均濃度としては、一般には取鍋分析値を用いるが、鑄造位置による変動が存在するため、ここでは鑄片の最表層濃度を用いた。Fig. 8 の結果を見ると最表層部からしだいに溶質濃度の低下が見られ、表面から 20 mm の位置で極小値が存在し、それより濃度は再び上昇してほぼ一定値のまま中心部近傍まで推移する。中心部近傍で局所的な負偏析が存在した後、中心部で高い濃度ピークが見られる。中心部の濃度分布の詳細につい

ては後述するが、表層部に濃度極小値の存在することは興味ある現象である。これはつぎに述べるように、ノズル噴流の影響である。

4.3 鑄片表層溶質分布とノズル噴流

鑄片表層部に現われる溶質濃度極小値の変化をより詳細に検討するために、Table 5 の試験鑄片 G~I について比較を行なう。

まず、実験 I について鑄片表面からの [C], [S] の

Test C

Distance from slab upper surface
30 mm

60 mm

90 mm

Test E

30 mm

60 mm

94 mm

Photo. 6. Dendritic structures of test slab C and E. ($\times 5$)

Fig. 4. Change of arm-spacing in slab thickness.

分布を铸片長辺側，短辺側のそれぞれについて Fig. 9 に示す。[S] については，微量分析精度上，不連続な分布を示すが，[C] の場合と同様に铸片表面から内部にかけて，溶質濃度がしだいに低下し，長辺側については表

Fig. 5. Relation between secondary arm spacing and solidification rate.

面から約 12 mm，短辺側については表面から約 16 mm のところに極小値が生じる。その後溶質濃度は再び増加し表面から 25 mm 以降はほぼ一定値を示す。いずれの場合も，[S] の方が [C] に比べ溶質相対濃度の極小

Table 5. Casting conditions of test slabs for solute distribution and flow pattern in mold.

Test No	G	H	I
Slab size (mm)	250×2 060	200×2 060	250×2 060
Specific cooling water (l/kg)	0.62	1.49	0.68
Casting speed (m/min)	0.55	0.85	0.55
Immersion nozzle			
Incline angle (θ°)	43	43	15
Diameter (d mm)	50	50	50
Immersed depth (l mm)	200	200	200

Fig. 6. Schematic view of sampling for solute analysis.

Fig. 7. Schematic view of nozzle dimensions.

値は低くなっている。また、長辺側と短辺側とを比較すると、短辺側の方が全般的に溶質濃度は低く、とくに極小値においては大きな差が生じる。たとえば [C] について見ると長辺側の相対濃度の極小値は 0.91 であるのに対し、短辺側のそれは 0.85 となっている。これは明らかにノズル噴流が短辺凝固殻により強く作用するためである。

さらに casting 速度の差をみるために実験 G, H の比較を Fig. 10 に、ノズル角度の影響をみるために実験 G, I の比較を Fig. 11 に示した。これらはいずれも鉄片短辺側からの [C] 分布を用いた。これより、casting 速度が大きくなると濃度極小値はより低下し、またノズル吐出角度が浅くなると濃度極小値の現われる位置はより鉄片表面側にずれることがわかる。

以上の結果より、鉄片表層部の濃度分布はノズル噴流

と密接に関係していることがわかるが、極小値の位置ならびに極小値をへた後の濃度上昇については、凝固速度も影響を及ぼすものと考えられる。これについては後に改めて考察する。

5. 中心偏析帯の溶質分布

5.1 実験方法

連鉄片に特徴的に現われる中心偏析に関しては、すでに冶金要因と機械要因により説明できることを述べ、自由晶率が多く、かつバルジング量が少ない場合に中心偏析が軽減されることを示した¹⁰⁾。この関係を改めて Fig. 12 に示す。本報告ではさらに溶質分布を詳細に解析して、上記関係を定量的に説明し、中心偏析生成機構の推定を試みた。

実験方法としては、Table 2 に示された casting 条件範囲内で得られた鉄片約 80 チャージ分について、Fig. 6 に示した方法にて中心偏析帯の溶質分布を 0.5 mm の段切り分析により求めた。

5.2 自由晶率と中心偏析

比較的バルジングが少ない場合、中心偏析は自由晶量にて支配される。その例を Photo. 7 の鉄片 J, K に示す。自由晶量が多くなると中心偏析線が自由晶帯内に分散する様子が知られる。この両鉄片の溶質分布を Fig. 13 に [S] [C], [Mn] を例にとつて示した。自由晶率の小さな鉄片 J において、溶質元素の濃化が見られ、[S] においてとくに著しいことがわかる。なお、自由晶帯では溶質濃度が若干低くなり、負偏析を示すが、さらに中心部近傍でより大きな負偏析が現われる。前者は自由晶そのものの負偏析、後者はあとに述べるバルジングの影響と考えられる。

全試験鉄片について自由晶率と [S] 中心偏析率の関係を示すと Fig. 14 のようになり、ばらつきはあるものの一定傾向が見られる。なお、ここに用いる自由晶率は湾曲型連鉄機の特質を考慮して、鉄片上面側の自由晶率を用いた。[S] 以外の代表的な溶質元素について同様の整理を Fig. 15 に示す。自由晶率に対する中心偏析率の勾配

Fig. 8. Typical pattern of solute distribution in slab thickness.

