© 1988 ISIJ
 論文
 1988 ISIJ

高温鋳片製造のための低機高連鋳機の 鋳片矯正歪み解析

安田一美*・長田修次*²・伊藤幸良*³・梶岡博幸*³

Analysis of Unbending Strains of Strands in Multi-Points Unbending Low Head Continuous Casters for High Temperature Slabs

Kazumi YASUDA, Syūji NAGATA, Yukiyo ITO and Hiroyuki KAJIOKA

Synopsis :

Unbending strains of strands in multi-points unbending profiles of low head continuous casters, which will serve to direct rolling of high temperature cast slabs, were studied through the newly developed mathematical model and the accurate simulation experiments giving the following results.

(1) Agreement between calculated strains with this mathematical model and experiments is excellent, while the conventional equation needs to be corrected.

(2) The distribution of unbending strain is decided mainly by the arrangement of rolls rather than by stress-strain characteristics or rigidity distribution of a strand.

(3) The effects of roll arrangements on the characteristics of strain distribution are as follows.

In a one-point unbending profile, the maximum strain increment is about a half of the value estimated by the conventional equation.

In a continuous multi-points unbending profile the maximum strain increment agrees with the conventional equation, while it is about half as large as that of the conventional equation in an intermittent multi-points unbending profile.

Key words : continuous casting ; unbending ; multi-points unbending ; strain ; beam theory ; continuous beam ; arrangement of rolls.

1. 緒 言

溶鋼静圧が小さい低機高の連鋳機は鋳片の表面温度が高くてもバルジング歪みを比較的小さく抑えることができるから、高温出片と高速鋳造が可能であり直送圧延に適している。他方、低機高では鋳片の曲率変化が大きく、未凝固矯正時の凝固界面歪みが増大するため、割れ発生防止のため従来の1点矯正から多点矯正へ連鋳機のプロファイルを変える必要がある。これに伴い多点矯正のプロファイル設計のため、矯正点数や矯正点の配置方法等プロファイルの基本的設計条件と矯正歪みの関係が求められているが、矯正過程の理論解析に関する報告は少なく^{1)~4)}、この点について明確に述べたものは見当たらない。著者らは多点矯正の歪み特性解明のためシミュレーション実験および解析モデルによる理論解析の両面から検討した

結果、矯正点の配置法と歪みの関係について、鋳片の材質特性や剛性分布とは独立な一般性のある関係を見出した。

2. 実験の方法

2-1 実験装置

Fig. 1(a) は模擬矯正装置の概略図でありこれは同

Fig. 1. Set-up for measuring the strain distribution of a beam.

昭和 57 年 9 月本会講演大会にて発表 昭和 62 年 10 月 26 日受付 (Received Oct. 26, 1987)

* 新日本製鉄(株)製鋼研究センター (Steelmaking Technology Lab., Nippon Steel Corp., 1-1-1 Edamitsu Yahatahigashi-ku Kitakyushu 805)

*² 新日本製鉄(株)製鋼研究センター工博 (現:新日本製鉄(株)大分製鉄所)(Steelmaking Technology Lab., Now Oita Woks, Nippon Steel Corp.)

*³ 新日本製鉄(株)製鋼研究センター工博 (Steelmaking Technology Lab., Nippon Steel Corp.)

Table 1. Designed radii of experimental unbending profiles (mm).

	One-point unbending	Two-points unbending	Three-points unbending	Four-points unbending
r_1	600	600	600	600
r_2	∞	1 200	900	800
r_3	∞	∞	1 800	1 200
r_4	∞	∞	∞	2 400
r_5	∞	∞	∞	∞

図(b)に概観を示すロールユニットを矯正プロフィールに相似形に多数, 平面上に配置したものである(ロールピッチ 50 mm, ロールユニット数 30~40)。

模擬鋳片としては歪みゲージが貼り付けられたはんだ製(Sn:Pb=1:1)の, 厚さ 4.5 mm, 幅 44 mm, 長さ 3 000 mm の細長い板状の試片を用いた。歪みの測定値は模擬鋳片がロールプロフィール中を移動中に電氣的に記録される。なお歪みゲージは試片の長手方向中央に貼られていて, 端部から十分に離れているため計測された歪みはプロフィール中での試片の定常的な歪み分布を示していると考えられる。

2.2 実験条件

従来から連鋳機の設計においてはロール間の鋳片軌道を円弧と仮定し, ロール位置において円弧の傾きが連続になるように連結して, 全体の鋳片形状を想定している。この場合, 曲率半径の変化する回数を矯正点数と呼ぶ。一方, 設計上の曲率半径変更点の間にあるロール区間数を, 同一曲率区間数と呼び, 同一曲率区間数から 1 を減じた数を矯正の飛ばし点数と呼ぶことにする。従来は曲率変更ロール位置での歪み算定の簡易式として(1)式が広く用いられている¹⁾。

$$\epsilon_i = (d/2 - s)(1/R_i - 1/R_{i-1}) \dots \dots \dots (1)$$

ここで, R_i は第 i 区間 ($i \sim i+1$ ロール間) の設計上の曲率半径, d は鋳片厚, s は凝固シェル厚, ϵ_i は ($i-1$) 番ロールから i 番ロールまでの歪みの増分を表す。なお, 混乱のおそれのない限り「歪みの増分」を以下単に歪みと呼ぶ。

