© 1992 ISIJ

論文

垂直曲げ連铸機における介在物浮上分離の
ための必要垂直部長さ田中 宏幸*・今村 晃*・西原 良治*²Effect of Vertical Length for Inclusion Removal in Vertical-bending Type
Continuous Casting Machine

Hiroyuki TANAKA, Akira IMAMURA and Ryoji NISHIHARA

Synopsis :

Steel sheet defect caused by inclusions is a serious quality problem.

It is said that the vertical bending type CC machine has a larger effect on removal of inclusions than the bending type CC machine.

But the most effective vertical length for inclusion removal in a CC machine has not been studied.

In this paper, the effective vertical length for the inclusion removal is described. This study included the investigation of steel sheet defect and the development of three dimensional numerical analysis for the study of fluid flow in the continuous caster mold. The three dimensional numerical simulation technique used in this study is the $k-\varepsilon$ turbulence model.

The most effective length for inclusion removal is found to be 2.5~3.0 m, and is found to be constant for casting conditions.

Key words : continuous casting; steelmaking; casting; inclusion; measurement; simulation.

1. 緒 言

ユーザーの品質要求レベルの厳格化および他素材との競争の激化に伴う素材の薄肉化のため、容器用鋼板をとりまく環境は年々厳しくなっており、従来より製鋼工程において多くの品質対策がとられてきた。しかしながら、ここで問題となる介在物のサイズは小さく、溶鋼中の浮上分離効果は小さいと考えられていたために、従来の対策ではパウダー系等の外来系の介在物の侵入の防止に重点が置かれた対策が用いられていた^{1)~5)}。

一方、連铸機内に侵入した介在物を効果的に浮上分離させる目的においては、従来より連铸機を垂直型にすることの有効性が言われているが^{6)~12)}、設備上、連铸機の垂直部の長さを変更できないことや対象鋼種により問題となる介在物の種類や大きさが異なっているために、これまでは垂直部を有する連铸機における介在物の浮上分離促進効果や浮上分離促進のための必要な垂直部の長さについては統一的な考え方が確立していなかった。

そこで、本研究では介在物の低減に対する垂直部の効果、ならびに垂直部の効果が最も有効に得られる垂直部の長さについて、铸片および製品板の実態調査ならびに数値流体計算により、検討を行った。

2. 調 査 方 法

2・1 試験鑄造条件および铸片内介在物の調査方法

低炭アルミキルド鋼を供試材として調査を実施した。連铸機の仕様と鑄造条件を Table 1 に示す。鑄造速度は連铸機種別の介在物の集積挙動の調査を行う場合には 0.8 m/min とした。さらに垂直曲げ型連铸機において、

Table 1. Casting conditions.

Continuous casting machine type	Bending	Vertical bending
Bending radius (m)	10.5	9.0
Vertical length (m)	0	2.5
Slab size (mm)	250 (thickness) × 980 (width)	
Casting speed (m/min)	0.8	0.8~1.4

平成 3 年 10 月 21 日受付 平成 4 年 5 月 15 日受理 (Received on Oct. 21, 1991; Accepted on May 15, 1992)

* 新日本製鉄(株)八幡技術研究部 (Yawata R & D Lab., Nippon Steel Corp., 1-1 Tobihata-cho Tobata-ku Kitakyushu 804)

*² 新日本製鉄(株)八幡製鉄所 (Yawata Works, Nippon Steel Corp.)

介在物の集積に関する铸造速度の影響を調査するために、铸造速度を 1.4 m/min まで変化させた。両者とも同一の铸造条件とし、連铸機の垂直部の影響のみが評価できるように铸造を実施した。

铸片内の介在物の調査位置を Fig. 1 に示す。試料は铸片幅中央部より铸造方向に 60 mm の長さで切り出し、次に、L 面側表面から 100 mm 厚みまで 10 mm ピッチで幅 50 mm × 奥行き 55 mm × 厚さ 10 mm の介在物溶解抽出用サンプルを切り出した。铸片内介在物の抽出に当たっては 10% ヨーソメタノール + 1% クエン酸溶液を使用してサンプルを溶解し、抽出介在物を粒径ごとに 10 段階にふるい分け 37 μm 以上のサイズの介在物の個数を数えた。

2.2 製品板欠陥部調査方法

製品内部に存在する欠陥部に内在する介在物は磁粉探傷により位置の特定を行った後に、欠陥長さ (l) の測定および断面観察により欠陥の幅 (W)、厚み (t) の測定を行い、後述する換算式に従って代表寸法 (d_k) を求めた。調査方法を Fig. 2 に示す。さらに、铸片内に捕捉された介在物の厚み方向の相対位置は圧延後もほぼ同

Fig. 1. Investigated position in the slab sample.