Fig. 9. Solute distribution in slab surface region (Test No 1).

がその元素個有の偏析強度を示すと考え、いまかりにこれを偏析強度係数と名付けると、この値は元素の持つ偏析にかかわる物性パラメーター $[D/k_0]$ で整理できる。結果を Fig. 16 に示す。ここに D は液体内での拡散係数 (cm^2/sec)、 k_0 は平衡分配係数で、それぞれ Table 6 に示す値を用いた。

以上の結果から、中心偏析軽減法として自由晶率を増加させることが考えられ、これには経験的に、鑄造温度を低くし、鑄造速度を遅くし、かつ注水比の増加があげられる⁽¹⁰⁾⁽²³⁾。また、より積極的な方法として電磁攪拌の効果も報告されている⁽²⁴⁾⁽²⁵⁾。

Fig. 10. Influence of casting speed on the solute distribution (from narrow side of slab).

Fig. 11. Influence of inclined angle of nozzle flow on the solute distribution (from narrow side of slab).

Fig. 12. Influence of equiaxed crystal zone and slab bulging on the segregation index.

5.3 中心偏析率と鑄片厚の関係

中心偏析率に及ぼす鑄片厚の影響はその鑄造条件がそれぞれ異なるために厳密に比較することは困難であるが、165, 200, 250 mm 厚鑄片について、ほぼ同一の自由晶率のものについて比較を行なうと、たとえば [S] の偏析率については Fig. 17 のようになる。鑄片厚が大になると中心偏析率が増加する傾向が見受けられる。ただし、自由晶生成の難易度が鑄片厚により異なると推定されるため、総合的な評価は今後の検討を待たねばなら

Photo. 7. Solidification structures of test slab J and K. ($\times 2/3$)

Fig. 13. Solute distribution in slab thickness with large and small equiaxed zone.

Fig. 14. Relation between sulphur segregation in slab center and equiaxed crystal zone.

ない。

6. バルジングと中心偏析

6.1 実験方法

ロール間バルジングは大きく分けて2種類に分けられる。その1つは、铸造後の铸片厚みがロール設定厚より大になっている場合で、これはロールによるバルジング矯正が不十分であつたか、あるいはロールそのものが設定値よりずれている場合で、しかも最終凝固位置近傍の

Fig. 15. Comparison of solute segregation in slab center.

Fig. 16. Relation between intensity of solute segregation and physical constants.

ロールに異常のある場合に現われやすい。その2は、凝固後の铸片形状には異常がないが、铸造中にバルジングおよびその矯正を大きく受けた場合で、たとえば铸造速度がきわめて大であつたり、あるいは凝固の中期にロール異常が存在する場合に現われやすい。前者が容易に識別できるのでに比べ、後者の場合は直接铸造中に測定する以外に方法がなく困難である。広畑連铸機において、たまたま大修繕時にロール異常が発見され、それより得られた铸片を上記の分類に分けて Table 7 に示すような铸片を得た。铸片 M, N は凝固末期相当部のピンチロール間隔が局部的に広がっていた場合の例で、それぞれ 4 mm, 8 mm のバルジングを示している。これに対して铸片 P は主としてガイドロールに異常のあつた場合の例で、铸片形状には何らの異常も見られないものである。なお铸片 L, O はいずれも異常部を修理したのちの比較铸片である。これらの試験铸片から铸片幅方向中央

Table 6. Diffusion coefficient and equilibrium distribution coefficient.

Element	k_0	$D \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{sec}$ (1 500~1 550°C)
C	0.29 ⁽¹¹⁾	5.0 ⁽¹⁶⁾
Mn	0.80 ⁽¹²⁾	8.0 ⁽¹⁷⁾
Si	0.85 ⁽¹¹⁾	4.0 ⁽¹⁸⁾
P	0.13 ⁽¹³⁾	4.7 ⁽¹⁹⁾
S	0.05 ⁽¹³⁾	4.0 ⁽²⁰⁾
Cr	0.95 ⁽¹⁴⁾	3.4 ⁽²¹⁾
N	0.35 ⁽¹²⁾	4.0 ⁽²²⁾
B	0.04 ⁽¹⁵⁾	(~5.0)

Fig. 17. Influence of slab thickness on sulphur segregation in slab center.