矯正点数は 1~4, 同一曲率区間数は 1 (連続矯正)~4 (3 点飛ばし矯正) の組合せについて実験した。Fig. 2 は矯正点数が 4, 同一曲率区間数が 3 (2 点飛ばし矯正) の場合の例である。曲率半径はすべての矯正点において(1)式による矯正歪みが等しくなるように, 例えば Fig. 2 において $1/r_1, 1/r_2, \dots, 1/r_5$ が等差数列をなすように配置する。ただし $s=0$ (表面歪み) としている。Table 1 は実験プロフィールにおける r_i の組合せを示す。ロールピッチは 50 mm, 初期曲率半径 r_1 は 600 mm である。

Fig. 2. Example of a multi-points unbending profile (Four unbending points, two-rolls skipped unbending).

3. 解析方法

本報では鋳片を各ロール位置に定常的に支持された連続梁とみなし, 各ロール位置における境界条件を行列の形で整理し, 行列の代数計算により各ロール区間ごとの解析解を求めるモデルを用いている。短時間で, 離散化されていない解析解が得られる点に特徴がある。本解析においては簡単のため, 鋳片を中実体として取り扱い, 中空体に特有な長辺部および短辺部の剪断歪みや, 上面凝固シェルがロールに巻き付くための歪み⁵⁾⁶⁾は考慮していない。

3.1 仮定と近似

解析モデルを構成する場合, 材質特性の最も簡単なケースとして弾性が考えられるが, 一方高温鋳片の材質特性としてはクリープ変形モードが重要であることが報告されている⁸⁾。したがってここでは代表的な材質特性として, 弾性とクリープ特性を選んで解析モデルを構成した。ただしクリープに関しては, 定式化の容易さを考慮して, 応力と歪み速度が比例するものとした(以下この特性を線形クリープと呼ぶ)。

鋳片に作用する力はロール反力のみで鋳片面に垂直に働くものとし, 鋳片とロールの間の摩擦力は無視する。各ロール位置で鋳片はロールによつて単純支持されるとする。重力の影響は無視する。

鋳片の変形モードは曲げおよび剪断とし, これら両変形モードが混在した場合も扱えるモデル構成となつているが, 本論文の実験条件の場合には板厚がロールピッチに比べて小さいので剪断変形は曲げ変形に比較して無視できる。

3.2 座標変換 (相似変換)

本解析モデルでは元の矯正プロフィールの座標をそのまま用いるのではなく Fig. 3 のような座標変換を施す。すなわち, 隣接する 3 本ごとのロールが形成する角度を, 配列長手方向の比率を一定に保つたまま一様の割合 k

Fig. 3. Similar transformation of coordinates of rolls.

($k \ll 1$) 倍して縮小し、ロール列 ($P_1, P_2, \dots, P_{n+1}$) から ($Q_1, Q_2, \dots, Q_{n+1}$) に変換する。そしてロール全体がほぼ水平な直線状に並ぶようにする。この変換を以後、相似変換と呼ぶ。相似変換により 2 次元座標系 (x, y) において一般性を失わずに $dy/dx \ll 1$ と置けるから、曲率の一般式 (2) は (3) 式のような簡略化され、モーメントの釣合式が初等的に積分可能となる。

$$\lambda = (d^2y/dx^2) \cdot [1 + (dy/dx)^2]^{-3/2} \quad (2)$$

$$\lambda = d^2y/dx^2 \quad (3)$$

ここに、 λ は曲率を表す。

計算された歪みは元プロファイルの歪みの k 倍に縮小されているから、計算歪みを $1/k$ 倍して真の歪みを求める。この座標変換は弾性・線形クリープに限らず任意の応力・歪み特性に対して応力と歪みを適当に縮尺することにより適用可能である。

Fig. 3 において相似変換前のロール列 P_i ($i=1, 2, \dots, n+1$) の座標を (x_i, y_i) で、変換後のロール列 Q_i ($i=1, 2, \dots, n+1$) の座標を (x_i^d, y_i^d) で表す。また変換前の 3 本のロール P_{i-1}, P_i, P_{i+1} の構成する角度を θ_i 、変換後の対応する角度を θ_i^d とすると余弦定理から

$$\theta_i = \cos^{-1} \frac{[P_{i-1}P_{i+1}]^2 - P_iP_{i+1}^2 - P_{i-1}P_i^2}{(2 \cdot P_iP_{i+1} \cdot P_{i-1}P_i)} \quad (4)$$