Fig. 2. Investigated position in the steel sheet.

様と仮定して、介在物幅の中心と板表面との距離 (L) を測定することにより連铸機内における介在物の捕捉位置を算定し、介在物の捕捉位置の指標とした。算定に当たっては凝固係数は $K = 27 \text{ mm}/\sqrt{\text{min}}$ とした。その他、製品板欠陥部に内在する介在物の起源を予測するために、各試料から代表的な介在物を選定し、EPMA により介在物組成を定量分析した。

2.3 数値解析による垂直部設置効果の検討方法

湾曲型連铸機と垂直部を有する連铸機における铸片内への介在物の捕捉挙動や適正垂直部長さについて、流動解析により検討した。検討は、先ず铸造実験を行った条件で計算を行い、铸片内介在物捕捉挙動に関する計算精度の確認を行った。その後に、連铸機種ごとの介在物の集積挙動の差異を検討し、湾曲型連铸機の垂直曲げ化に伴う介在物径ごとの浮上分離特性向上効果を検討した。その後に、湾曲型連铸機の上部に垂直部を設置する場合の介在物の浮上分離促進に関する垂直部の長さの影響を検討した。

3. 調査結果

3.1 铸片内介在物分布

铸片内に集積した介在物の厚み方向の 75 μm 以上の介在物の個数分布を Fig. 3 に示す。铸造速度 0.8 m/min で铸造した場合、湾曲型連铸機では铸片表面から 25 mm の位置に介在物集積のピークが見られたのに対し垂直曲げ型連铸機はやや深い 50~60 mm の位置でピークを示している。次に、垂直曲げ型連铸機の介在物集積に関する铸造速度の影響を調査した。铸造速度を速くするに従い介在物の集積位置は表層側に移行している。これは、連铸機内の同じ位置において介在物が捕捉される場合には铸造速度の増加に従い凝固シェル厚みが薄くなることから説明できる。この結果を前述した铸片の凝固速度を用いてメナス部からの铸造距離に換算すると、介在物の集積位置はメナス部から 3 m~4 m つまり垂直から湾曲に移行した直後の位置となっている。

3.2 製品欠陥となる介在物の铸片内位置、粒径、組成

製品板内部の介在物の形状調査より、介在物の代表径を求めるため、球換算式を (1) 式で定義した。

$$4/3 \times \pi \times (d_k/2)^3 = W \times l \times t \quad \dots\dots\dots (1)$$

Fig. 4 に今回調査を行った介在物の d_k と W の関係を示す。介在物長さが 5 mm 以上の介在物において介在物粒径の過大評価が認められている。これは、長さ 5 mm 以上の長い欠陥では、冷延工程で長く伸ばされる時に介在物が幾つかに分断され見かけ上長く伸びてしま

Fig. 3. Experimental distribution of inclusions $d_k \geq 75 \mu\text{m}$ slabs in the direction of thickness.

Fig. 4. Relation between inclusion width W and estimated inclusion size d_k .

過大評価されるためと推定される。しかし、全般的には実測介在物幅と球換算径は $\pm 50\%$ の精度で一致し、ほぼ良い相関が見られるので以下の解析では実測介在物幅を介在物の代表寸法として用いた。

製品板の介在物の調査結果より推定した介在物径ごとの、メニスカスからの捕捉深さを Fig. 5 に示す。湾曲型連铸機で铸造をした場合の捕捉位置はメニスカス部から 3 m 位置までの比較的浅い位置で捕捉されている。また介在物径が大きくなるに従い捕捉深さが浅くなっている。

Fig. 5. Relation between inclusion trap position from meniscus and inclusion size d_k .

Table 2. Chemical composition of inclusion (Investigation of EPMA).