部における厚み方向の溶質分布を 0.5 mm ピッチの段削り分析により求めた。

6.2 実験結果

バルジングによる凝固組織の変化の状況を鑄片 L, M を例にとつて Photo. 8 に示す。バルジング大なる鑄片においては、鑄片中心部近傍に幅広く負偏析帯がみられ、かつ中心偏析線が太くなっている様子が知られる。また中心付近の凝固組織も異常でデンドライトは見られない。

各試験鑄片の中心偏析帯の [S] の分布を Fig. 18, 19 に示す。

鑄片 L, M, N を比較すると、バルジング量が多くなるにつれてしだいに負偏析率は大きくなり偏析帯の幅も太くなるが、中心部の [S] 濃度は低下してゆく、これに対し鑄片 O, P の比較を見ると、バルジングが生じると負偏析が増加する傾向は同じであるが、それにとりなつて中心偏析率も大になつてゐる。これは明らかにバルジングが生じたのちの凝固形態が異なるためで、鑄片 M, N はバルジングによる濃化溶鋼の吸引後等方的な凝固が起こり溶質の中心部への移動が十分に行なわれなかつたと推定される。いいかえると、自由晶率の大なる場合と類似の挙動を示すことになる。これに対し鑄片 P はバルジングが比較的早期に起こつたために、その後も一方向凝固に近い形態をとり、その結果比較鑄片に比べ大きな偏析率を示したと考えられる。このことより、バルジングが生じた場合、そのまま一方向凝固(柱状晶凝固)をつづけると、きわめて大きな中心偏析を示すが、他方バルジングにより生じた溶鋼流動のために中心近傍の温度条件がくずれ結果的に自由晶が増加するような場合には、偏析帯は幅広くかつ偏析率は低下する。このように、バルジングと中心偏析との関係を論じる場合、溶鋼流動と凝固過程に留意することが必要である。なお、バルジングに伴う中心偏析を軽減する方法としては、連鑄機の仕様、整備もさることながら、絞り込み鑄造がきわめて効果的であることをすでに示した²⁶⁾。

7. 溶鋼流動と溶質分配

7.1 凝固に伴う溶質分配

連鑄鑄片内の柱状晶帯は一方向凝固が行なわれているものと考え、この部分に溶質の物質収支を適用する。

いま、鑄片表面から $x=x_1$ のところから Δx だけ凝固が進行したとし、 $x=x_1$ と $x=x_{1+\Delta x}$ における溶質の固相中濃度および液相中濃度をそれぞれ $[C_s]_1$, $[C_s]_{1+\Delta x}$, $[C_L]_1$, $[C_L]_{1+\Delta x}$ とすると、物質収支式は次式になる。

Table 7. Casting conditions of test slabs with bulging.

Test No	L	O	M	N	P
Slab size (mm)	250×2 100	250×1 590	250×2 060	250×2 060	250×2 060
Temp in tundish (°C)	1 530	1 535	1 533	1 538	1 540
Casting speed (m/min)	0.55	0.65	0.50	0.50	0.55
Specific cooling water (l/kg)	0.63	0.64	0.64	0.70	0.70
Bulging in slab thickness (mm)	1.0	2.0	4.0	8.0	1.5
Remark	after repair		before repair		
			with wrong pinch roll		with wrong guide roll and pinch roll

Photo. 8. Solidification structures of test slab M and L. ($\times 5/9$)

Fig. 18. Center segregation of test slabs with bulging (observed in slab thickness).

Fig. 19. Center segregation of test slabs with bulging (not observed in slab thickness).

$$[C_L]_i(H-x_i) = \frac{[C_S]_i + [C_S]_{i+1}}{2} \cdot \Delta x + [C_L]_{i+1}(H-x_{i+1}) \cdots (1)$$

ここで H は鋳片厚である。鋳片厚み方向の固相中溶質濃度 C_S が実験的に得られると (1) 式を用いて任意の位置における液相中溶質濃度 C_L が求まる。

さて、固-液界面での溶質分配に関しては固-液界面形状をどのように解釈するかにより種々論議が分かれるがマクロ偏析をうんねんする場合、界面を平滑面と仮定して BURTON ら²⁷⁾の手法を用いることは十分意味のあることであり、従来このモデルにより多くの実用的な知見が得られている^{28) 29)}。この場合、固相濃度と液相濃度に関して (2) 式が成立する。これは浴が不完全混合であつて界面近くは溶質は拡散のみにより移動すると仮定している。

$$C_L = C_S \left\{ \left(\frac{1}{k_0} - 1 \right) \exp \left(-\frac{f}{D} \delta \right) + 1 \right\} \cdots \cdots (2)$$

ここで、 f は凝固速度、 δ は拡散境界膜厚である。なお、界面形状の単純仮定により生じる誤差は、拡散境界膜厚 δ を実効拡散境界膜厚または見かけの境界膜厚と解釈することにより大きな矛盾なく説明できる。

凝固速度 f が知られている場合、(1) (2) 式を用いることにより、境界膜厚 δ が計算できる。すでに凝固速度をアイソトープにより求めた鋳片 A~E について、その固相中溶質濃度から境界膜厚 δ を計算し凝固速度に対してプロットすると Fig. 20 のようになる。なお、ここに得られた値は $[S]$ 分布より求めたものである。

