© 1992 ISIJ

論文

相変態を考慮した粘塑性構成式による低合金
鋼鑄塊の熱応力及び残留応力の解析戎 嘉男*・関根 和喜*²・葉山益次郎*²Analysis of Thermal and Residual Stresses of a Low Alloy Cast Steel
Ingot by the Use of Viscoplastic Constitutive Equations Considering
Phase Transformation

Yoshio EBISU, Kazuyoshi SEKINE and Masujiro HAYAMA

Synopsis :

It was found that the applied temperature range of ANAND's equations based on an internal variable theory, which describe the rate- and temperature-dependent constitutive relations, can be extended to lower temperatures less than a homologous temperature of 0.6 for a high carbon low alloy cast steel. Furthermore, phase transformation was introduced into these constitutive equations, thereby making it possible to represent stress-strain responses for all temperatures by a set of constitutive equations. To verify the above treatment under continuous cooling situation, including pearlitic transformation, a compression test with constant strain rate was performed. The result showed a reasonable agreement with the calculated stress-strain curve and the necessity to take into account 'transformation plasticity'. The main purpose of this paper is to develop a finite element method based on thus extended constitutive equations capable of calculating thermal stresses during an entire ingot casting process. The effects of transformation plasticity were also incorporated. The residual stresses measured at the surface of ingot have shown a reasonable agreement with the calculated values, verifying the method proposed. Although the analysis was done for this particular steel ingot, this method should be useful for analyzing other casting processes and materials.

Key words : constitutive equation; viscoplasticity; low alloy steel; ingot casting; thermal stress; residual stress; phase transformation; transformation plasticity; finite element method.

1. 緒 言

鑄造プロセスにおいて凝固・冷却の際に生ずる熱応力あるいは冷却後の残留応力状態を知ることは、割れ、変形などの問題を考察する際重要である。本論文においては、著者らが前報¹⁾で報告した高温 ($T/T_M > 0.5$; T_M = 融点) で適用される ANAND の粘塑性構成式²⁾を低温域まで拡張し、さらに相変態を構成系に導入することによって、鑄造プロセスの基本である造塊工程における熱応力及び冷却後の残留応力の解析を試みた。

内部変数理論に基づく ANAND の構成式を用いる利点の一つは、凝固後の冷却過程において連続的に変化するひずみ速度と温度の影響を材料内部の微細構造の履歴と

して記憶できるので、応力・ひずみ状態をより正確に解析できることである。

ところで、鋼塊の鑄造においては、材料はパーライト変態を生じるので残留応力の解析を精度よく行うためには変態に伴う膨張および変態塑性現象を考慮に入れる必要がある。

本論文では、まず第2章で ANAND の構成式の低温域への適用性について検証する。次に第3章において凝固および相変態を含む温度計算および本論文で提案する有限要素法による熱応力解析方法について述べる。第4章、第4・1節で単軸圧縮試験を行い、パーライト変態を含む温度降下中の応力-ひずみ特性を示し、単軸シミュレーションと比較することにより、本解析方法の予備的検証

平成3年10月9日受付 (Received Oct. 9, 1991)

* 横浜国立大学工学部 (現: (株)エビス) (Faculty of Engineering, Yokohama National University, Now EBIS Corporation, 5-10-6 Araisano Sagami-hara 228)

*² 横浜国立大学工学部 工博 (Faculty of Engineering, Yokohama National University)

を行う。最後に第4・2節において有限要素法による熱応力解析を行い、前報¹⁾で溶製した鋼塊の残留応力測定値と比較し本解析方法の妥当性について検証する。なお、本論文で用いた材料は前報¹⁾と同一の高炭素 Ni-Cr-Mo 低合金鋼である。

2. ANAND の構成式の低温域への拡張

ANAND²⁾によって提案された構成式は前報¹⁾で概説したごとく次の三つの式から成り立つ。

$$\dot{\epsilon}^p = A[\exp(-Q/kT)](\sigma/S)^{1/m}, \sigma < S \quad (1)$$

$$\dot{S} = h_0 \left(1 - \frac{S}{S^*}\right) \dot{\epsilon}^p \quad (2)$$

$$S^* = \bar{S} \left[\frac{\dot{\epsilon}^p}{A} \exp\left(\frac{Q}{kT}\right) \right]^n \quad (3)$$