	Chemical composition	Continuous casting machine type	
		Bending	Vertical bending
1	Ca-Al-Na-F	22	19
2	Ca-Al	0	3
3	Ca-FeO-Al	0	2
4	Al-Mg	0	2

一方、垂直曲げ連铸機で铸造を行った铸片では垂直部より浅い位置では介在物の捕捉はきわめて少なく、垂直部から湾曲部に移った後に介在物の集積が見られる。また、铸片内に捕捉される介在物径も今回の铸造速度の範囲では湾曲型連铸機の铸片において認められた $250 \mu\text{m}$ 以上の大型介在物が検出されていない。図中に異なった铸造速度の結果も併せ示すが铸造速度と捕捉位置のメニスカス部からの関係は本調査範囲では認められなかった。

湾曲型と垂直曲げ型連铸機の铸造材を対象に EPMA による欠陥部の介在物の組成調査を行い、組成別に分類すると Table 2 に示す通り 4 種類に大別できる。その結果、湾曲型铸片では全ての介在物がタイプ 1 の $12\text{CaO} \cdot 7\text{Al}_2\text{O}_3$ の低融点介在物になっている。垂直曲げ材でも

大半が $12\text{CaO}-7\text{Al}_2\text{O}_3$ 系の低融点介在物になっているが、それ以外に $\text{Al}_2\text{O}_3-\text{MgO}$ が析出し二相になった例と、 Al_2O_3 単独の欠陥が 2 例認められた。

上記の内容をまとめると、溶鋼中に浮遊しているアルミナやスラグ系の介在物の中で、製品欠陥になる介在物は溶鋼温度において溶融状態にあり、そのために表面張力により溶鋼中では球状で存在するスラグ系あるいはパウダー系のものだけであることが解る。さらに鋳型内への侵入量が同一と仮定すると連铸機の違いによる鋳片内介在物捕捉頻度の差は鋳型内における浮上分離特性の差であることが解る。そのため、次章からはスラグ系およびパウダー系の介在物について浮上分離特性の差を評価することにする。

4. 数値解析による介在物浮上に対する垂直部の影響の検討

4.1 流動の基礎式と境界条件

前述したように、介在物の浮上分離効果や浮上分離が効果的に得られる垂直部長さについて以下に検討した。

ストランドプール内の流動を支配する方程式、ならびに本モデルにおける仮定を以下に示す。計算は三次元汎用流体解析プログラム (PHOENICS) を用い、乱流の扱いは $k-\epsilon$ モデルを用い、さらに、凝固シェルの成長ならびにシェル成長に伴う流路減少等の効果も考慮して計算を行った。本解析で用いた運動方程式および仮定を以下に示す。

<流動の支配方程式>

[連続の式] $\text{div}U = 0$ ..... (2)

[運動方程式]

$$\frac{\partial U}{\partial t} + (U \cdot \text{grad})U = -\frac{1}{\rho} \text{grad}P + \nu_e \nabla^2 U \cdots (3)$$

<仮定>

①解析は連続铸造鋳片および溶融部のすべてを対象として行った。ここで、鋳片については「铸造速度と同一の速度で铸造方向に移動する、固体鋳片と同様の粘度、密度、を有する流体」として取り扱い、さらに連铸機内の凝固シェル厚は、あらかじめ本連铸機において実測した鋳片の凝固速度に従って成長するとした。

②本検討は定常铸造状態を想定しているため、解析は定常状態とし、また粘性、密度の温度変化は無視した。

③浸漬ノズル面はノンスリップ面とし、さらに浸漬ノズルからの吐出流速分布は 1/1 の水模型実験からノズル内の幅方向に 4 箇所、深さ方向に 6 箇所について実測した流速分布を用いた¹³⁾¹⁴⁾。

計算に用いた条件を Table 3 に示す。

Table 3. Calculation condition.

Calculation range (mm)		250×980—1 650×4 500
Casting speed (m/min)		0.8—1.6
Bending radius (m)		10.5
Vertical length (m)		0.0—4.0
Properties	Steel	$\rho_l = 7\,000$ (kg/m ³) $\mu = 6.0 \times 10^{-3}$ (Pa·s)
	Inclusion	$\rho_p = 3\,500$ (kg/m ³)

Table 4. Terminal floating velocity of inclusion.

Re	Terminal floating velocity
~1	$\frac{(\rho_l - \rho_p) g d_k^2}{18\mu}$ [Stokes]
1~500	$\frac{[4(\rho_l - \rho_p)^2 g^2]^{1/3} d_k}{225\mu}$ [Allen]
500~	$\frac{[3.03 g (\rho_l - \rho_p) d_k]^{1/2}}{\rho_l}$ [Newton]

Fig. 6. Schematic diagram of inclusion floating in the molten steel.