鋳型内凝固相当位置では、 δ は必ずしも f で整理されずばらついているが、 f が大きくなると δ は小さくなる傾向は見受けられる。また凝固末期に相当する、 f の小なところでは、 δ は f によらず一定値に近づくか若干低下の傾向がうかがえる。これはあとにのべるようにバルジングによるものと考えられる。ここに得られた連鋳鋳片の f - δ 関係を普通造塊法にて作られた押湯付キルド鋼とリムド鋼について得られた f - δ 関係³⁰⁾ とを対比させると Fig. 21 のようになり、凝固の初期、中期はリムド鋼塊とキルド鋼塊の中間に位置しているが、凝固末期では連鋳片特有の傾向になる。

7.2 溶鋼流動の推定

連鋳鋳片内の溶鋼流動の直接測定は不可能であるので以下にのべる流体モデルから、きわめて概略の流速推定を行なう。すでにのべた方法に従えば、鋳片内の凝固速度と溶質分布から任意の位置での拡散境界膜厚 δ が得られる。この拡散膜厚 δ と流動境界膜厚 δ^* との間には相似則より次式が成立する³¹⁾。

$$\delta^* = \sqrt[3]{\frac{\nu}{D}} \cdot \delta \cdots \cdots (3)$$

Fig. 20. Diffusion layer thickness vs. solidification rate in continuous cast slab (Test A~E).

Fig. 21. Diffusion layer thickness in continuous cast slab and conventionally cast ingots.

ここで ν は溶鋼の動粘性係数で $10^{-2} \text{ cm}^2/\text{sec}$ を用いる³²⁾。この流動境界膜厚 δ^* は Appendix にのべる平板モデルより浴流速 u と凝固速度 f との函数として与えられる。

$$\frac{3\nu}{2f} = \frac{\delta^*}{1 - \exp \left[-\frac{2f}{3\nu} \left(\frac{280}{39} \cdot \frac{f}{u} \cdot y + \delta^* \right) \right]} \cdots \cdots (4)$$

ただし、 y は平板に沿う長さである。

この y が不明であるので、(4) 式より 2 点 0, 1 の対比較を行なう。

$$\frac{u_1}{u_0} = \left(\frac{f_1}{f_0} \right)^2 \cdot \frac{1 \cdot 5\nu \cdot \ln \left(1 - \frac{2f_0}{3\nu} \cdot \delta_0^* \right) + \delta_0^* \cdot f_0}{1 \cdot 5\nu \cdot \ln \left(1 - \frac{2f_1}{3\nu} \cdot \delta_1^* \right) + \delta_1^* \cdot f_1} \cdots (5)$$

これより、基準位置 0 の流速がわかると、他の位置 1 での流速が得られる。

いま、 250×2100 mm 鑄片で 50 mm ϕ ノズルで吐出角 15° の場合の水モデル実験で、ノズル出口流速 123 cm/sec のとき噴流の短辺衝突部の平均流速が 34 cm/sec であることがわかった³³⁾ので、これを (5) 式の u_0 として用いる。その場合 f_0 は 27.2×10^{-3} cm/sec, δ_0^* は 33.7×10^{-3} cm となる。これは鑄片 I より得られる。これより、鑄片内の任意の位置における流速 U_i が推定できる。

7.2.1 ノズルによる強制流動

すでに Table 5 および Fig. 9~11 に示した溶質分布より、凝固殻に沿う溶鋼流速を求める。まず、Fig. 22 に試験鑄片 G の長辺側、短辺側シェルに沿うバルク流速を示した。両者ともに流速分布にピークが見られ、それをすぎると急速に減衰してゆく。この流速のピークはノズル噴流がシェルに衝突する部分である。

また、ノズル吐出角の影響をみるために、実験 G, I の比較を Fig. 23 に示す。ここに示したのは短辺側シェルに沿う流速分布である。ノズル吐出角が浅くなるにつ

Fig. 22. Distribution of flow velocity.

Fig. 23. Influence of inclined angle of nozzle jet on flow velocity.