いま

$$\theta_i^d = k\theta_i \quad (k \ll 1) \quad (5)$$

と置けば変換後の座標は次の漸化式で表される。

$$\left. \begin{aligned} x_{i+1}^d &= x_i^d + \overline{Q_iQ_{i+1}} \cdot \cos(\theta_0^d + \sum_{j=2}^i \theta_j^d) \\ y_{i+1}^d &= y_i^d + \overline{Q_iQ_{i+1}} \cdot \sin(\theta_0^d + \sum_{j=2}^i \theta_j^d) \end{aligned} \right\} \quad (i=2, \dots, n) \quad (6)$$

ただし θ_0^d は最初の区間の線分 Q_1Q_2 の x^d 軸に対する傾斜角であり、変換後のロール列をほぼ水平に配置させるために通常 $\theta_0^d = 0$ とする。

本論文では重力の影響を無視しているが、仮に重力のような特定の方向を有する力が支配的な影響力をもつよ

うな現象に対しては相似変換はそのままでは適用できない。相似変換が有効なのは Fig. 3 において支点 P_i ($i=1, 2, \dots, n+1$) を介してのみ力が伝達される場合に限られる。

Fig. 3 の相似変換により生ずる誤差は、高々 $\max \{\theta_i^2/2\}$ (ただし θ_i の単位は radian) の程度であることが材料力学における曲がり梁の理論から容易に推定される。3 m 程度のローヘッド連続機の場合を考えると、相似変換を適用したことによる誤差は真値を 1 とした場合高々 2/1000 程度である。

3.3 解析モデルの構成

3.3.1 弾性モデル

(1) 基礎方程式

初期曲率 k_0 、初期傾斜 j_0 の弾性体の曲げと剪断に関する釣合いは (7) (8) 式で表される。ただし鑄片の形状は相似変換後の中立軸の座標で代表させ、簡単のため添え字 Δ は省略する。

$$y''(x) - k_0 = M(x)/B(x) \quad (7)$$

$$y'(x) - j_0 = S(x)/F(x) \quad (8)$$

ここで、 M は曲げモーメント、 S は剪断力、 B は弾性曲げ剛性、 F は弾性剪断剛性、 $(\)'$ は x に関する微分を表す。

鑄片の曲げ歪み ϵ は鑄片形状と (9) 式の関係にある。

$$\epsilon(x, z) = \{y''(x) - k_0\} \cdot z \quad (9)$$

ただし、 z は中立軸から測った鑄片厚さ方向距離である。

ここで改めて Fig. 3 の座標変換後のロール列 ($Q_1, Q_2, \dots, Q_{n+1}$) において Q_i の座標を (x_i, y_i) とする。また第 i 区間 $[x_i, x_{i+1}]$ の変数には頭に ① を付して表示する。鑄片はロールで単純支持されているから、第 i 区間において剪断力は一定値 S_i 、曲げモーメントは直線分布となりそれぞれ (10) (11) 式で表される。

$$S_i = (M_{i+1} - M_i) / (x_{i+1} - x_i) \quad (10)$$

ただし、 M_i は $x=x_i$ での M の値である。

$$\textcircled{1} M(x) = M_i + S_i(x - x_i) \quad (11)$$

第 i 区間について (7) 式に (11) 式を代入し x で積分した後、(8) 式により剪断力効果を加えて (12) 式を得る。

$$\textcircled{1} y'(x) - k_0 x = \{M_i x + S_i(x^2/2 - x_i x)\} / B_i + S_i / F_i + C_i \quad (12)$$

ここで、 B_i, F_i はそれぞれ $B(x), F(x)$ の ① 区間における代表値、 C_i は積分定数を表す。さらに x で積分して (13) 式を得る。

$$\textcircled{1} y(x) - k_0 x^2 / 2 = \{M_i x^2 / 2 + S_i(x^3/6 - x_i x^2/2)\} / B_i + S_i x / F_i + C_i x + D_i \quad (13)$$

ただし、 D_i は積分定数である。

鋳片の長手方向の剛性分布は区間ごとに B_i , F_i を変化させることにより与えることができる。

(2) 境界条件

鋳片がロールで単純支持されていることから(14), (15)式が, また鋳片の傾斜角について(16)式が成立する。

$$y^{(1)}(x_i) = y_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (14)$$

$$y^{(1)}(x_{i+1}) = y_{i+1} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (15)$$

$$y^{(1)}(x_{i+1}) - y^{(1)}(x_i) = S_i / F_i - S_{i+1} / F_{i+1} \quad (i = 1, 2, \dots, n-1) \quad (16)$$