4.2 介在物移動挙動解析方法

浸漬ノズルより鋳型内に流入した介在物のストランドプール内の挙動は、厳密には Basset-Bussinesq-Ossent-Tchen¹⁵⁾の式で記述されるが、この式と乱流流体場とを連成して解くのは計算時間の面からあまり現実的ではない。実用的には Table 4 に示す粒子の定常浮上速度ベクトルを溶鋼の平均速度ベクトルに乗せて粒子軌跡を計算してゆく方法や、粒子移動を乱流場での拡散方程式として解いてゆく方法があるが、今回は Fig. 6 に示すように前者を用い $k-\epsilon$ モデルより計算される平均乱流中での介在物の捕捉挙動を計算した。

計算では、介在物は鋳型内に溶鋼とともに侵入すると考え、浸漬ノズルの吐出口を等分割に 1 024 分割 (縦 32×横 32) し、各位置より介在物が溶鋼の吐出流速と同じ速度で溶鋼中に供給されるとして計算を行った。さ

らに、介在物の捕捉の判定は介在物粒子の中心が凝固シェル面に達した場合をシェル面への介在物の捕捉と判断し、同様にメニスカス面に達した場合を浮上分離と判断した。さらに、全介在物の計算が終了した後に、計算を行った介在物総数に対する捕捉介在物、あるいは浮上介在物の個数比率を求め捕捉率、浮上率とした。

4.3 実測値との比較

75 μm 以上の介在物の鋳片上部表面からの個数分布の計算値を Fig. 3 の実測結果中に示す。図中計算値は、75~400 μm まで 25 μm ごとに計算を行った鋳片内捕捉介在物の頻度の積算値より求めた鋳片表面からの捕捉頻度分布を示し、実測値は鋳片表層から 10 mm ごとにスライム抽出した 75 μm 以上の介在物の個数頻度を表している。実測値は計算値に比べて測定を行った介在物径の調査間隔が大きく、一方、計算はメニスカスから深さ 4.5 m つまり凝固厚み 60 mm までしか行っていないため詳細な比較はできないが、介在物の捕捉頻度分布の計算値と実測値とはかなり良い対応を示している。次に、同一の casting 条件で 2.5 m の垂直部を有する垂直曲げ型の連铸機の場合の介在物の捕捉頻度を示す。この場合も実測値と計算値とはほぼ同様の捕捉挙動を示している。図より、垂直部を有する連铸機の場合には介在物の捕捉は垂直部ではほとんど起こらず、湾曲部が始まる位置より凝固シェルへの捕捉が起こっていることが計算からも示されている。次に、湾曲型連铸鋳片内における介在物径ごとの最大侵入深さの計算結果を Fig. 5 の製品板の調査結果の中に示す。50 から 350 μm まで広く分布しており、また、介在物粒径が大きく浮上速度が大きいものは鋳片内の限界侵入深さは浅くなる傾向が見られる。図中に示した各粒径ごとの介在物の限界侵入深さの計算値も、ほぼ全ての粒径において実測値と良い対応を示している。上記の結果より本数値流体計算により鋳片内の介在物の分布をかなり良い精度で表すことが可能と考えられる。

4.4 連铸機形状と介在物捕捉挙動

前節の結果より、流動計算により鋳片内介在物の分布をほぼ推定できることが明らかになった。そこで、本節では連铸機の差による介在物の鋳片内捕捉挙動の変化について考察を行う。

Fig. 7 a に湾曲型連铸機における粒径ごとの介在物の捕捉挙動の計算値を示す。図より介在物の捕捉挙動は粒径により大きく異なっており、粒径が大きくなるにつれて集積位置が浅い位置にシフトすることがわかる。また、100 μm 以下の比較的微小な介在物については、铸造方向に 2 つの集積帯を持っていることがわかる。この第一の集積帯は湾曲型連铸機内において介在物の浮上方向に凝固シェルが存在し始める位置に対応している。また、第二の集積位置は Fig. 8 の流動計算結果より鋳片内の溶鋼流が循環流から均一流に変わる位置と考えられる。一方、400 μm の大型介在物は第二の集積ピークは観察されないが、これは大型介在物の浮上速度が大きく鋳型内でかなり早い段階で浮上するために微小介在物ほどは深くには侵入しないためと考えられる。Fig. 3 に示すようにスライムによる介在物抽出個数の結果はこれらの粒径ごとの介在物個数分布の積算値に対応している。