れて流速ピークの位置はメニスカス側にずれかつ流速も大きくなるがその後の減衰はむしろはげしくなる。

さて、一般にノズル噴流の流速分布の理論解は次式で与えられる³⁴⁾。

$$\left. \begin{aligned} u_{x,y} &= \frac{3}{8\pi} \cdot \frac{K'}{\nu \cdot x} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{4}\zeta^2\right)^2} \\ \zeta &= \sqrt{\frac{3}{12\pi} \cdot \frac{\nu K'}{\nu} \cdot \frac{y}{x}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

ここで K' は動運動量 (Kinematic momentum) で、 x は噴流主軸上でのノズル出口からの距離、 y は主軸に直角方向の距離である。 $\zeta=0$ が主軸流速で、これは距離 x に反比例する。 K' 、 ν は媒体により異なり、実験により、定めなければならないが、各種水モデル実験により主軸流速に関するつぎの実験式が妥当と考えられる³⁵⁾³⁶⁾。

$$\left. \begin{aligned} U &= 12.6(R \cdot V/x), (x/2R < 36.5) \\ U &= 920(R^2 \cdot V/x^2), (x/2R > 36.5) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

(7) 式はストレートノズルの結果であるが、これを傾斜ノズルに应用する場合、シェルに衝突後の下向き流速は運動量の分配を考慮して次式となる。

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{12.6RV}{L_0+x'} \left(\frac{1+\sin\theta}{2} \right), (L_0+x'/2R < 36.5) \\ u &= \frac{920R^2 \cdot V}{(L_0+x')^2} \left(\frac{1+\sin\theta}{2} \right), (L_0+x'/2R > 36.5) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 $2R$ はノズル口径、 V はノズル出口流速、 L_0 はノズル口から短辺衝突点までの距離、 x' は衝突点から短辺に沿って長さである。

この (8) 式による計算結果と、溶質分布より求めた流速分布、ならびに水モデルにて実測した流速との対比を Fig. 24 に示す。互いによく一致していることがわかる。

7.2.2 自然対流

ノズルからの強制流動は鑄片下方になると減衰し、自

Fig. 24. Comparison of flow velocity from solute distribution and calculation.

然対流速度に漸近する。そこでつぎに連铸鋳片内の自然対流速度をおおざっぱに推定してみる。

垂直平板に沿う熱対流の平均流速は次式で与えられる³⁷⁾。ただし、凝固速度は一定と考え、溶質や結晶核などの物質移動は無視した。

$$u = 0.431(0.952 + \nu/\alpha)^{-1/2}(g \cdot \beta)^{1/2} \\ (T_{\infty} - T_0)^{1/2} x^{1/2} \dots \dots \dots (9)$$

ここで α は熱拡散係数、 g は重力加速度、 β は体積膨張率、 $T_{\infty} - T_0$ は固-液共存温度範囲、 x は平板に沿う距離である。(9) 式を R_0 の半径を有する連铸機に適用する場合、 g を凝固殻に沿う分力に補正し、かつ強制流動支配域の長さ x_0 を考慮しなければならない。

$$u = 0.431(0.952 + \nu/\alpha)^{-1/2} \left[\beta \cdot g \cos\left(\frac{57 \cdot 3x}{R_0}\right) \right]^{1/2} \\ (T_{\infty} - T_0)^{1/2} (x - x_0)^{1/2} \dots \dots \dots (10)$$

満尾ら³⁸⁾のキルド鋼塊の研究によると、実測値は上記と同様の計算結果に比べ約 1/5~1/6 程度小さいことが報告されており、固-液共存域での粘性の取り扱いや、界面形状の仮定に起因すると考えられている。この相異は鋼塊でも連铸片でも同であると考え、最終的に次式を自然対流を推定するために用いる。

$$u = 0.024[\cos(x/18 \cdot 32)]^{1/2} (T_{\infty} - T_0)^{1/2} (x - x_0)^{1/2} \\ \dots \dots \dots (11)$$

なお、諸定数として、 $\alpha = 0.08 \text{ cm}^2/\text{sec}$ ³⁹⁾、 $\beta = 1.21 \times 10^{-4}/^\circ\text{C}$ ⁴⁰⁾、 $\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{sec}$ 、 $R_0 = 1.050 \text{ cm}$ を用いた。さらに、いま対象としている Al-Si キルド鋼を考えると $(T_{\infty} - T_0)$ は約 25°C となり、また x_0 はほぼ 300 cm となる。このようにして計算された自然対流速度は Fig. 26 に示すようになり最大 2.5 cm/sec となる。これは鋼塊の場合に比べ約 2~3 倍の大きさである。

7.2.3 バルジング流動

バルジングを伴った鋳片 M, N, P のそれぞれの溶質分布より (1)~(4) 式に従って計算した凝固末期の流速分布を Fig. 25 に示す。バルジングが大になるについて凝固末期の流速は増加し、 $4 \sim 6 \text{ cm/sec}$ にも達することが推定された。もちろん、バルジングのない場合は図中破線にして示したように自然対流のみとなる。鋳片 P については早期よりバルジングが起り、M, N については凝固末期でバルジングが起こったことが、ここに示した流速分布からも対応がつく。

一般にロール間バルジング量 ω は次式で示される。これは平板の一定圧力下でのクリープ歪みを解いた結果である。

$$\omega = K \cdot a_0 \frac{P \cdot b^4}{D^3} \cdot \sqrt{t} \dots \dots \dots (12)$$

Fig. 25. Change of flow velocity at solidification end with bulging.

Fig. 26. Flow velocity in continuous cast slab.

