論文

UDC 621.771.25.014.016.2 : 621.771.25.06

角-オーバル, 角-ダイヤ, 丸-オーバル圧延方式における圧延材の幅広がりと伸びの計算法*

斎藤 好弘**・森賀 幹夫***・加藤 健三**

Calculation of Spread and Elongation of Bars in Rolling Pass Sequences, Square-Oval, Square-Diamond and Round-Oval

Yoshihiro SAITO, Mikio MORIGA, and Kenzo KATO

Synopsis:

An experimental investigation of spread and elongation in the pass sequences was made by means of simulative rolling tests using plasticine as a model material and laboratory hot rolling tests of commercial steel for a wide range of geometrical conditions. Through analytical and statistical treatment of the data, it was found that in any pass sequence the spread index k defined in this paper could be expressed as a function of a newly introduced geometrical criterion US .

A calculation scheme was developed for predicting coefficient of spread β and coefficient of elongation λ in these pass-rollings by taking advantage of the k - US relations.

The accuracy of the proposed method was checked on the all experimental points of plasticine model, and it was proved that calculated values of β and λ agreed with experimental values within $\pm 4\%$ in error.

1. 緒 言

孔型圧延における幅広がりと伸びを与えられた圧延条件に対して正確に推定することは、孔型設計はもちろんのこと、最新の高速熱間連続圧延機における自動制御システムの確立のためにも不可欠である。従来より特に延伸用孔型圧延を中心に経験と実験に基づく種々の計算式や計算図表^{1)・12)}が提案されているが、広い適用範囲と高い精度を兼ね備えた決定的な方法はいまだないようである。本研究はプラスティシンのモデル圧延と鋼の熱間圧延により、表記の圧延方式における圧延材の変形を詳細に検討した結果に基づいて幅広がりと伸びの新しい計算法を開発し、従来の方法と比較検討したものである。この方法では材料の変形を決定する変形特性値として伸び効率または幅広がり指数を用いるが、それは孔型内変形域の幾何学的形状を特徴づける一つの新しい形状係数の関数として表現される。

2. 一般的関係

延伸用孔型圧延における孔型ロールと材料の幾何学的関係および材料の変形を一般的に記述するために Fig. 1

Fig. 1. Designations in the passes: (a) square-flat, (b) square-oval, (c) square-diamond, (d) round-oval.

～2の記号により次のパラメータおよび関数を導入する。

$$m_k = H_1/B_k \quad (\text{孔型楕円率})$$

$$m_s = B_0/H_0 \quad (\text{素材楕円率})$$

* 昭和 50 年 11 月塑性加工連合講演会にて発表 昭和 51 年 9 月 13 日受付 (Received Sept. 13, 1976)

** 大阪大学工学部 工博 (Faculty of Engineering, Osaka University, Yamadakami Suita Osaka 565)

*** 大阪大学大学院 (Graduate School, Osaka University)

Fig. 2. Definition and designation of mean height of pass, mean height of stock and mean roll-radius.

$$\rho = B_0/B_K \quad (\text{サイドリリーフ係数})$$

$$\xi = B_1/B_K \quad (\text{充滿率})$$

$$\delta = D_P/B_K \quad (\text{比ロール径})$$

$$\lambda = F_0/F_1 \quad (\text{伸び係数})$$

$$\beta = B_1/B_0 = \xi/\rho \quad (\text{幅広がり係数})$$

$$f(\rho) = B_{M0}/B_K$$

$$g(\rho) = F_0/F_C = \lambda_{\max}$$

$$h^0(\rho) = H_{0m}/B_K$$

$$h^1(\rho) = H_{1m}/B_K$$

ここで、 B_K は理論孔型幅で上下ロールが密着している時は溝幅に等しく、ギャップがある時は孔型輪郭線の延長線の交点間距離に等しい。一般に B_K は孔型形状と理論孔型高さ H_1 から決まり、ダイヤ孔型では孔型頂角を α_k とすると

$$B_K = H_1 \tan(\alpha_k/2) \quad (1)$$

オーバル孔型では、孔型曲率半径を r_{ov} とすると、

$$B_K = \sqrt{4r_{ov}H_1 - H_1^2} \quad (2)$$

によって求められる。関数 f は理論接触幅すなわちロール間隙内で幅広がりを生じないと仮定して素材と孔型の輪郭線から幾何学的に決まる接触幅 B_{M0} (Fig. 1 参照) を与え、材料の相対寸法すなわち ρ のみに依存する。実際の接触幅 B_{M1} は圧延後の材料の自由表面形状が圧延前のそれと相似であると仮定すれば、

$$B_{M1} = B_K f(\xi) \quad (3)$$

となる。関数 g は素材の断面積 F_0 とそれから孔型輪郭線が切り取った面積 F_C との比、すなわち幅広がりが生じない理想的な圧延における伸び係数 $\lambda_{\max}$ を与え、 f と同様に ρ のみの関数である。関数 h^0 , h^1 は Fig. 2 のように理論接触幅内での素材の平均厚さ H_{0m} と孔型の平均高さ H_{1m} を与え、やはり ρ に依存する。Fig. 1 の各孔型圧延に対するこれらの関数は後述の関数 $u(\rho)$ とともに付録 1 にまとめて示してある。