次に垂直曲げ連铸機の場合の介在物捕捉挙動の計算結果を Fig. 7 b に示す。垂直曲げ連铸機の場合には浮上速度の大きい粒径の大きな介在物はほぼ完全に浮上分離されることがわかる。一方、浮上速度の小さい微小介在物についても湾曲型連铸機に比べて介在物の浮上分離特性が若干向上すること、また介在物の集積位置が垂直部が終了した後にシフトしている。

4.5 垂直曲げ連铸機における介在物浮上分離機構

前述の結果より、垂直曲げ連铸機と湾曲型連铸機では介在物の浮上分離挙動が異なることが明らかになった。本節では垂直曲げ連铸機による介在物の浮上分離促進機構について検討を行った。

湾曲型連铸機の上部に垂直部を設置する場合の鋳片介

Fig. 7. Distribution of inclusions in Slabs in the direction of casting.

Casting speed = 1.0 m/min

Fig. 8. Velocity distribution in the strand pool.

Fig. 9. Comparison of inclusion floating effect between Vertical bending type Casting machine and Bending type Casting machine.

Fig. 10. Inclusion floating speed in the molten steel.

在物の集積比 (Fk) を (4) 式で定義する。

$$Fk = \frac{\text{垂直曲げ連铸機の介在物捕捉率}}{\text{湾曲型連铸機の介在物捕捉率}} \quad \dots\dots (4)$$

捕捉率: 流入介在物中で凝固シェル面に捕捉された比率 (—)

次に、湾曲型連铸機の上に 2.5 m の垂直部を設置し、その後に湾曲させたプロフィールを有する垂直曲げ連铸機の铸片内介在物の集積比を Fig. 9 に示す。介在物粒径が大きくなるにつれて铸片内介在物の集積比が向

上し、铸造速度 1.0 m/min では 220 μm 以上の介在物は完全に浮上分離している。次に、介在物径ごとの浮上速度の一例として、静止浴中の浮上速度を Fig. 10 に示す。今回の検討により完全に浮上分離された 220 μm の介在物の浮上速度は約 2 cm/s であり、铸造速度 1.0 m/min の铸片の下降速度にはほぼ対応している。この結果より、垂直曲げ連铸機により完全に除去できる介在物の限界粒子径は铸造速度との関係より『垂直曲げ連铸機により完全に浮上分離できる限界介在物径は介在物自体の浮上速度が铸造速度以上になる径』と考えられる。

Fig. 11. Effect of inclusion Floating of vertical bending type Continuous casting machine.

一方、垂直曲げ化により $220\ \mu\text{m}$ 未満の微小な介在物についても完全にではないが浮上分離促進効果が見られる。これは鋳型内の循環流に乗って移動する介在物の浮力により、湾曲型連铸機では循環中に溶鋼上部の凝固シェル方向にシフトし捕捉されるのに対し、垂直曲げ型連铸機ではメニスカス方向にシフトするために浮上除去の可能性が向上すると考えられる。さらに、この傾向は介在物の浮力の大きさに依存するため介在物径が大きくなるにつれて浮上分離促進効果は向上している。

次に、 $50\sim 220\ \mu\text{m}$ の粒径の介在物の浮上分離促進における垂直部長さの効果を Fig. 11 に示す。介在物径や铸造速度により浮上分離促進効果は異なっているが、一般に垂直部長さを伸ばすと介在物の浮上分離促進効果は向上している。しかしながら、その改善効果は垂直部長さの増加に従い飽和してゆき、さらに垂直部が $2.5\sim 3\ \text{m}$ 以上の領域では改善効果はほとんど見られない。さらに、この傾向は介在物径や铸造速度を変化させてもほぼ同様であることから、介在物の浮上分離促進のための必要な垂直部長さは操業条件や対象とする介在物径には左右されず統一的に $2.5\sim 3\ \text{m}$ 程度といえる。

これは、鋳型内下降流の浸透深さ（浸漬ノズルからの吐出流によって生じる下降流速が鋳片内で減衰し、鋳片の下降速度である铸造速度と釣り合うまでの深さ）が $2.5\ \text{m}$ 程度であることから説明できる。つまり、前述したように溶鋼中に浮遊している介在物は循環流が存在する領域と、溶鋼が铸造速度で铸造方向に移動する領域で浮上分離される。さらに、後者の領域は介在物の浮上速度が铸造速度以上の介在物のみが浮上除去される領域であり、さらに、この浮上効果は铸造距離方向に同一であることから、後者の領域の介在物の浮上分離特性は垂直部の長さによっては影響されない。つまり、鋳型内に浮遊している介在物の浮上分離効果が有効に得られる垂直部長さは、下降流速の浸透深さつまり $2.5\sim 3\ \text{m}$ と考えられる。