ここで、 P は溶鋼静圧、 D はシェル厚、 b はロールピッチ、 t は時間、 a_0 はクリープ定数、 K は鋳片形状により決まる定数である。このバルジング量 ω に対する溶鋼流動は体積変化から求められ次式となる。

$$u = m(v \cdot \omega / l) \dots \dots \dots (13)$$

ここで、 v は铸造速度、 l は残溶鋼厚、 m は界面形状や粘性にかかわる定数である。なお、(13) 式は平均流速であり、実際にはロール間とロール下では流速は不連続的な変化を示し、また流れの方向も逆転すると考えられる。

この (13) 式は Fig. 25 の結果をよく説明し、バルジング流動はバルジング量に比例し残溶鋼厚みに反比例する。

以上、連铸鋳片内の各種溶鋼流動を種々の仮定のもとで計算し、溶質分布から求めた流速との対比を試みた。これらを試験鋳片 I について Fig. 26 にまとめた。ノズル強制流動は鋳型内で $10 \sim 30 \text{ cm/sec}$ で、これがしだいに減衰し、メニスカス下 5 m で自然対流が支配的となり 2.5 cm/sec 程度の流速が凝固末期まで続き、ついで

バルジング流動が支配的となる。これらの単一の流動の総和が、溶質分布より求めた流速分布と近いことがわかる。なお、この3つの主要流動は鋳片形状、ノズル形状、铸造速度、バルジング量などにより変化しうることにはすでに述べた。

7.3 中心偏析の解析

凝固にともなう溶質分布は鋳片の凝固速度と流速分布がわかると、すでに述べた方法により計算しうる。すなわち、対象位置の凝固速度と溶鋼流速より(5)式に従って流動境膜 δ^* 、さらに(3)式より拡散境膜 δ をうる。これより鋳片内の任意の位置 x_i での実効分配係数 k_e が求まる。

$$[k_e]_i = \frac{k_0}{k_0 + (1 - k_0) \cdot \exp(-f_i \cdot \delta_i / D)} \quad \dots\dots\dots (14)$$

つぎに微小凝固 Jx についての物質収支を求める。

$$\frac{[C_S]_i}{[k_e]_i} (H - x_i) = \frac{[C_S]_i + [C_S]_{i+1}}{2} \cdot Jx + \frac{[C_S]_{i+1}}{[k_e]_{i+1}} (H - x_i - Jx) \quad \dots\dots\dots (15)$$

これを鋳片表面から凝固末期にかけて、逐次計算することにより固相中溶質濃度 C_S 、および $C_S/k_e = C_L$ より液相中溶質濃度が得られる。なお、中心偏析の解析にあたっては以下の仮定を設ける。すなわち、一方向凝固モデルはあくまで柱状晶凝固帯にて成立するもので、自由晶帯に入ると、その時点で(15)式の物質収支は終了し、それ以降は等方凝固が支配的となり溶質濃度はそのときの液相中濃度のまま凍結され、それが中心偏析部の濃度にもなりうると考える。したがって柱状晶帯が長くなるほど、残溶鋼中の溶質濃度も大となり中心偏析率が増加する。

250 mm 厚鋳片についての[S]中心偏析率と自由晶率との関係についての計算結果をFig. 27に示す。これにはバルジング量別の計算結果と、鋳片での実測分析結果も対比させたが、実測結果はバルジング量0~8 mmの間に分布しており経験事実を裏付ける。さらに、中心近傍の[S]分布についての実測値と計算値の対応をFig. 28に示したが、両者の間にきわめて良好な一致がみられる。中心部近傍の負偏析はもちろんバルジングによるものである。

これらの結果から、一方向凝固モデルによる溶質分布の上記計算方法が、マクロ偏析を解析する上で妥当な方法であることが結論される。

なお、Fig. 27により中心偏析におよぼす自由晶率とバルジングの影響をおのおの独立に推定することができる。すなわち、自由晶率20%以上では中心偏析に及ぼ

Fig. 27. Comparison with observed and theoretical values of center segregation.

Fig. 28. Comparison with observed and theoretical [S] distribution in slab center.

すバルジングの作用は小さく、これより自由晶率が小さくなるにつれてバルジングの影響は加速的に大きくなる。また、バルジングがまったくない理想的な鋳片においても、中心偏析の生じることがわかる。これは凝固初期の強制流とその後の自然対流による界面からの溶質移動によるものである。したがって完全に中心偏析をなくするには少なくとも20%以上の自由晶率を確保することが必要となる。

Fig. 29. Influence of specific cooling water on center segregation.

Fig. 30. Influence of slab thickness on center segregation.