幅広がり伸びを決定する変形特性値として伸び効率

$$f_w = \ln \lambda / \ln \lambda_{\max} = \ln \lambda / \ln g(\rho) \quad (4)$$

を用いる。矩形断面材の平圧延では $\lambda = H_0 B_0 / H_1 B_1$,

$\lambda_{\max} = H_0 / H_1$ であるから、(4) 式は、

$$\frac{B_1}{B_0} = \left(\frac{H_0}{H_1} \right)^{1-f_w} = \left(\frac{H_0}{H_1} \right)^k$$

と表わされ、 $1-f_w$ はよく知られた幅広がり指数 k に等しい。そこで孔型圧延に対しても形式的に $k=1-f_w$ を幅広がり指数と定義し、 f_w の代りに k を用いて (4) 式を書き変えると、

$$\lambda = g(\rho)^{1-k} \quad (5)$$

が得られる。

幅広がりについても同様の関係式が得られる。いま Fig. 1 において素材 F_0 と相似で幅が圧延後の幅 B_1 に等しい仮想断面 F_0^* を考える。圧延後断面積 F_1 のうち両端のロールに接触しなかつた部分は近似的に F_0^* の対応する部分と重なるから、

$$\frac{F_0^*}{F_1} = g(\xi) \quad (6)$$

が成立つ。したがって、

$$\left(\frac{\xi}{\rho} \right)^2 = \left(\frac{B_1}{B_0} \right)^2 = \frac{F_0^*}{F_0} = \left(\frac{F_0^*}{F_1} \right) \cdot \left(\frac{F_1}{F_0} \right) = g(\xi) / \lambda \quad (7)$$

が成立つ。(5)、(7) 式より λ を消去すると、

$$\frac{\xi}{\rho} = \sqrt{g(\xi) g(\rho)^{k-1}} \quad (8)$$

が得られる。(8) 式は ρ と ξ の関係すなわち幅広がりを決定する方程式である。もし実験などによつて伸び係数 λ または幅広がりに関する多くの実測データを採取して (5) 式または (8) 式によつて k を求め、これを適当な実験式にまとめることができれば、実験式の適用範囲内の任意の圧延条件に対して、(5) および (8) 式により伸び係数 λ および幅広がり係数 $\beta (= \xi/\rho)$ を求めることができる。

3. 幅広がり指数 k の実験式

Fig. 1 の圧延方式における k と圧延条件の関係を記述する実験式を求めるために、すでに報告したプラスチックモデル圧延および鋼の熱間圧延のデータ¹³⁾ を利用した。参考のためその時の実験方法と実験条件をもう一度簡単に説明する。プラスチックのモデル圧延では、直径 500 mm の石膏平ロール およびそれに $B_K = 30 \sim 70$ mm, $m_k = 0.4 \sim 0.8$ の種々の寸法形状のダイヤまたはオーバル孔型を切削した溝ロールを用いて、種々の寸法の角棒または丸棒を圧延した。ただし孔型圧延ではピッチ径は $D_P = 500$ mm に固定した。潤滑剤として CaCO_3 粉末をピレットとロールに一樣に塗布し、 20°C の恒温室で圧延した。一方熱間圧延では直径 100 mm の平ロールおよびそれに $m_k = 0.4 \sim 0.8$ のダイヤおよびオーバル

孔型を切削した溝ロールを用いて, 14ϕ または 14ϕ の軟鋼棒 (JIS-SS 41) を種々の圧下率で圧延した. 加熱温度は $950, 1050, 1150^\circ\text{C}$ ($+0\sim 3^\circ\text{C}$) とし, 保護ガス ($\text{Ar}+10\%\text{H}_2$) 中で加熱し, 圧延時のスケール厚みを $10\sim 20\mu\text{m}$ に抑制した. 実測した幅広がりと伸びのデータを使って k を求めたが, 孔型圧延の場合 (5) 式により ρ と λ から求めた値 (k_L) と (8) 式により ρ と ξ から求めた値 (k_B) は, ξ が比較的大きい時はほとんど一致したが, ξ が小さい時ロールに接触しない部分*の面積が相対的に大きくなるため若干の誤差を生じた. そこで k を

$$k = \frac{\ln \beta_F}{\ln \lambda + \ln \beta_F} \quad (9)$$

$$\beta_F = \left(\frac{\xi}{\rho}\right)^2 \cdot \frac{g(\rho)}{g(\xi)} \quad (10)$$