(3) 多元連立1次方程式

(14), (15)式の左辺に(13), (10)式を, (16)式の左辺に(12), (10)式を代入して整理すると, (17)~(19)式で構成される $(3n-1)$ 個の未知数 $\{M_2, \dots, M_n; C_1, \dots, C_n; D_1, \dots, D_n\}$ に関する同数個の連立1次方程式が得られる(両端部の M_1, M_{n+1} は指定する)。

$$P_0(i)M_i + P_1(i)M_{i+1} + B_i x_i C_i + B_i D_i = B_i (y_i - k_0 x_i^2 / 2) \quad (i = 1, \dots, n) \quad (17)$$

$$Q_0(i)M_i + Q_1(i)M_{i+1} + B_{i+1} C_i + B_i D_i = B_i (y_{i+1} - k_0 x_{i+1}^2 / 2) \quad (i = 1, \dots, n) \quad (18)$$

$$R_0(i)M_i + R_1(i)M_{i+1} + R_2(i)M_{i+2} + C_i - C_{i+1} = 0 \quad (i = 1, \dots, n) \quad (19)$$

ただし次の(20)から(26)式の置換を施している。

$$P_0(i) = \{x_i^2(3x_{i+1} - x_i) / 6 - B_i x_i / F_i\} / (x_{i+1} - x_i) \quad (20)$$

$$P_1(i) = (-x_i^3 / 3 + B_i x_i / F_i) / (x_{i+1} - x_i) \quad (21)$$

$$Q_0(i) = \{x_{i+1}^3 / 3 - B_i x_{i+1} / F_i\} / (x_{i+1} - x_i) \quad (22)$$

$$Q_1(i) = \{x_{i+1}^2(x_{i+1} - 3x_i) / 6 + B_i x_{i+1} / F_i\} / (x_{i+1} - x_i) \quad (23)$$

$$R_0(i) = x_{i+2}^2 / \{2B_i(x_{i+1} - x_i)\} \quad (24)$$

$$R_1(i) = x_{i+1}(x_{i+1} - 2x_i) / \{2B_i(x_{i+1} - x_i)\} - x_{i+1}(2x_{i+2} - x_{i+1}) / \{2B_{i+1}(x_{i+2} - x_{i+1})\} \quad (25)$$

$$R_2(i) = x_{i+1}^2 / \{2B_{i+1}(x_{i+2} - x_{i+1})\} \quad (26)$$

(4) 解法と解の性質

(17)~(19)の左辺から既知項 M_1, M_{n+1} を含む項を右辺に移項した後に三つの式を行列の形に整理して(27)式を得る。

$$A \cdot Z = Y \quad (27)$$

ただし, Z は $(3n-1)$ 次元の未知数ベクトル $(M_2, \dots, M_n; C_1, \dots, C_n; D_1, \dots, D_n)^T$, A は $(3n-1)$ 行 $(3n-1)$ 列の x_i, B_i, F_i によつて定まる係数行列, Y は $(3n-1)$ 次元の y_i と他の既知量で構成される既知ベクトルを表す。

(27)式から未知数ベクトル Z は(28)式により求められる。

$$Z = A^{-1} \cdot Y \quad (28)$$

ここで A の逆行列 A^{-1} は Gauss-Seidel 法により計算した。 Z が求まるとこれを(7)(9)(12)(13)式に代入して鋳片の歪みと変形が計算できる。

ロール位置の y 座標 y_i は(28)式において Y の中にか現れないから未知数ベクトル Z はロールの y 座標と線形関係にあることがわかる。一方, (7)(8)(9)式から鋳片の矯正歪みは未知数ベクトル Z の成分と線形関係にあるので, 結局鋳片歪みとロールの y 座標は線形関係にあることになる。例えば曲げ歪み ε については任意の $y_i^1, y_i^2 (i=1, \dots, n+1)$ の組合せについて(29)式が成立する。

$$\varepsilon(y_1^1 + y_1^2, y_2^1 + y_2^2, \dots, y_{n+1}^1 + y_{n+1}^2) = \varepsilon(y_1^1, y_2^1, \dots, y_{n+1}^1) + \varepsilon(y_1^2, y_2^2, \dots, y_{n+1}^2) \quad (29)$$

また式(7), (9), (17)~(26)の形から鋳片の剛性が長手方向に一樣な場合には鋳片の矯正歪みは剛性によらず一定の分布をとることがわかる。

3.3.2 クリーブ・モデル

(1) 基礎方程式

鋳片の応力-歪み特性として次の線形クリープ性を仮定した。

$$\sigma = \mu \varepsilon(t) \quad (30)$$

ここで σ は応力, μ は比例定数, $(\cdot)$ は $(\cdot)$ の時間 t に関する実質微分で, (31)式で表される。

$$(\cdot) = \frac{\partial(\cdot)}{\partial t} + V \frac{\partial(\cdot)}{\partial x} \quad (31)$$