(1)式において、 $\dot{\epsilon}^p$ は塑性ひずみ速度、 S は転位密度などの材料内部の微細構造によって決まる内部変数、 m はひずみ速度感受性指数、 A は正の定数(振動数因子)、 Q は活性化エネルギー、 k は Boltzmann 定数、 T は温度、 σ は応力である。 S の進化速度 $\dot{S}$ はひずみ硬化速度を表す h_0 と動的回復によるひずみ軟化速度を表す $h_0 S/S^*$ の釣合いによって決まるものとする。 S^* は S の飽和値である。材料パラメーター h_0 、 $\bar{S}$ および n はすべて0でない正の値を持つ。ANANDはこれの構成式の適用温度範囲を融点の1/2以上としており低温での適用性については言及していない。

一般に金属材料の塑性変形には低温での転位の運動を主とする変形から高温での拡散律速型の変形に至るまで多くの変形機構があることはよく知られており(例えば、FROSTとASHBY³⁾はこれらを五つのグループに分類整理している)、それぞれの温度及びひずみ速度範囲において種々の構成式が提案されている。本来、塑性流れは絶対零度を除く温度で動的な熱活性化過程によって生ずるものと見なせる⁴⁾。さらに、凝固直後の高温から常温までの応力-ひずみ挙動を一つの構成関係で表現できれば計算アルゴリズム上好都合である。このような観点から、ANANDの構成式について吟味してみよう：

(1) Q は $T/T_M > 0.5$ の高温では自己拡散の活性化エネルギーとはほぼ同程度の値を持つと考えてよいが、低温域では温度低下とともに小さくなるものと予想される。(例えば文献6)の純Al多結晶体のクリープ変形における活性化エネルギーの温度変化を参照されたい。)

(2) 一般に低温ではひずみ速度感受性は小さくなる。

(3) 低温では転位のすべり運動による相互作用が活発になることから h_0 は温度低下とともに大きくなるものと期待される。一方、動的回復は低温ではほとんど生じ

ない。ゆえに、 $h_0 S/S^*$ が小さくなるよう $\bar{S}$ 、 n 、 Q 等が決まってくるものと期待される。

以上の考察から、 Q 、 m 、 h_0 、 $\bar{S}$ 、 S の初期値 S_0 および n をすべて温度の函数と見なし、700°C以下のパーライト域で圧縮試験を行い、これらの値を決定することを試みた。前報¹⁾にて溶製した鋳塊より圧縮試験片を切り出し(化学成分、試料採取位置等は前報参照のこと)、試験温度25、250、500および700°Cの4水準、ひずみ速度 10^{-1} 、 5×10^{-2} 、 10^{-2} 、 10^{-3} および 10^{-4} s^{-1} の5水準で真空圧縮試験を行い真応力-真ひずみ曲線を得た。

Fig. 1. Temperature-dependent material parameters in ANAND's constitutive equations for the low alloy steel ingot¹⁾ determined from compression tests. Symbols denote the values determined at each discrete temperature.

(試験機は前報同様富士電波工機製 THERMECMAS-TOR-Z)。紙面の都合でここでは示さないが、 250°C 、 $5 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ 以下のひずみ速度でひずみ速度が小さくなるほど、流動応力が増加する現象が認められた。これは明らかに溶質雰囲気形成によって誘起される動的ひずみ時効⁷⁾と考えられる。(ひずみ時効を示さない $\dot{\epsilon} = 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ の最大応力に比べて $\dot{\epsilon} = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ のそれは約 135 MPa の増加が認められた。) 前述のごとく、ただ一つの内部変数 S を用い、ひずみ硬化と動的回復による軟化の釣り合いによって $\dot{S}$ が決まるとするメカニズムではこのような特殊な現象を扱うのは不便なのでパラメーターの決定に際してこの現象を無視した。実際の鋳塊においては、4・2 節で述べるごとく、ひずみ時効を生ずる温度域では熱弾性変形と見なされるのでこの仮定は妥当と考えられる。結果のデータ解析 (方法は文献 2) と基本的に同じに際して $A = 10^{11} \text{ s}^{-1}$ と仮定した。ただし、(1) 式において $\sigma < S$ に対する要請から Q と A は $Q < kT \ln(A/\dot{\epsilon}^p)$ なる関係を満足しなければならないことを付記しておく。また、これらのパラメーターに応力依存性が認められたが、温度依存性に比べて比較的小さいので無視した。結果を Fig. 1 に示す。(図にはオーステナイトに対する前報¹⁾の値を若干修正したものも含まれている。) Q , m , h_0 等の温度変化は期待されたとおりの傾向を示している。パーライト変態温度範囲で h_0 , S_0 などに不連続性が認められる。(文献 3) の変形機構図 Fig.