5. ま と め

製缶用薄板の介在物性欠陥低減に対する垂直部設置の効果について、介在物調査ならびに流体計算により検討した結果以下のことが明らかになった。

①磁粉探傷欠陥になる介在物は $100\sim 200\ \mu\text{m}$ の比較的大型の介在物であり、さらにその組成からは $12\text{CaO}-7\text{Al}_2\text{O}_3$ が検出されることから、溶鋼中では熔融状態にある介在物である。

②垂直部の設置により、静止浴中の浮上速度が铸造速度以上になる介在物はほぼ完全に浮上分離できる。また、それ以下の粒径の介在物についても浮上分離効果が期待できる。

③連铸機の上部に垂直部を設置すると介在物の集積位置が垂直部から湾曲部にシフトする。

④垂直部長さに対する介在物浮上分離促進効果は、介在物径や铸造速度によらず統一的に $2.5\sim 3.0\ \text{m}$ で飽和する。

記 号

- d_k : 介在物の球換算径 (mm)
- Fk : 鋳片内介在物の集積比 (-)
- g : 重力加速度 (m/s^2)
- L : 製品板内介在物の表面からの距離 (mm)
- l : 製品板表面の欠陥の長さ (mm)
- P : 溶鋼圧力 (Pa)
- Re : レイノルズ数 ($= d_k U \rho_p / \mu$) (-)
- t : 製品板内の介在物厚み (mm)
- T : 時間 (sec)
- U : 溶鋼流速 (m/sec)
- W : 介在物幅 (mm)
- μ : 粘性係数 ($\text{kg/m}\cdot\text{s}$)
- ν_e : 有効粘性係数 (m^2/s)
- ρ_p : 粒子密度 (kg/m^3)
- ρ_l : 溶鋼密度 (kg/m^3)

文 献

- 1) 小舞忠信, 佐伯 毅, 堤 直人: 日本学術振興会 (昭和 62 年 5 月)
- 2) 永井 潤, 児玉正範, 宮崎容治, 日和佐章一, 児島信次, 村田賢二: 鉄と鋼, **68** (1982), S270
- 3) 鈴木健一郎, 村田賢治, 中西恭二, 児玉正範, 児島信次, 宮崎容治: 鉄と鋼, **68** (1982), S920
- 4) 田中宏幸, 楢取英宏, 宮村 紘: 日本学術振興会 (昭和 62 年 10 月)
- 5) 田中宏幸, 楢取英宏, 宮村 紘: 材料とプロセス, **1** (1988), S1260
- 6) 山村英明, 松崎孝文, 本間博行: 材料とプロセス, **3** (1990), p. 259
- 7) 飯田義治, 大森 尚, 児玉正範, 大西正之, 野崎 努, 岡崎 努: 鉄と鋼, **63** (1977), S565
- 8) 池田 清, 吉村茂彦, 関根稔弘, 井上正敏, 児玉正範, 渡辺修司: 鉄と鋼, **63** (1977), S566
- 9) 楢 昌久, 石森守幸, 遠藤豪士, 村上勝彦: 鉄と鋼, **64** (1978), S207
- 10) 向井達夫, 荻林成章, 辻野良二, 関 博, 奥村治彦, 高橋隆治: 鉄と鋼, **67** (1981), S850
- 11) 村上勝彦, 笹島保敏, 矢野幸三, 小倉康嗣, 玉置稔夫, 盾 昌久: 鉄と鋼, **67** (1981), S851
- 12) 手嶋俊雄, 宮原 忍, 田口喜代美, 石川 勝, 内田繁孝: 鉄と鋼, **68** (1982), S227
- 13) 田中宏幸, 大河平和男, 滝川家光, 池崎英二: 材料とプロセス, **3** (1990), p. 252
- 14) 沢田郁夫, 田中宏幸, 米山泰章: 材料とプロセス, **3** (1990), p. 1090
- 15) A. B. Basset: A Treatise on Hydrodynamics [Dover Publications, Inc.]