ただし V は鋳造速度である。

いま簡単のため鋳片の厚さ中央に曲げの中立軸があるとする, 水平位置 x における曲げモーメント $M(x)$ は(32)式で表される。

$$M(x) = \int_{-d/2}^{d/2} \sigma(x) b z dz \quad (32)$$

ただし, b は鋳片幅, d は鋳片厚である。

(9), (30)~(32)式から, 定常状態においては

$$M(x) = A(x) \cdot y'''(x) \quad (33)$$

ただし $A(x)$ は鋳片のクリープ曲げ剛性で(34)式で表される。

$$A(x) = V b d^3 \mu(x) / 12 \quad (34)$$

いま鋳片の形状が入側から既に一定の y''' の大きさを有する場合も考慮して(33)式を差分の形に表現しておく。

$$\Delta y'''(x) = \Delta \{M(x) / A(x)\} \quad (35)$$

ただし, Δ は基準値からの差, $(\cdot)'$ は x に関する微分を表す。

全く同様に剪断変形の釣合式は(36)式となる。

$$\Delta y''(x) = \Delta \{S(x) / H(x)\} \quad (36)$$

(35)式に(11)式を代入し①区間で x について積分した式に(36)式による剪断変形効果を加えて(37)式を得る。また(37)式を順次積分して(38), (39)式を得る。

$$\overset{\textcircled{1}}{y}''(x) = |M_i x + S_i(x^2/2 - x_i x)| / A_i + S_i / H_i + C_i \dots\dots\dots (37)$$

$$\overset{\textcircled{2}}{y}'(x) = |M_i x^2/2 + S_i(x^3/6 - x_i x^2/2)| / A_i + S_i x / H_i + C_i x + D_i \dots\dots\dots (38)$$

$$\overset{\textcircled{3}}{y}(x) = |M_i x^3/6 + S_i(x^4/24 - x_i x^3/6)| / A_i + S_i x^2 / (2H_i) + C_i x^2/2 + D_i x + E_i \dots\dots\dots (39)$$

ここで A_i , H_i はそれぞれ $A(x)$, $H(x)$ の x_i での値を, C_i , D_i , E_i は積分定数を表す。

(2)境界条件

単純支持の仮定からロール位置においてモーメントは連続, 剪断力は不連続であるから, (35), (36)式から y'' のみがロール位置で不連続となる。

$$\overset{\textcircled{1}}{y}(x_i) = y_i \quad (i = 1, \dots, n) \dots\dots\dots (40)$$

$$\overset{\textcircled{2}}{y}(x_{i+1}) = y_{i+1} \quad (i = 1, \dots, n) \dots\dots\dots (41)$$

$$\overset{\textcircled{3}}{y}'(x_{i+1}) = \overset{\textcircled{3}}{y}'(x_i) \quad (i = 1, \dots, n-1) \dots\dots\dots (42)$$

$$\overset{\textcircled{4}}{y}''(x_{i+1}) - \overset{\textcircled{4}}{y}''(x_i) = S_i/H_i - S_{i+1}/H_{i+1} \quad (i = 1, \dots, n-1) \dots\dots\dots (43)$$

$$\overset{\textcircled{5}}{y}''(x_1 + 0) = k_0 + S_1/H_1 \dots\dots\dots (44)$$

ただし k_0 は入側曲率である。

(3)多元連立1次方程式

(40), (41)式の左辺に(39)式を, (42)式の両辺に(38)式を, (43), (44)式の左辺に(37)式を代入して, (10)式を用いて整理すると(45)~(49)式から構成される, $(4n-1)$ 個の未知数 $\{M_2, \dots, M_n; C_1, \dots, C_n; D_1, \dots, D_n; E_1, \dots, E_n\}$ に関する $(4n-1)$ 個の連立1次方程式が得られる (M_1 と M_{n+1} は指定値)。

$$U(i)M_i + U_i(i)M_{i+1} + x_i^2 C_i/2 + x_i D_i + E_i = y_i \quad (i = 1, \dots, n) \dots\dots\dots (45)$$

$$V(i)M_i + V_i(i)M_{i+1} + x_{i+1}^2 C_i/2 + x_{i+1} D_i + E_i = Y_{i+1} \quad (i = 1, \dots, n) \dots\dots\dots (46)$$

$$W(i)M_i + W_i(i)M_{i+1} + W_2(i)M_{i+2} + x_{i+1} C_i - x_{i+1} C_{i+1} + D_i - D_{i+1} = 0 \quad (i = 1, \dots, n-1) \dots\dots\dots (47)$$

$$X(i)M_i + X_1(i)M_{i+1} + X_2(i)M_{i+2} + C_i - C_{i+1} = 0 \quad (i = 1, \dots, n-1) \dots\dots\dots (48)$$

$$PM_1 + QM_2 + C_1 = k_0 \dots\dots\dots (49)$$

ただし(50)~(54)式の置換えを行つている。

$$U(i) = x_i^3/(6A_i) + \{x_i^4/(8A_i) - x_i^2/(2H_i)\}/(x_{i+1} - x_i) \dots\dots\dots (50)$$

$$U_i(i) = \{-x_i^4/(8A_i) + x_i^2/(2H_i)\}/(x_{i+1} - x_i)$$

$$V(i) = \{x_{i+1}^4/(8A_i) - x_{i+1}^2/(2H_i)\}/(x_{i+1} - x_i)$$

$$V_i(i) = \{x_{i+1}^3(x_{i+1} - 4x_i)/(24A_i) + x_{i+1}^2/(2H_i)\}/(x_{i+1} - x_i) \dots\dots\dots (51)$$