と表わし (付録 2. 参照), ρ, ξ の実測値から (10) 式により求めた β_F と λ の実測値を (9) 式に代入して k を求めた. この方法で求めた値 ($\bar{k}$) は k_L と k_B の間にあって, $\bar{k}=1/2$ のとき $\bar{k}=(k_L+k_B)/2 \equiv \bar{k}$ となり, $\bar{k}=1/2 \rightarrow 1$ のとき $\bar{k}=\bar{k} \rightarrow k_L$, $\bar{k}=1/2 \rightarrow 0$ のとき $\bar{k}=\bar{k} \rightarrow k_B$ となる (付録 3. 参照). 一般に k が大きいときは ξ が小さいので k_B の誤差が大きく k_L の方が真の値に近いのに対し, k が小さいときは ξ が 1 に近いので断面の寸法から求めた k_B の方が k_L より真の値に近いと考えられる. したがって $\bar{k}$ は k_L, k_B または $\bar{k}$ よりも真の k に近い値を与えようと考えられる.

平圧延の k は WUSATOWSKI¹⁾, HILL¹⁴⁾, SPARLING¹⁴⁾, 柳本³⁾ により研究され, その計算式も提案されている. 柳本によると k は摩擦係数 μ と次の形状係数,

$$S = \frac{2\sqrt{R(H_0-H_1)}}{H_0+2B_0}$$

のみに依存する. ただし H_0, B_0 は圧延前の板厚と板幅, H_1 は圧延後の板厚, R はロール半径である. そこでプラスチックおよび熱間鋼の平圧延で求めた k を S に対してプロットしたところ, Fig. 3 を得た. プラスティシンの k は S でかなりよく整理でき, S とともに単調に増加している. 軟鋼の熱間圧延の k もほとんどプラスチックの実験点の中に埋没しており, プラスティシンモデルが鋼の熱間圧延をかなり正確にシミュレートしていることを示す.

孔型圧延の k を支配する形状係数を見出すために, 平圧延の S に相当する量として, B_0, H_0, H_1, R のかわりに Fig. 2 の $B_{M0}, H_{0m}, H_{1mn}, R_{mn}=(D_p-H_{1mn})/2$ を代入した値:

* この非接触部の形状は F_0^* の形状と完全には一致しない.

Fig. 3. Spread index k in the square-flat pass as a function of shape factor S .

Fig. 4. Spread index k in the round-oval pass plotted against S , showing rough correlation between k and S .

$$S = \frac{2\sqrt{R_{mn}(H_{0m}-H_{1mn})}}{H_{0m}+2B_{M0}} \\ = \frac{\sqrt{2}[\delta-h^1(\rho)][h^0(\rho)-h^1(\rho)]}{h^0(\rho)+2f(\rho)} \quad (11)$$

を求め, k を S に対してプロットしてみた. Fig. 4 に丸-オーバルに対する結果を示す. 全体としては平圧延と同様に S とともに大きくなる傾向を示すが, k は S だけでは整理できないことがわかる. 図中の各種の線で結んだ実験点は同一の孔型に対し異つた大きさの素材を通して ξ を変化させたものであるが, この場合 ξ の増加に対して S はほとんど変化しないにもかかわらず k は著しく低下している. この傾向は他の圧延方式でも見られた.

この理由は, S が変形域の長さ: 厚さ: 幅の比だけに依存する量であつて, 孔型圧延に固有の孔型側壁からの幅広がりに対する拘束作用を考慮していないためと思われる. Fig. 4 よりこの拘束効果は ξ が大きいほど大きい, その ξ 依存性は m_k や δ によつて異なる. そこで一

Fig. 5. Illustration of areas F_H and F_B in the passes: (a) square-diamond, (b) round-oval, (c) square-oval.

Fig. 6. Spread index k in the square-oval pass as a function of US ($U \cdot S$).