Fig. 2. Compressive stress-strain curves for various strain rates at room temperature for the low alloy steel ingot¹⁾: The full lines are theoretically calculated while experimental data denoted by symbols.

8, 7 と対すると興味深い。) 1 例として Fig. 2 に室温における実験値とこれらのパラメーターを用いて計算した真応力-真ひずみ曲線を示す。実験値と計算値の良好な一致が認められ、高温のオーステナイト (前報参照) と比較して、室温でひずみ速度依存性が小さくなる傾向をよく示している。

3. 解析方法

3.1 凝固・冷却過程における温度及び組織の解析

鋳塊の凝固および冷却中の温度分布については差分法による円筒座標系 2 次元の数値解析を行って求めた (前報¹⁾参照)。この際、パーライト変態による潜熱の発生を考慮する必要がある。(具体的には潜熱項 $\rho_s L_p \partial g_p / \partial t$ をエネルギー保存式へ追加すればよい: ここに、 ρ_s = 密度, L_p = 変態潜熱, g_p = パーライトの体積率) 本論文では、連続冷却過程でのパーライト変態に関して、核形成と成長速度に関する JOHNSON と MEHR⁸⁾ の理論を用いて岸野ら⁹⁾が提案した (4) 式を用いた。

ここに、 V_{ex} はパーライト粒子の拡張体積、 t は時間、 T は温度であり函数 $f(T)$ は等温変態線図から求められる。本報での供試材に対して、化学成分の類似した材料の等温変態線図から $f(T)$ を (5) 式のごとく定めた。

$$g_p = 1 - \exp(-V_{ex}),$$

$$V_{ex} = \int_0^t f(T)(t - \tau)^3 d\tau \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$f(T) = 5.694 \times 10^{-27} (T - 400)^{4.09} \times (735 - T)^{2.904} \quad \dots\dots\dots (5)$$

Fig. 3 に、このようにして決定した等温および連続冷却変態線図を示す。

3.2 有限要素法による定式化

ここでは前章で述べた応力、ひずみ等についてテンソル記号 (太字で表す) を用いる。擬弾性効果を無視し、ひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ は弾性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}^e$ 、熱膨張および相変態によるひずみ速度 (Thermometallurgical strain rate¹⁰⁾) $\dot{\epsilon}^{thm}$ 、塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}^p$ および変態塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}^{tp}$ に分解されるものと仮定すると、

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^{thm} + \dot{\epsilon}^p + \dot{\epsilon}^{tp} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $\dot{\epsilon}^e$ および $\dot{\epsilon}^{thm}$ はそれぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}^e &= \frac{1 + \nu}{E} \dot{\sigma} - \frac{\nu}{E} (tr \dot{\sigma}) I + \left(\frac{1 + \nu}{E} \right) \dot{\sigma} \\ &\quad - \left(\frac{\nu}{E} \right) (tr \sigma) I \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

$$\dot{\epsilon}^{thm} = \left[\sum_{i=1}^N (a_i \dot{T} + \dot{a}_i T) g_i \right] I + \left[\sum_{i=2}^N \beta_i \dot{g}_i \right] I \quad \dots\dots\dots (8)$$

(7) 式において E は縦弾性係数、 ν はポアソン比であ

Fig. 3. Isothermal and continuous cooling pearlite-transformation diagrams for the low alloy steel ingot¹⁾.

る。(8)式において α は線膨張係数, g は各相の体積率であり添え字 I は, 相を表す ($I=1$ はオーステナイトを $I=2$ はパーライトを表す). β_I は基準となる相 (オーステナイト) から I 番目の相へ変態する時の膨張係数である. 相数 N は本研究の場合オーステナイトとパーライトの2相である.

$\dot{\epsilon}^p$ はいつものように関連流れの法則を用いて

$$\dot{\epsilon}^p = \frac{3\dot{\epsilon}^p}{2\sigma} \sigma' \dots\dots\dots (9)$$

とする. σ' は偏差応力テンソル, σ は相当応力である. $\dot{\epsilon}^p$ は相当塑性ひずみ速度であり単軸の場合について記述した(1)~(3)式で与えられる. パーライト変態中の2相混合状態における塑性ひずみ速度及び $\dot{S}$ については, 構成式(1)~(3)のパラメーター (ただし A は除く) の相体積率による線形結合によって表されるものと仮定した. すなわち, これらのパラメーターを X とすると,

$$X = \sum_{I=1}^N X_I g_I \dots\dots\dots (10)$$

α 及び E についても上式を適用した.