さらに同様の計算方法により偏析率に及ぼす二次冷却注水比ならびに鋳片厚の影響を Fig. 29, 30 に示す。これらはいずれも凝固速度の相異により拡散境界膜厚ひいては実効分配係数が変化するためである。なお、250 mm 以上の鋳片における凝固速度は、250 mm 凝片の凝固式を外そうして求めた。これらの計算結果はいずれも、すでにのべた経験事実とよく一致している。

以上、連鋳鋳片の溶質分布を凝固と流動の関連のもとに解析したが、このようなマクロ的な溶質分配機構がミクロ的な現象、たとえばデンドライト状界面における厳密な意味での流動と物質移動の関係にどのように結びつくのかを今後検討する必要がある。

8. 結 言

連鋳鋳片の凝固と溶質分配を種々の条件下で鋳造された鋳片について調査し、これと溶鋼流動との関係を理論的に考察し以下の結論を得た。

Fig. 31. Boundary-layer near a flat plate.

1) 連鋳鋳片内の溶鋼流動は凝固の初期はノズル噴流中期は自然対流、末期はバルジング流動が支配的となり、それぞれ 10~40 cm/sec, 1~2.5 cm/sec, 2~4 cm/sec の大きさであることが推定された。

2) 中心偏析は本質的には一方向凝固にともなう溶質濃化現象であり、この溶質濃化の度合が凝固速度、自由晶率および溶鋼流動、とくにバルジング流動により支配されることを解析した。さらに、注水比、鋳片厚および各種溶質元素の効果を明らかにした。

3) 中心偏析軽減対策としては、まず第1に自由晶帯の増加があげられ、ついでバルジングの防止が効果的である。

終わりに、本論文の発表を許可された安永和民広畑製鉄所長、ならびに実験遂行にあたり終始ご援助をたまわった製鋼部松永課長はじめ連鋳掛の諸氏、さらに多くの分析をお願いした佐伯課長に感謝いたします。

Appendix

粘性境界膜厚と凝固速度、液流速の関係

平板上の定常二次元流体モデルを考え、速度境界層につぎの基礎式を適用する。平板に平行な方向を y 、垂直な方向を x とし、それぞれの方向の速度成分を u_x , u_y とする、凝固速度 f を平板の x 軸方向への移動速度とした。(Fig. 31 参照)

運動方程式

$$(u_x - f) \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} \quad (1)$$

連続の方程式

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

(2) 式を (1) 式に代入

$$\left[- \int_0^x \frac{\partial u_y}{\partial y} \cdot dx - f \right] \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} \quad (3)$$

ここでつぎの無次元化を行なう。

$$u_y/u_\infty = \phi(\eta), \quad \eta = x/\delta(y) \quad \dots\dots\dots (4)$$

なお， u_∞ は境界膜外のバルク液流速， $\delta(y)$ は粘性境界膜厚（流動境界膜厚）で平板上の位置 y により変化する。

これにより (3) 式はつぎのように書き換えられる。

$$\left[\int_0^\eta \phi' \cdot \eta \frac{d\delta}{dy} \cdot d\eta - \frac{f}{u_\infty} \right] \phi' \delta - \phi \phi' \eta \frac{d\delta}{dy} = \frac{\nu}{u_\infty} \phi'' \quad \dots\dots\dots (5)$$

両辺を η について $0 \sim 1$ まで積分

$$(A-C) \delta \frac{d\delta}{dy} - B \cdot \delta = \frac{\nu}{u_\infty} D \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで，

$$\left. \begin{aligned} \int_0^1 \phi' \left[\int_0^\eta \phi' \eta d\eta \right] d\eta &\equiv A, \quad \int_0^1 \phi \phi' \eta d\eta \equiv C \\ \frac{f}{u_\infty} \left(\int_0^1 \phi' d\eta \right) &\equiv B, \quad \int_0^1 \phi'' d\eta \equiv D \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

境界層内の速度分布をつぎのように仮定する。

$$u_y = a + bx - cx^2 + dx^3 \quad \dots\dots\dots (8)$$

(8) 式を以下の境界条件で解くと (10) 式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} x=0; u_y=0, \quad \partial^2 u_y / \partial x^2 &= 0 \\ x=\delta; u_y=u_\infty, \quad \partial u_y / \partial x &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

$$u_y/u_\infty = \frac{3}{2} (x/\delta) - \frac{1}{2} (x/\delta)^3 \quad \dots\dots\dots (10)$$

すなわち

$$\phi = \frac{3}{2} \eta - \frac{1}{2} \eta^3 \quad \dots\dots\dots (11)$$

これを (7) 式に代入し各定数を計算する。

$$A=33/280, \quad B=f/u_\infty, \quad C=9/35, \quad D=-3/2$$

これらを (6) 式に代入し微分方程式をとくと，

$$\frac{\delta}{1 - \exp \left[-\frac{2f}{3\nu} \left(\frac{280}{39} \frac{f}{u_\infty} y + \delta \right) \right]} = \frac{3\nu}{2f} \quad \dots\dots\dots (12)$$

Fig. 32. Relation between boundary-layer thickness, flow velocity and solidification rate.