$$\left. \begin{aligned} W(i) &= \{x_{i+1}^3/(3A_i) - x_{i+1}^2/(2H_i)\}/(x_{i+1} - x_i) \\ W_i(i) &= x_{i+1}^2 \{[(x_{i+1} - 3x_{i+2})/(6A_{i+1}) + 1/(2H_{i+1})]/(x_{i+2} - x_{i+1}) + [(x_{i+1} - 3x_i)/(6A_i) + 1/(2H_i)]/(x_{i+1} - x_i)\} \\ W_2(i) &= \{x_{i+1}^3/(3A_{i+1}) - x_{i+1}^2/(2H_{i+1})\}/(x_{i+2} - x_{i+1}) \end{aligned} \right\} \dots\dots (52)$$

$$\left. \begin{aligned} X(i) &= x_{i+1}^2/2A_i(x_{i+1} - x_i) \\ X_1(i) &= x_{i+1} \{[(x_{i+1} - 2x_i)/2A_i(x_{i+1} - x_i) + (x_{i+1} - 2x_{i+2})/2A_{i+1}(x_{i+2} - x_{i+1})]\} \\ X_2(i) &= x_{i+1}^2/2A_{i+1}(x_{i+2} - x_{i+1}) \end{aligned} \right\} \dots\dots (53)$$

$$\left. \begin{aligned} P &= x_1/A_1 - x_1^2/2A_1(x_2 - x_1) \\ Q &= -x_1^2/2A_1(x_2 - x_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots (54)$$

(4)解法と解の性質

(45)~(49)式を行列の形に整理した後に Gauss-Seidel 法により $(4n-1)$ 個の未知数を求め, これらを(37)~(39), (9)式に代入して鑄片の変形と歪みが得られる。また $3 \cdot 3 \cdot 1$ と同様の議論により, 1) 鑄片の矯正歪みがロールの y 座標と線形の関係にあること, 2) 鑄片の長手方向の剛性が一定でかつロール配列両端部での曲げモーメントが鑄片剛性が比例する場合には, 鑄片の矯正歪みは剛性によらずロール配列のみにより決定されることが容易に証明できる。

4. 結果と考察

4.1 解析モデルから導出される歪みの基本挙動

4.1.1 応力特性の影響 (弾性とクリープ)

Fig. 4 は同じ矯正プロフィールに対する弾性モデルとクリープモデルの曲げ矯正累積歪みの計算値を比較したものである。クリープのほうが滑らかな変化を示しているのは曲線の次数が1だけ大きいからである。しかし矯正帯全域にわたる歪みの概略形状は両者でほぼ一致する。これは鑄片の曲率半径が(相似変換前でも)ロールピッチに対して十分大きいため, 大域的な鑄片の歪み分布はほとんどロール配置のみによつて決定され, 材料の応力特性には余り影響を受けないことを示している。したがつてロール間での詳細な歪み分布を特に問題とせず, ロール間の歪み増分のみを設計の指標として用いるような場合には, 弾性モデルでもクリープモデルでもほぼ同様な結果が得られる。しかしロール間の微視的な歪み分布は応力特性の影響を強く受け, 特にバルジングやミスアライメントのように, 短い変動要因をもつ現象では, 弾性とクリープではロール間で全く異なつた歪み分布となる。

4.1.2 鑄片剛性分布の影響

Fig. 5 に示すように, 剛性が緩やかに変化する場合

Fig. 4. Strain distributions of an elastic beam and a creep beam for an unbending profile.

Fig. 5. The influence of rigidity distribution on strain distribution (elastic model).

の曲げ矯正の歪み分布は、剛性の総変化量が大い場合でも、剛性が一定の場合とほぼ同一である。これはモーメントの伝播が Short range の現象で 2~3 ロールピッチ以上離れると剛性の影響を受けなくなるためである。

4.2 多点矯正挙動

4.2.1 解析モデルの妥当性

4.1.1 で述べたように弾性モデルとクリープモデルで歪みの計算値はほぼ一致するので、以下の計算値と実測値の比較は実測値との一致の度合いが小差ながら優れているクリープモデルで行う。また歪みは内部割れの推定によく使われるロール間での増分という形で表示する。後に Fig. 6, Fig. 7 で示すように、1 点矯正・連続多点矯正・断続的の多点矯正とも矯正プロファイル全般に実測値と本解析モデルによる計算値の一致は良好である。これに対して従来しばしば用いられてきた簡易式(1)による計算値は部分的にしか適合しないことが判明した。これは従来式(1)が、鋳片の曲率半径がロール位置でのみ変化し、矯正歪みがこの点でのみ発生するという前提に基づいている点与实际と異なるためであろう。力学的な考