GREENWOOD ら¹¹⁾は, 変態塑性現象は変態進行中, 硬い第2相と軟らかい母相との比体積の違いによって軟らかい母相が塑性状態となり, これに外力が加えられるとその力の大きさと方向によって変態塑性ひずみが方向づけられる現象であると説明している. 本報ではこの説に基づいて導かれた次の実験式¹²⁾¹³⁾を用いる.

$$\dot{\epsilon}^{tp} = \sum_{I=2}^N \left\{ \frac{3}{2} K_I \varphi'(g_I) \dot{g}_I \right\} \sigma',$$

$$\varphi'(g_I) = 2(1 - g_I) \dots\dots\dots (11)$$

ここに, K は変態塑性係数である. 上式には変態の進行に伴って生じる変態塑性現象の特徴が反映されている.

上記(6)~(11)式をマトリックス表示し, $\{\dot{\sigma}\}$ について解くと2相混合状態に対して次式を得る.

$$\{\dot{\sigma}\} = [D](\{\dot{\epsilon}\} - \{\dot{\epsilon}^{thm}\} - \{\dot{\epsilon}^p\} - \{\dot{\epsilon}^{tp}\} - \partial[D]^{-1}/\partial T \{\sigma\} \dot{T}) \dots\dots\dots (12)$$

$$\{\dot{\epsilon}^{thm}\} = \sum_{I=1}^2 (\alpha_I + \partial\alpha_I/\partial T) g_I \dot{T} + \beta_2 \dot{g}_2 \dots\dots\dots (13)$$

$$\{\dot{\epsilon}^p\} = 3\dot{\epsilon}^p/2\sigma \sigma' \dots\dots\dots (14)$$

$$\{\dot{\epsilon}^{tp}\} = 3K_2(1 - g_2)\dot{g}_2 \sigma' \dots\dots\dots (15)$$

$[D]$ は弾性マトリックスである.

仮想仕事の原理を(12)式に適用して要素の剛性方程式

$$[K]\{\dot{u}\} = \{\dot{L}_f\} + \{\dot{L}_E\} + \{\dot{L}_{thm}\} + \{\dot{L}_p\} + \{\dot{L}_{tp}\} \dots\dots\dots (16)$$

を得る. ここに $\{\dot{L}_f\}$, $\{\dot{L}_E\}$, $\{\dot{L}_{thm}\}$, $\{\dot{L}_p\}$ および $\{\dot{L}_{tp}\}$ はそれぞれ外荷重, 弾性定数の温度依存性, 熱膨張ならびに変態膨張, 粘塑性変形および変態塑性ひずみによる等価節点力速度である.

以上が計算に必要な式であるが, 一次微分形式の(1)~(3)および(12)すなわち(16)式は, 非常に「剛い」すなわち非線形性の強い系であり, 単純な one step Euler 法¹⁴⁾が有効である. 本 FEM 解法の利点については前報¹⁾で述べたとおりであるが, 除荷の扱いについても不要であり除荷, 再負荷等の微妙な応力-ひずみ応答を確実に追従できる.

4. 実験および計算結果

4.1 パーライト変態を含む単軸圧縮試験

本節では凝固後の冷却過程がパーライト変態を含むことから, これを含む単軸圧縮試験を行い材料の σ - ϵ 特性に及ぼす変態膨張および変態塑性の影響を調べるとともに, 単軸シミュレーションとの比較検討を行う. 試験条件は, 冷却速度 $-0.1104(^{\circ}\text{C}/\text{s})$ (830°C から 35°C ままで2hで冷却), ひずみ速度 $-1.36 \times 10^{-5} \text{s}^{-1}$ (一定) とした. 試験方法は, 試験片が所定の温度に達した後10min保持し, 冷却開始と同時に所定のひずみ速度で圧縮を開始し, 室温まで冷却した. 得られた真応力-真ひずみ曲線を Fig. 4 に示す.