これより，平板上の代表長さ y が与えられると速度境界膜厚 δ に及ぼす凝固速度 f とバルク流速 u_∞ の影響が知られる。溶鋼を例にとつた場合の計算結果を Fig. 32 に示す。

凝固速度 f が大きくなるとバルク流速 u_∞ の影響は小さくなり，流動境界膜 δ は f のみにより決まる。逆に凝固速度 f が小になると， δ は流速 u_∞ のみにより決まることになる。

文 献

- 1) 根本，川和，佐藤，宮原：鉄と鋼，58 (1972) 11, S 423
- 2) 梅田，梨和，安元，徳田：鉄と鋼，59 (1973) 4, S 81
- 3) 垣生，吉井，上田，白石：鉄と鋼，59 (1973) 11, S 378
- 4) 高橋，工藤：鉄と鋼，59 (1973) 11, S 375
- 5) S. K. MORTON and F. WEINBERG: JISI, 211 (1973) 1, p. 13
- 6) 大井，松野，中戸：鉄と鋼，58 (1972) 11, S 396
- 7) 川和，永岡，根本：鉄と鋼，55 (1970) 4, S 268
- 8) H. FÖRSTER: Z. Metallk., 60 (1969) 12, p. 898
- 9) H. G. BAUMANN: Stahl u. Eisen, 89 (1969) 26, p. 1467
- 10) 浅野，広本，大橋：鉄と鋼，59 (1973) 4, S 83
- 11) W. A. FISCHER, H. SPITZER and M. HISHINUMA: Arch. Eisenhüttenw., 31 (1960) 6, p. 365
- 12) W. A. FISCHER and R. ÜBEROI: Arch. Eisenhüttenw., 33 (1962) 10, p. 661
- 13) A. HAYS and J. CHIPMAN: Trans. Met. Soc. AIME, 135 (1939), p. 85
- 14) J. CHIPMAN: Basic Open Hearth Steelmaking, New York, (1951), p. 621
- 15) W. KURZ and B. LUX: Schweizer Archiv, 35 (1969), p. 49
- 16) D. W. MORGAN and J. A. KITCHENER: Trans. Faraday Soc., 50 (1954), p. 51
- 17) R. E. GRACE and G. DERGE: Trans. Met. Soc. AIME, 212 (1958), p. 331
- 18) M. PASHKE and A. HAUTTMANN: Arch. Eisenhüttenw., 9 (1935), p. 305
- 19) 前川，中川：日本金属学会講演，(1955)，10月
- 20) 前川，中川：日本金属学会講演，(1955)，4月
- 21) P. M. SHURYGIN and V. D. SHANTARIN: Fiz. metal. Metalloved, 17 (1964) 3, p. 471
- 22) A. M. SAMARIN and L. A. SHVARTZMANN: J. Phys. Chem., 22 (1948), p. 573
- 23) F. E. LISTHUBER, K. ECKER and Th. FASTNER: Berg-u. Hüttenmännische Monatshefte, 115 (1970) 11, p. 382
- 24) 川上ほか：第55回製鋼部会提出資料，(1973)，7月
- 25) 西脇，伊藤，和田：鉄と鋼，59 (1973) 11, S 374
- 26) 熊井，松永，大橋：第55回製鋼部会提出資料，

- (1973) 7 月
- 27) *J. A. BURTON, R. C. PRIM, and W. P. SLICHTER:*
J. Phys. Chem., 21 (1953) 11, p. 1987
- 28) *P. NILLES:* *JISI*, 302 (1964) 7, p. 601
- 29) 榊井, 佐藤, 大久保, 三好: 鉄と鋼, 53 (1967)
3, p. 382
- 30) 浅野, 大橋ほか: 未発表
- 31) *R. B. BIRD, W. E. STEWART and E. N. LIGHT-FOOT:* *Transport Phenomena*, (1960), p. 605
[John Wiley & Sons]
- 32) *R. N. BARFIELD and J. A. KITCHENER:* *JISI*,
180 (1955), p. 324
- 33) 広本, 松永, 大橋, 芝本: 鉄と鋼, 58 (1972) 4,
S 75
- 34) *H. SCHLICHTING:* *Boundary Layer Theory*,
(1968) p. 218 Macgraw Hill
- 35) 岩崎, 千秋: 土本学会誌, 38 (1953), p. 337
- 36) *J. SZEKELY and R. T. YADOYA,* *Met. Trans.*,
3 (1972), p. 2673
- 37) 篠崎, 泉: 熱および物質移動, (1964) p. 104,
[朝倉書店]
- 38) 満尾, 斎藤, 野村, 河野: 鉄と鋼, 57 (1971) 6,
p. 915
- 39) *R. W. POWELL and C. Y. Ho:* *Nat. Bur. Stand*
No 302 (1968), p. 1
- 40) 斎藤, 佐久間: 日本金属学会誌, 31 (1967), p
1140