最近の高炉数学モデル

高谷 幸司*

Recent Development of the Mathematical Models of Blast Furnace

Kouji TAKATANI

Key words : mathematical model ; modeling ; blast furnace ; mass transfer ; heat transfer ; momentum balance ; reduction rate.

1. 緒言

高炉内現象はきわめて複雑であり、これを理解することは容易でないため、高炉操業は経験的な積み重ねの上に確立されてきたのが実状である。また、日本の高度成長期において炉容積の拡大が行われてきたが、それも経験則にもとづいた開発によるところが大であった。もちろんその間、論理的なアプローチがなかったのではなく、積極的に炉内を理解するための努力がなされてきたのも事実である。転がやRH炉のような他の鉄鋼プロセスと比較しても、数学モデルによる解析は進んでおり理論的蓄積が多いと言える。まさに経験的なアプローチからの脱却を目指して、進展してきたのである。

高炉内現象が複雑であるがゆえに、数学モデルを用いた解析は、多くの炉内計測端情報、炉内解体調査結果および基礎実験結果と併せて高炉内現象を理解する有力な手段として、利用されてきた。そして、速度論的な取り扱いを取り込んだ化学工学的な数学モデルの開発は、1次元定常モデルに始まり、2次元定常モデルを経て、3次元非定常モデルへと発展してきた^{1)~12)}。

ここでは、これまでの数学モデルの発展と最近の高炉数学モデルの内容を紹介し、残された課題を整理してみる。

2. 炉内状況の認識

1970年代に入り、経験的な高炉操業技術を打破するために、高炉内現象を反応工学的に解析するようになり、炉内現象をより定量的に把握することが要求された。その結果として通常操業下にある高炉を急冷解体し、炉内状況を観察する解体調査研究が精力的に行われ^{17)~19)}、Fig. 1に示すような現在われわれが持つ高炉炉内状況のイメージ²⁰⁾を築きあげた。高炉解析の数学モデルは、ここに示すように、気

Fig. 1. Schematic representation of a section of the blast furnace quenched while in operation showing an inverted-V type of cohesive zone²⁰⁾.

一液一固3相が共存し、気一固、固一液、および気一液間反応、さらには相変化を伴う極めて複雑な反応容器の挙動を再現せねばならない。高炉数学モデルは、この複雑な炉内現象の本質を如何にモデル化し、如何に安定かつ精緻に解析するかを課題に発展してきたのである。

3. 数学モデルの発展

3・1 数学モデルの基本的構成

一般的な化学反応プロセスを数学モデルを用いて解析する場合、①物質収支②エネルギー収支③運動量収支に基づく基礎方程式を解くことにより、反応炉内における①濃度分布②温度分布③流動状況が得られる。しかしながら、これらを完全に連成して解くことは、数値解析技法および計

平成7年6月29日受付 平成7年9月25日受理 (Received on June 29, 1995; Accepted on Sep. 25, 1995) (依頼解説)

* 住友金属工業(株)総合技術研究所主任研究員(Corporate Research and Development Laboratories, Sumitomo Metal Industries, Ltd., 16-1 Oaza-Sunayama Hasakimachi Kashima gun Ibaraki-ken 314-02)

算機処理能力の点から、一般に困難である。なかでも、運動方程式を解くことは、計算コストが非常にかかるため、ある種の仮定の下に簡略化して解くことが多い。例えば、解析対象を1次元として取り扱うことにすると、流れは一方方向にしか生じないため、簡単に解くことが可能となる。また、反応容器内流れについて、完全混合槽やピストンフロー等の仮定を置くことにより、運動方程式を解かないことも簡略化の例であり、多くの化学工学的な解析がこの方法で行われてきた。高炉内解析についても、1次元モデルはこの範疇にある。

さらに、充填層内を流れる流体についてみれば、本来充填粒子のひとつひとつについて境界条件を与えてナビエ・ストークス式を解くべきであるが、充填層内のマクロな流れを記述する半理論式であるErgun式を用いて、簡略化を行っている。