つの仮説として、孔型の拘束効果は Fig. 5 に示すように、孔型によつて排除される断面積 F_H に対して孔型によつて許容される幅広がり面積 F_B の割合が小さいほど強いと考え、拘束効果を表わす係数として、

$$U = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{F_B}{F_H} \right) \equiv u(\rho) \quad \dots \dots \dots (12)$$

を導入した。 U は平圧延のように $F_B/F_H = \infty$ の時 $U = 1$ となり、拘束効果が強まるほど小さくなって U は 0 に近づく。

(11) 式の S と (12) 式の U はともに小さいほど幅広がり抑制して k を小さくすると考えられる。そこで両者の積 US を一つの新しい形状係数として、 k を US に対してプロットしたところ Fig. 6 ~ 8 に示すように、各圧延方式ごとに k は US の関数として一つの曲線で表わせることがわかった。 プラスティシンの実験点は $m_k = 0.4 \sim 0.8$, $\delta = 7.1 \sim 16.7$, $\xi = (1 + 2m_k)/3 \sim 1.0$ の広い範囲をカバーしているのでこの法則はかなり一般性を有すると考えられる。 熱間圧延の実験点はほぼプラスティシン圧延のそれと重なっており、孔型圧延でもプラスティシンモデルは熱間圧延をかなりよくシミュレートできることを示している。

各図の曲線はプラスティシンのすべての実験点のうち ξ が比較的大きいもの [角-ダイヤ、丸-オーバルでは ξ

Fig. 7. Spread index k in the square-diamond pass as a function of US .

Fig. 8. Spread index k in the round-oval pass as a function of US .

$\geq (2 + m_k)/3$, 角-オーバルでは $\xi \geq (1 + m_k)/2$] に対して求めた回帰曲線で、次の形の実験式で表わされる。

$$k = a_0 + a_1 US + a_2 (US)^2 + a_3 (US)^3 + a_4 (US)^4 \quad (13)$$

各圧延方式に対する (13) 式の係数を Table 1 に示す。ただし鋼の熱間圧延では、 k は摩擦状態や被圧延材の応力-歪特性の影響も受ける³⁾ から、鋼種・圧延温度範囲・圧延速度範囲・ロール材質と表面状態・被圧延材表面状態などが大きく変わると (13) 式の係数も変化する。したがって Table 1 の値は固定的ではなく、それらの条件範囲に即応して適宜修正してやる必要がある。

Fig. 9 は三つの圧延方式に対する k - US の回帰曲線を比較したものである。三つの曲線は互いに接近しているが、圧延方式により有意差が存在する。これは US が等しくても圧延方式により延伸性に差があることを意味し、三つの圧延方式の中では延伸性の高い方から角-ダイヤ、角-オーバル、丸-オーバルの順にランクづけでき

Table 1. Coefficient of Eq. 13 determined by experiment

$$[m_k=0.4\sim 0.8, \delta=7.1\sim 16.7, \xi > (1+2m_k)/3]$$

Pass	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
Square-oval	0.0097	2.3091	-4.7818	5.417	-2.613
Square-diamond	0.0144	2.1868	-5.5212	8.035	-4.532
Round-oval	0.0136	2.7350	-6.3773	8.038	-4.037

Fig. 9. Comparison between k - US curves of different pass rollings.

ることがわかる。

4. 幅広がりと伸びの計算法

k - US 関係が (13) 式のように与えられると, これを使ってその適用範囲内の任意の圧延条件に対する幅広がりと伸びを計算できる。Fig. 10 は計算の流れ図で, (a) は素材の形状と寸法 (H_0, B_0)・孔型の形状と高さ (H_1)・ロール直径 (D) を与えて圧延後の幅 (B_1, B_{M1}) と伸び係数 (λ) を求める場合であり, (b) は逆に圧延後の形状と寸法 (H_1, B_1)・素材の形状・ D_0 を与えて, 素材の寸法 (H_0, B_0) と λ を求める場合である。

(a) では, データを与え [1], B_K および m_k, m_s, ρ, δ の諸パラメータを求め [2], (11), (12) 式により S と U を求め [3], (13) 式により k を求め [4], 方程式 (8) を ξ について解く [5], この際もし ξ が 1 を越える場合は $\xi=1$ とおく。最後に得られた k と ξ から (5), (3) 式などにより $\lambda, \beta, B_1, B_{M1}$ を計算する。(b) では, データを与え [1], B_K, m_k, ξ, δ を求め [2], ρ の初期値を $\rho=(m_k+\xi)/2$ において [3], 前と同様に S と U を求め [4], k を計算し [5], 方程式 (8) を ρ について解く [6]。 ρ の解 ρ' が初めに仮定した ρ と比較し十分の精度で一致しない場合は, ρ の代りに ρ' を用いて [4] に戻り計算を繰り返す。最後に得られた k, ρ を用いて $\lambda, \beta, B_0, H_0, B_{M1}$ を計算する。

Fig. 10. Computer diagram for calculation of spread and elongation in pass rolling.