一方, 単軸の場合(12)式は次のごとく簡単な形となる.

$$\dot{\sigma} = E \{\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}^{thm} - \dot{\epsilon}^p - \dot{\epsilon}^{tp} + E^{-2} (\partial E/\partial T) \sigma \dot{T}\} \dots\dots\dots (17)$$

$\dot{\epsilon}^{thm}$ および $\dot{\epsilon}^{tp}$ は(13)および(15)式 (もちろん一次元に対する) によって, $\dot{\epsilon}^p$ は(1)~(3)式によって与えられる. パーライト変態については(4), (5)式を用いる. 以上が計算に必要な式である. 計算に用いた熱膨張係数を Fig. 5 に示す. 変態膨張率 β_p は0.0012, 変態

Fig. 4. Calculated and experimental stress-strain curves for the compression test with strain rate of $-1.36 \times 10^{-5} (\text{s}^{-1})$ and cooling rate of $-0.1104 (^\circ\text{C/s})$: β_p and K_p respectively are coefficients of expansion and of transformation plasticity in pearlitic transformation.

塑性係数 K_p は $4.1 \times 10^{-5} (1/\text{MPa})$ (いずれも測定値) である。

Fig. 4 に実験値とともに計算結果を示す。横軸の全ひずみ ε は $\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{tm} + \varepsilon^p + \varepsilon^{tp}$ である。実験値では、 800°C 以下で塑性変形が増し、パーライト変態域で応力の低下が認められる。その後温度降下とともに応力が増大し 350°C 以下で再び塑性ひずみが増す。変形後の試料の長さ測定から全塑性ひずみ (対数ひずみ) は 8.3% であった。変態膨張および変態塑性を無視した計算曲線 1 と変態膨張のみを考慮した曲線 2 はほとんど一致している。これは変態膨張 (0.0012) が熱膨張の約 1/10 と小さいためである (しかしながらこれは、次節で述べるごとく変態膨張を無視してよいことを意味しない)。これに対してさらに変態塑性を考慮した曲線 3 では、変態域で応力緩和が認められより実験値に近い。この近傍で計算値が高めとなっているが、全体的には計算値と実験値の良い一致が認められ解析方法が妥当であることを示すものである。

4.2 鑄造実験

4.2.1 温度および組織変化

前報¹⁾にて溶製した高炭素低合金鑄塊 (直径 200 mm ϕ , 高さ 560 mm) について 3.1 節で述べた方法によって凝

Fig. 5. Thermal properties of the low alloy steel and the cast iron mold.

固開始から室温まで通して温度計算を行った。Fig. 6(a) に鑄型形状を示す。乾燥型③の比熱は $1.089 (\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}))$ 、熱伝導率は $1.26 (\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K}))$ 、密度は $2000 (\text{kg}/\text{m}^3)$ とした。鑄塊及び金型②の密度はそれぞれ 7500 及び $7000 (\text{kg}/\text{m}^3)$ とした。その他の熱物性値は Fig. 5 に与えられている。パーライト変態潜熱は $8.37 \times 10^4 (\text{J}/\text{kg})$ とした。なお、鑄塊上面は断熱とした。鑄塊/鑄型境界における伝熱抵抗を Fig. 7 に示す。これらは種々の文献¹⁵⁾を参考に温度変化の実測値と計算値が最もよく一致するよう決めたものである。結果を Fig. 8 に示す。図には各位置 (鑄塊軸心からの半径 r および底面からの高さ z によって与えられる; これらの位置は鑄塊を切断して決定した) における温度変化の実測値と計算値を示した。凝固潜熱の影響およびパーライト変態による再熱現象が明瞭に現れており計算値と実測値は良好な一致を示している。

4.2.2 熱応力および残留応力

前節で得られた温度計算結果を用い、3.2 節で述べた有限要素法によって鑄塊の熱応力計算を行った。要素分割および境界条件を Fig. 6(b) に示す。計算に必要な物性値はすでに述べたとおりである。凝固中の液相については、温度にかかわらず、構成式のパラメーターおよびその他の物性値について固相温度 (1368°C) における値を適用することによって固相と液相を区別せず一体として扱った。融点付近の応力は僅少であり全体からみれば無視してよい。なお、鑄塊上部の引け巣は考慮に入れない。温度分布を Fig. 9(a) に、FEM による計算結果を Fig. 9(b)~(d) 及び 10 に示す。Fig. 9(a) より凝固の進行とともに底面からの抜熱の影響が顕著に現れ押湯 (上部乾燥型部) に向かって指向性凝固する様子がよくわかる。パーライト変態領域も大略底部から変態が始

Fig. 9. Temperature, phase and stress distributions. In (a) phase boundaries are delineated by broken lines : L = liquid, S = solid, A = austenite, P = pearlite. In (b) to (d) tensile(+) and compressive(-) stress boundaries are delineated by broken lines (unit in MPa).