察によつても(1)式のごとく曲率がロール直上で変化するとすればこの位置で曲げモーメントが不連続になり矛盾が生ずる。また(1)式によれば隣接ロール以外は歪みに影響がないことになり、後で述べる実験結果と比較して見ると曲げモーメントの伝播範囲を狭く限定しすぎている。

4.2.2 多点矯正挙動

(1) 矯正歪みの定義

上記の解析モデルと模型実験により多点矯正時の鋳片矯正歪み挙動を調べた。ここで言う矯正歪みはロール間歪み差 ε_{i+1} で代表させており(55)式で定義される。

$$\varepsilon_{i+1} = \varepsilon(i+1) - \varepsilon(i) \quad (i=1, \dots, n) \quad (55)$$

ここで、 ε_{i+1} は $(i+1)$ 番ロールでのロール間歪み差、 $\varepsilon(i)$ は i 番ロールでの(9)式で算出される累積歪みである。

ただしこの方式では x_{i+1} と x_i の両位置の歪みの差をそれらの中間点 $(x_{i+1} + x_i)/2$ ではなく x_{i+1} に代表させるため歪み変動がロール後方に偏って表示される。

(2) 1 点矯正

Fig. 6 から 1 点矯正の場合には本解析モデル計算値は実測値と良く一致する。また矯正歪みは従来の歪み式(1)と異なり、曲率変更ロールに集中するのではなく、約 1/2 に分散されることがわかる。歪み分布が曲率変更ロールに対して対称でなく 1/2 ピッチ右寄りとなされるのは節(1)で述べた理由によるが、実際には左右に均等に分散している。

(3) 連続多点矯正

Fig. 7 に 2 点矯正のロール間矯正歪みの分布を示す。図中、(a)~(d) は連続矯正から 3 点飛ばし矯正の場合に当たる。Fig. 7(a) のごとく矯正点数によらず本解析モデルによる計算値と実測値は良く一致する。従来式(1)について見ると矯正帯の端部以外は従来式と実測値は良く一致するが、矯正帯の入口と出口においては、実測値は従来式の約 1/2 に分散する。4 点連続矯正までの結果から一般の N 点連続矯正の挙動は次のように推定できる。

N 本のロールが構成する $(N-1)$ 区間で均一に歪みが分布し、両端ロールとその外側のロールで構成される 2 区間でそれぞれ中央部の 1/2 に歪みが発生する。したがって中央部の歪み増分の大きさ ε_{med} は総合矯正歪みを E とすると(56)式の大きさとなる。

$$\varepsilon_{med} = E / [(N-1) + 1/2 \times 2] = E / N \quad (N \geq 2) \quad (56)$$

ただし $N=1$ の場合は中央部の区間が消失し両端部のみが残るから発生する歪みは約 $E/2$ となる。

以上の挙動は連続多点矯正プロファイルを、1 点矯正を

連続的に並べたものと解釈すると良く説明できる。すなわち 1 点矯正の場合は歪みが矯正点前後に $1/2$ ずつ分散するが、 $3 \cdot 3 \cdot 1(4)$ と $3 \cdot 3 \cdot 2(4)$ に記したごとく矯正歪みはロールの y 座標に対して線形であるため重ね合せが成立し、矯正帯の端部以外は(56)式の歪みの大きさとなると考えられる。

(4) 断続的多点矯正

Fig. 7 の (b), (c), (d) に見るごとく、前節(2)および(3)と同様に、従来式(1)は実測値に適合しないが本解析モデルと実測値は良く一致している。

そして歪みの最大値は飛ばし点数(同一曲率区間数-1)に関係なく従来式(1)の値の約 $1/2$ の値をとる。すなわち 1 点飛ばし矯正では、矯正歪みが矯正区間全域にはば均等に分散されるため、歪みは従来式の約 $1/2$ の大

きさとなる。

また 2 点飛ばし以上の矯正においても、矯正歪みは 1 点飛ばしの場合と同様 $1/2$ 程度にしか分散されず、飛ばし点数を増加しても矯正歪みは分散しない。したがって 1 点飛ばし矯正の場合は矯正区間で均一な歪み分布となるが、2 点飛ばし以上になると曲率変更点の中間で歪みがいつたん消失する。すなわち曲率変更ロールが 3 ロールピッチ以上離れると各矯正点間の干渉が消失し、それぞれの矯正点が独立する。

その結果、 N 点矯正の 1 点飛ばしと $2N$ 点矯正の連続矯正はほぼ同じ大きさの矯正歪みとなり、また機長・機高ともほぼ同一であるため、両者は実質的に同等と考えてよい。2 点以上飛ばしの N 点矯正では、矯正に関しては遊び区間を生じ $2N$ 点連続矯正よりも機長・機高が大きくなる。