計算の途中で, 幾何学関数 $g(\rho), g(\xi), f(\rho), f(\xi), h^0(\rho), h^1(\rho), u(\rho)$ を繰返し求める必要があるので, これらの関数の計算は圧延方式ごとにサブプログラムを用意して引用する (付録 I 参照)。

5. 計算結果と検討

本計算法の精度と実用への可能性を検討するために, Fig. 5~7 のプラスティシンの全データを使って (a) および (b) のプログラムによる計算を実行し, β と λ の計算値と実測値を比較した。

Fig. 11~16 は各圧延方式のプログラム (a) による β と λ の計算値を実測値と比較したものである。これから β と λ はいずれの圧延方式でも $\pm 4\%$ の精度で計算できることがわかった。プログラム (b) による β の計算値はいずれの圧延方式でも $\pm 4\%$ の精度を十分保証したが λ の精度は若干悪くなつて $\pm 6\%$ であつた。これは孔型の形状から ρ のわずかの計算誤差が素材の断面積の計算誤差に敏感に効くためである。

本計算法の精度を相対的に評価するために, 従来公表されている他の研究者による計算法と比較してみた。す

Fig. 11. Comparison of experimental and calculated values of β in the square-oval pass.

Fig. 12. Comparison of experimental and calculated values of β in the square-diamond pass.

Fig. 13. Comparison of experimental and calculated values of β in the round-oval pass.

Fig. 14. Comparison of experimental and calculated values of λ in the square-oval pass.

Fig. 15. Comparison of experimental and calculated values of λ in the square-diamond pass.

Fig. 16. Comparison of experimental and calculated values of λ in the round-oval pass.

なわち幅広がりに対してはWUSATOWSKI¹⁾および柳本³⁾, 伸びについては WUSATOWSKI¹⁾ および SMIRNOV⁶⁾・⁹⁾ら

の計算法を引用し、本研究のプラスティシンの全実験点について計算を実行した (付録4参照). 計算に際し素材の寸法, 孔型寸法および压下条件を実験のとおり与え

Table 2. Statistical evaluation of calculation formulae. $M(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ $\sigma(x) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [X_i - M(x)]^2}$ (a) Coefficient of spread (β)

Passes	Parameters	Calculation by formulae of		
		Present work	YANAGIMOTO ³⁾	WUSATOWSKI ¹⁾
Square-oval	$n=40$ $M(\Delta\beta)$ $\sigma(\Delta\beta)$	0.007 0.028	-0.012 0.028	0.056 0.037
Square-diamord	$n=39$ $M(\Delta\beta)$ $\sigma(\Delta\beta)$	0.000 0.019	-0.041 0.043	-0.006 0.036
Round-oval	$n=38$ $M(\Delta\beta)$ $\sigma(\Delta\beta)$	0.005 0.022	-0.053 0.028	-0.025 0.032

(b) Coefficient of elongation (λ)

Passes	Parameters	Calculation by formulae of		
		Present work	SMIRNOV ⁶⁾⁽⁸⁾⁽⁹⁾	WUSATOWSKI ¹⁾
Square-oval	$n=40$ $M(\Delta\lambda)$ $\sigma(\Delta\lambda)$	-0.018 0.020	-0.049 0.076	-0.051 0.063
Square-diamond	$n=39$ $M(\Delta\lambda)$ $\sigma(\Delta\lambda)$	-0.009 0.011	-0.006 0.085	-0.009 0.025
Round-oval	$n=38$ $M(\Delta\lambda)$ $\sigma(\Delta\lambda)$	-0.004 0.016	-0.073 0.035	0.010 0.019

て, β と λ をそれぞれの方法で計算し, 実験値との差 $\Delta\beta$ と $\Delta\lambda$ を統計分析し, それぞれの平均値 $M(\Delta\beta)$, $M(\Delta\lambda)$ および標準偏差 $\sigma(\Delta\beta)$, $\sigma(\Delta\lambda)$ を求めた. Table 2 にその結果を示す.

明らかに本計算法はいずれの圧延方式に対しても実測値との差 $\Delta\beta$, $\Delta\lambda$ が他の計算法より小さい.

6. 工業への応用

本計算法は圧延現場の任意の圧延方式に対して, その現場での圧延条件, 作業条件, 材料条件に即して採取した圧延材の幅広がりや伸びに関するデータを, k - SU 線図または (13) 式の形で適宜整理保存することにより, 孔型設計, 圧延荷重・圧延トルクの予測計算, および圧下制御や速度制御などの自動制御に有効に利用することができる. ただしその精度は k が US の関数としていかに正確に評価されうるかに依存している.

この点に関連して次のことに留意する必要がある.

(1) 孔型への充滿率が極度に低い場合 [$\xi < (1 + 2m_k)/3$] には, k - US 関係は ξ が大きい時のそれから

ずれてくる. そのような圧延は別の圧延方式とみなし, 使用される ξ の範囲について k - SU 曲線を求める必要がある.