Fig. 10. Stress and plastic strain variations at the outer surface element (7, 4), located fourth from the bottom: Broken lines (σ'_θ and σ'_z) represent the case $\beta_p = 0$ and $K_p = 0$.

(7, 4) 表面のX線による残留応力測定値は、 $\sigma_\theta = -88$ 及び $\sigma_z = -118$ MPaであった。一方、計算値（外挿値）は $\sigma_\theta = -62$ 及び $\sigma_z = -61$ (MPa)である。この差の原因として物性値の精度あるいは実験上の誤差などを考慮すれば、妥当な結果と考えられる。

5. 結 言

前報に引き続き、温度及びひずみ速度依存性を考慮した内部変数理論として ANAND によって提案された構成式の適用温度範囲を低温域まで拡張し、さらに相変態を構成式系に導入することによって低合金鑄塊の熱応力解析を行った。結果を要約すると次のとおりである。

(1) ANAND の構成式によって低温域における応力-ひずみ応答を表現できることを示した。また、パーライト変態を含む定冷却速度及び定ひずみ速度の圧縮試験を行い連続冷却過程での応力-ひずみ特性を調べた。計算値と実験値は良好な一致を示し、変態塑性現象を考慮する必要性を示している。以上より凝固直後の高温から室温に至る全温度範囲で応力-ひずみ応答を一つの構成式系で表すことが可能となった。種々の微視的変形のメカニズムは構成式の各種パラメーターの温度変化（及び応力依存）特性の中に包含されていると解釈される。

(2) 鋼塊の熱応力に及ぼすパーライト変態膨張の影響はかなり大きい。パーライト変態域は底部外周から押湯中心に向かって時間とともに移動する。変態塑性現象によって熱応力は緩和されるが膨張による応力軽減と比べるとその程度は小さい。変態終了後鋼塊は熱弾性変形を呈する。室温における残留応力の測定値と計算値は妥当な一致を示しており、本論文で提案した解析方法が十分実用に耐え得ることを検証できた。

なお、構成式のパラメーターの決定に際して、ひずみ時効等の特殊な現象の扱いについて注意を必要とするが、これらの構成式がひずみ硬化と動的回復による軟化の釣合いを基礎に構築されていることを考慮すれば、この変形機構の範疇にある他の多くの実用金属材料の応力解析に有用であると考えられる。最後に、高温圧縮試験を実施していただいた NKK 中央研究所の大内千秋博士に深甚な感謝の意を表します。

文 献

- 1) 戎 嘉男, 関根和喜, 葉山益次郎: 鉄と鋼, **76** (1990), p. 2152
- 2) L. ANAND: Trans. ASME J. Eng. Mater. Technol., **104** (1982), p. 12
- 3) H. J. FROST and M. F. ASHBY: Deformation Mechanism Maps (1982), p. 1 [Pergamon Press]
- 4) U. F. KOCKS: Constitutive Equations in Plasticity, ed. by A. S. ARGON (1975), p. 81 [MIT Press]
- 5) 例えば, 文献 3), p. 6, p. 117
- 6) O. D. SHERBY and P. M. BURKE: Progress in Materials Science, ed. by B. CHALMERS, **13** (1966), p. 324 [Pergamon Press]
- 7) W. C. LESLIE: The Physical Metallurgy of Steels (1981) [McGraw-Hill] の日本語版, 幸田成康監訳, 熊井 浩, 野田龍彦共訳 (1985), p. 87, p. 96 [丸善]
- 8) W. A. JOHNSON and R. F. MEHL: Trans. AIME, **135** (1939), p. 416
- 9) 岸野孝信, 長岐 滋, 井上達雄: 材料, **28** (1979), p. 861
- 10) J. B. LEBLOND, G. MOTTET and J. C. DEVAUX: J. Mech. Phys. Solids, **34** (1986), p. 395
- 11) G. W. GREENWOOD and R. H. JOHNSON: Proc. Roy. Soc., **A283** (1965), p. 403
- 12) Y. DESALOS, J. GIUSTI and F. GUNSBERG: Re 902, IRSID (1982)
- 13) 宮尾光介, 王 志剛, 井上達雄: 材料, **35** (1986), p. 1352
- 14) V. KUMAR, M. MORJARIA and S. MUKHERJEE: Trans. ASME, **102** (1980), p. 92
- 15) 大中逸雄: コンピュータ伝熱・凝固解析入門 (1985), p. 338 [丸善]