(5) 矯正歪みの簡易表現

設計上の曲率変化 $(1/r_i - 1/r_{i-1})$ を $N(N \geq 1)$ 点に等しく配分した矯正プロフィールにおいて、最大矯正歪みと矯正点数の関係は、前節(2), (3), (4)を総合して、Fig. 8 のように表される。そして 1 点および多点矯正の表面最大歪み増分 ε_{max} は、従来式(1)に代わる新しい簡易式(57)で表現できる。

$$\varepsilon_{max} = \begin{cases} 0.55 E & (1 \text{ 点矯正}) \\ (1 \sim 1.1) E / N & (N \text{ 点連続矯正}) \\ 0.55 E / N & (N \text{ 点断続矯正}) \end{cases} \dots (57)$$

ただし、(57)式は表面歪みであるから凝固界面歪みを求めるときは(57)式の ε_{max} に $2(d/2 - S)/d$ を乗ずる。

Fig. 7. Strain increment distributions of two-points unbending (creep model).

Fig. 8. Influence of number of unbending points and skips on the strain increment between rolls (creep model).

5. 結 言

高温鋳片製造に適した低機高連鋳機の設計のため、多点矯正挙動を解析モデルと模型実験の両面から調べ、以下の点が判明した。

(1) 多点矯正の歪み実測値は、従来の式とは一致しないが、本解析モデル計算結果とは良く一致する。

(2) ロール間の歪み増分および累積矯正歪みの、矯正プロフィール全体にわたる大域的分布形状は、鋳片の異なった応力特性(弾性とクリープ)のもとでもほぼ一定で、ロール配置のみでほぼ決定される。また長手方向に緩やかに剛性が変化する鋳片の矯正歪みは、剛性分布の影響をほとんど受けず、一様剛性鋳片のそれにはほぼ等しい。

(3) 多点矯正挙動については

i) 1点矯正では、歪みは従来の式の約 1/2 に分散される。

ii) 多点矯正については、連続矯正では最大歪みが従来の式の値にはほぼ等しく、ロールを飛ばした断続矯正では飛ばし数に無関係に最大歪みが従来の式の値の約 1/2 の大きさとなる。

iii) この結果、多点矯正歪みは新しい簡易式(57)で表現できる。

記 号

A : 鋳片のクリープ曲げ剛性

$A: x_i, B_i, F_i$ によって定まる既知の $(3n-1)$ 次行列

B : 鋳片の弾性曲げ剛性

b : 鋳片幅

C_i, D_i, E_i : 第 i 区間での積分定数

d : 鋳片厚

E : 総合矯正歪み

F : 鋳片の弾性剪断剛性

H : 鋳片のクリープ剪断剛性

j_0 : 鋳片の初期(入側)傾斜

k_0 : 鋳片の初期(入側)曲率

k : 相似変換の角度縮尺率

M : 曲げモーメント

N : 矯正点数

n : 総区間数

R_i : 第 i 区間での設計上の曲率半径

S : 剪断力

s : 凝固シェル厚

V : 鋳造速度

x, y : 2次元座標

x_i, y_i : i 番目のロールの座標

$Y: y_i$ と他の既知量で定まる $(3n-1)$ 次元ベクトル

Z : $(3n-1)$ 次元の未知数ベクトル

ギリシャ文字

ε : 矯正歪み

ε_i : $(i-1)$ 番ロールから i 番ロールまでの矯正歪みの増分

ε_{med} : 連続矯正区間の中間部(端部以外)の矯正歪み増分

ε_{max} : 表面最大歪み増分

λ : 曲率

μ : 線形クリープの比例定数

σ : 応力

添え字・演算子

Δ : 基準値からの差を表す添え字

i : 第 i 区間での定数を表す添え字

$\textcircled{i}$: 第 i 区間での変数を表す上付き添え字

$()^A$: 相似変換の演算子

$()'$: x に関する微分を表す演算子

$()^*$: 時間 t に関する実質微分を表す演算子

文 献

- 1) 若林 勝, 早瀬進資: 日立造船技報, **34** (1973), p. 65
- 2) 竹原鋭郎, 岩崎 武: 三菱重工技報, **6** (1969), p. 615
- 3) 大西邦彦, 長井邦雄, 若林 勝: 鉄と鋼, **67** (1981), p. 1162
- 4) 大西邦彦, 長井邦雄, 橋本俊栄: 鉄と鋼, **72** (1986), p. 2225
- 5) 宿利清己, 山根良明, 加賀山保一, 館 正幸, 勝田久雄, 長田修次: 鉄と鋼, **72** (1986), S991
- 6) 安田一美, 長田修次, 林田道弥, 伊藤幸良, 大橋徹郎, 鈴木久夫: 鉄と鋼, **72** (1986), S992
- 7) 松宮 徹, 梶岡博幸, 長田修次, 武田安夫, 井垣至弘, 丹野 仁: 鉄と鋼, **72** (1986), S993
- 8) F. OETERS, H. C. DRÖMER, J. U. FISCHER and J. FRÖBER: The 4th Japan-Germany Seminar, The Iron and Steel Institute of Japan, Tokyo, Japan (1980) Nov, p. 229