(2) 圧延前の断面や孔型の形状に丸みのあるコーナや面とりがある場合は, そのことを考慮して関数 g を求めるようにすれば同一の圧延方式として取扱えるが, 丸みや面とりの長さが孔型寸法に比して相当大きい場合は別の圧延方式として取扱うべきである.

7. 結 言

延伸用孔型圧延の幅広がり係数 β と伸び係数 λ は, 幅広がり指数 k があらかじめ与えられれば本文の (5), (8) 式によつて計算できる. ここに k は伸び効率 f_w より $k = 1 - f_w$ によつて定義した. 石膏ロールによるプラスチックの圧延実験および軟鋼の熱間圧延実験より得た表記圧延方式の広範囲の圧延条件に対する変形のデータを解析した結果, k は一つの新しい形状係数 $US = U \times S$ [本文の (11), (12) 式] の関数として, 圧延方式により若干係数の異なる US の 4 次多項式で表わされることが

わかつた。

提案した変形の計算法をプラスチックモデルを使った孔型圧延の全実験に適用したところ、 λ と β の計算値は $\pm 4\%$ の精度で実験値と一致した。すでに公表されている他の研究者による計算法と比較しても本計算法はかなり高い精度を期待できることがわかつた。

おわりに本研究の遂行に際して、山路ふみ子自然科学振興財団より研究助成金を受けたことを付記し感謝の意を表します。

付 録

1. 角-ダイヤ、角-オーバル、丸-オーバル 圧延方式の関数 $f(\rho)$, $g(\rho)$, $h^0(\rho)$, $h^1(\rho)$, $u(\rho)$ 。

Fig. A-1 に各圧延方式の孔型と材料断面の 1/4 象限図を示す。記号は 1/4 象限に関するものを本文の Fig. 1 と区別するために小文字で表わした。基本パラメータは

$$\rho = \frac{b_0}{b_K}, \quad m_k = \frac{h_1}{b_K}, \quad m_s = \frac{b_0}{h_0} = 1 \dots (1-1)$$

となり、各図の孔型と材料断面の交点 M の x 座標を b_{M0} 、ハッチングを施した部分の面積を f_H , f_{C1} , f_{C2} , f_B とすると各関数は定義により、

$$\begin{aligned} f(\rho) &= \frac{b_{M0}}{b_K} \\ g(\rho) &= \lambda_{\max} = \frac{f_H + f_{C1} + f_{C2}}{f_{C1} + f_{C2}} \\ h^0(\rho) &= \frac{h_{0m}}{b_K} = \frac{f_H + f_{C1}}{b_K b_{M0}} \\ h^1(\rho) &= \frac{h_{1mn}}{b_K} = \frac{f_{C1}}{b_K b_{M0}} \\ u(\rho) &= \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{f_B}{f_H} \right) \end{aligned}$$

となる。各圧延方式の b_{M0} , f_H , f_{C1} , f_{C2} , f_B は ρ , m_k と寸法 b_K (または h_1) が与えられると式 (1-1) を使って次の各式により計算できる。

<角-ダイヤ>

$$\begin{aligned} b_{M0} &= b_K(b_0 - h_1)/(b_K - h_1) \\ 2f_H &= (h_0 - h_1)b_{M0} \\ 2f_{C1} &= (h_1 + b_0 - b_{M0})b_{M0} \\ 2f_{C2} &= (b_0 - b_{M0})^2 \\ 2f_B &= (b_K - b_0)(b_0 - b_{M0}) \end{aligned}$$

<角-オーバル>

$$\begin{aligned} b_{M0} &= b_0 \\ f_{C1} &= \text{circ}(r_{ov}, b_0) - b_0(r_{ov} - h_1) \end{aligned}$$

Fig. A-1. Illustration of areas f_H , f_{C1} , f_{C2} , f_B in the passes: (a) square-diamond, (b) square-oval, (c) round-oval.

$$f_{C2} = 0$$

$$f_H = h_0 b_0 - f_{C1}$$

$$f_B = \text{circ}(r_{ov}, b_K) - b_K(r_{ov} - h_1) - f_{C1} - f_{C2}$$

<丸-オーバル>

$$b_{M0} = \sqrt{(b_0^2 - h_1^2)(b_K^4 - b_0^2 h_1^2)/(b_K^2 - h_1^2)}$$

$$f_{C1} = \text{circ}(r_{ov}, b_{M0}) - b_{M0}(r_{ov} - h_1)$$

$$2f_{C2} = b_0^2 \tan^{-1} \left(\frac{A h_1}{b_{M0}} \right) - b_{M0} h_1 A; \quad A = \frac{b_K^2 - b_0^2}{b_K^2 - h_1^2}$$

$$f_H = \pi b_0^2 / 4 - f_{C1} - f_{C2}$$

$$f_B = \text{circ}(r_{ov}, b_K) - b_K(r_{ov} - h_1) - f_{C1} - f_{C2}$$

ただし、

$$\begin{aligned} \text{circ}(r, x) &= \int_0^x \sqrt{r^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} (x \sqrt{r^2 - x^2} \\ &\quad + r^2 \sin^{-1} \frac{x}{r}) \end{aligned}$$

$$r_{ov} = (h_1^2 + b_K^2) / 2 h_1$$

なお関数の引数 ρ の代りに ξ を代入する時は b_0 の代りに $b_1 = b_K \xi$ を代入する。

2. (9), (10) 式の誘導

Fig. 1 を参照して、いま $\beta_F = F_1 / F_C$ により定義される β_F (面積幅広がり係数) を導入すると、 $g(\rho)$ は、

$$g(\rho) = \frac{F_0}{F_C} = \frac{F_0}{F_1} \frac{F_1}{F_C} = \lambda \beta_F$$

と表わされる。これを (5) 式に代入すれば (9) 式が得られる。 β_F は $g(\rho)$ の定義および (6), (7) 式を使うと、

$$\beta_F = \frac{F_1}{F_C} = \frac{F_0^*}{F_0} \frac{F_0}{F_C} \frac{F_1}{F_0^*} = \left(\frac{\xi}{\rho} \right)^2 \frac{g(\rho)}{g(\xi)}$$

となつて (10) 式が得られる。

3. k_L , k_B , $\tilde{k}$ の関係

λ の測定値を $\bar{\lambda}$ 、その λ に対する相対誤差を a 、 β_F (ρ , ξ) の測定値を $\bar{\beta}_F(\bar{\rho}, \bar{\xi})$ 、相対誤差を b 、 $g(\rho)$ の測定値を $\bar{g}(\bar{\rho})$ 、相対誤差を c とすると

$$\bar{\lambda} = \lambda(1+a), \quad \bar{\beta}_F = \beta_F(1+b), \quad \bar{g} = g(1+c)$$

故に (5) 式より、

$$k_L = 1 - \frac{\ln \bar{\lambda}}{\ln \bar{g}} \approx \frac{\ln \beta_F + c - a}{\ln g + c}$$

(8), (10) 式より、

$$k_B = \frac{\ln \bar{\beta}_F}{\ln \bar{g}} \approx \frac{\ln \beta_F + b}{\ln g + c}$$

(9) 式より、

$$\tilde{k} = -\frac{\ln \bar{\beta}_F}{\ln \bar{\lambda} + \ln \bar{\beta}_F} \approx -\frac{\ln \beta_F + b}{\ln g + a + b}$$

ただし、 $a \ll 1$, $b \ll 1$, $c \ll 1$ とし、恒等式 $g = \lambda \beta_F$ を用いる。測定値についても近似的に $\bar{g} \approx \bar{\lambda} \bar{\beta}_F$ が成立つから $c \approx a + b$ である。そこで $c - (a + b) = \delta$ とおき、さらに $\tilde{k} = Y/X$ とおくと、

$$k_L = \frac{Y + \delta}{X + \delta} = \tilde{k} + \frac{(1 - \tilde{k})\delta}{X + \delta}$$

$$k_B = \frac{Y}{X + \delta} = \tilde{k} - \frac{\tilde{k}\delta}{X + \delta}$$

となる。これより $\tilde{k} = 1/2$ の時 $\tilde{k} = (k_L + k_B) / 2 = \bar{k}$,

$\tilde{k}=1/2 \rightarrow 1$ の時, $\tilde{k}=\bar{k} \rightarrow k_L$, $\tilde{k}=1/2 \rightarrow 0$ の時,
 $\tilde{k}=\bar{k} \rightarrow k_B$ が証明される。

4. WUSATOWSKI, 柳本, SMIRNOV の計算式の適用 1) WUSATOWSKI の式¹⁾

Fig. 1 を参照して, 素材断面積は一般に $F_0 = m_H B_0^2$ (m_H : 素材形状により決まる定数) とおけるから $F_0^* = m_H B_1^2$. WUSATOWSKI の相当矩形断面は素材 ($B_0 \times H_{0m}$) 製品 ($B_1 \times H_{1m}$) である. ここで $H_{0m} = F_0/B_0 = m_H B_0 = m_H B_K \rho$, $H_{1m} = F_1/B_1 = m_H B_1 (F_1/F_0^*) = m_H B_K \xi/g(\xi)$. 故に $H_{0m}/H_{1m} = g(\xi)\rho/\xi$ である. 幅広がり式は, $B_1/B_0 = (H_{0m}/H_{1m})^W$ だから $\xi/\rho = [g(\xi)\rho/\xi]^W$ または

$$\xi = \rho g(\xi)^{\frac{W}{1+W}} \dots \dots \dots (4-1)$$

となる. ここで W は平均ロール直径を $D_m = D_P - H_{1m} = B_K [\delta - m_H \xi/g(\xi)]$ とするとき, $H_{0m}/D_m = m_H \rho / [\delta - m_H \xi/g(\xi)]$ および $B_0/H_{0m} = 1/m_H$ の関数:

$$\log_{10} W = -1.269 \left(\frac{H_{0m}}{D_m} \right)^{0.556} \left(\frac{B_0}{H_{0m}} \right) \dots \dots \dots (4-2)$$

で, これはまた ρ と ξ の関数である. (4-2) 式の W を (4-1) 式に代入すると ρ と ξ の方程式となる. これを解けば幅広がり係数 $\beta = \xi/\rho$ および伸び係数 $\lambda = B_0 H_{0m} / B_1 H_{1m} = (H_{0m}/H_{1m})^{1-W} = \beta^{(1-W)/W}$ が求められる. ただし, (4-1), (4-2) 式を解く際 $\xi > 1$ の時は $\xi = 1$ とした.

2) 柳本の式³⁾

Fig. 1, 2 の記号を用いると,

$$\frac{B_{M1}}{B_{M0}} = C_1 \left[\frac{H_{0m}}{H_{1mn}} \left(1 - C_2 \frac{H_{0m} - H_{1mn}}{H_{1mn}} \tan \theta \right) \right]^k \dots \dots \dots (4-3)$$

$$B_1 = B_{M1} + C_3 \frac{H_{1c}}{H_{0c}} \frac{H_{0m}}{H_{1mn}} (B_0 - B_{M0}) \dots \dots \dots (4-4)$$

と与えられる. ただし $\tan \theta$ は孔型の平均勾配, H_{0c} および H_{1c} は接触幅 B_{M0} および B_{M1} の両端での孔型高さ, C_1, C_2, C_3 は圧延方式ごとに与えられた定数である. また指数 k は,

$$k = \beta^S + \mu S - 1 \dots \dots \dots (4-5)$$

で, S は本文 (11) 式, β は材料常数, μ は摩擦係数で

ある. この式をプラスチックモデルに適用する際, β と μ の値が問題となるが, μ は石膏板 (ロールと同仕上げ) の上で潤滑剤として CaCO_3 粉末を用いて直接測定した値から $\mu = 0.5$ とした. これに対して $\beta = 1.02$ とすると Fig. 3 のプラスチックの平圧延のデータが (4-5) 式でよく近似できることから, この値を用いて計算した.

3) SMIRNOV の式⁶⁾⁸⁾⁹⁾

SMIRNOV らは各圧延方式ごとに伸び係数 λ の実験式を与えているのでそのまま使用した. ただし摩擦を表わすパラメータ ϕ として鋼に対して与えている平均値 0.8 を用いた.

文 献

- 1) Z. WUSATOWSKI: Fundamentals of rolling (1969) p. 84, p. 107 [Pergamon Press]
- 2) S. G. NEKRASOV: Izvest. VUZ Chern. Met., (1961) 12, p. 83
- 3) 柳本左門: 塑性と加工, 5 (1964) 40, p. 315
- 4) M. L. ZAITSEV: Stal in English, (1968) 12, p. 1037
- 5) M. L. ZAITSEV and G. V. ANUFRIEV: ibid, (1969) 8, p. 727
- 6) V. K. SMIRNOV, V. A. SHIROV and I. Ya. TARNOWSKI: ibid, (1970) 3, p. 101
- 7) V. K. SMIRNOV, V. I. NIKITIN and I. Ya. TARNOWSKI: ibid, (1970) 5, p. 105
- 8) V. K. SMIRNOV, I. Ya. TARNOWSKI and V. I. NIKITIN: ibid, (1970) 12, p. 105
- 9) K. L. LITVINOV and V. K. SMIRNOV: ibid, (1976) 4, p. 102
- 10) V. I. NIKITIN and V. K. SMIRNOV: Steel in USSR, 4 (1974) 4, p. 310
- 11) R. R. ARNOLD and P. W. WHITTON: Metals Technology, (1975) 4, p. 143
- 12) U. SUPPO, A. IZZO and P. DIANA: Arch. Eisenhüttenw., 46 (1975) 7, p. 435
- 13) 斉藤好弘・森賀幹夫・加藤俊二・内田正二郎・加藤健三: 鉄と鋼, 62 (1976) 14, p. 1833
- 14) L. G. M. SPARLING: Proc. Instn. Mech. Engrs, 175 (1967) 11, p. 604