しかしながら、ここ数年の計算機処理速度の飛躍的な向上と流体解析技術の向上により、物質収支、エネルギー収支に加え、運動量収支式が同時解析できるようになってきており、2次元以上の解析モデルではより忠実な解析となっている。つまり、1次元では半径方向の分布を無視したが故に持ち込まれたパラメータ(例えば、均一流れよりは反応効率や伝熱効率が悪くなると考えられるため、反応効率と伝熱効率を表現する必要がある)が、2次元以上の解析では定義する必要がないと言う意味でより忠実である。

結局、高炉の解析用数学モデルは、この連成解析を精緻に行う方向で進展しており、その技術の流れをモデルの特性を含めて以下に説明する。

3・2 1次元定常モデル

従来の平衡論主体であった高炉内現象の解析に鞭¹⁾²⁾によって速度論が持ち込まれ、高炉の数学モデルが本格的に利用されるようになった。この数学モデルは、1次元定常を仮定しているが、主要な炉内現象のほとんど全てが当初から考慮されていた。

定常解を求めることは、非定常解を求めるより簡単なように思えるが、一概にそうとは言えない。つまり、ガスに関しては羽口での送風条件が、固体に関しては炉頂での装入条件が既知であり、物質収支と熱収支が収束するまでガスについては炉頂、固体に関しては羽口での条件が一致するまで繰り返し計算が必要となる。その収束過程は、非定常解析過程を加速しながら計算することになるのが普通である。そして加速計算するためには、数値解析上の不安定に遭遇することになる。従って、定常解析が非定常解析に比較して簡単とは言えないのである。

数値計算上の問題点は、さておき、この速度論を考慮した1次元定常モデルは、以後の高炉数学モデルの方向を決定づけることになった。ここで重要であったのは、速度論的な取り扱いが導入されたことに加え、高炉内状況が総合的に解析でき、1次元という仮定以外は、精緻なモデリン

グがなされていたことである。これこそ高炉を理解するうえで、従来の経験則のみによる方法からの脱却の第一歩であった。もちろん、従来の解析方法においても、経験則のみに頼っていたのではないが、その精緻なモデリングという意味において一線を画するものであった。

3・3 1次元非定常モデル

時代的には、つぎの2次元定常モデルと交錯するが、炉内状況の動的な挙動追跡は、高炉操業にとって重要なことであり、理論モデルによる検討^{3)~5)}が精力的に行われた。動的予測モデルには、高炉内を比較的単純化し、応答性を重要視したものと、炉内の状況を精緻に再現しようとするものが研究されたが、ここでは後者のモデルを概説する。

このモデルが開発されたころの計算機処理速度は、十分ではなく、非定常挙動を追跡するにはあまりにも非力であった。しかし、ガスが羽口から炉頂まで瞬時に通過する間に、固体はほとんど停止している程度の変化しか起こさないことから、ガスに関して擬定常状態近似を適用し、さらに固体については、固体の降下挙動に乗った移動座標系(特性曲線法の適用)を取ることににより、当時の非力な計算機処理速度にもかかわらず、1次元ではあるが、非定常な挙動が追跡可能となった。これを用いて、火入れや休風操業計画の作成に利用され、数学モデルの動的挙動予測能力が証明され、数学モデルの有用性が改めて認識されることになった。

この1次元非定常モデルによって、高炉解析モデルに関する基本的な機能として、速度論的取り扱いに加え、動的挙動が追加され、高炉解析におけるプロセスシミュレーションの基礎が完成されたと言える。これ以後、炉内の2次元性さらに3次元性、あるいは、微量元素の挙動や計算格子の精細化に目が向けられるようになった。

3・4 2次元定常モデル

高炉の解体調査研究における大きな成果として、融着帯の存在がはっきりと認識されたことであり、融着帯がガス流れに対する大きな通気抵抗であるとともに、ガスの分散板としての機能を果たすことが理解された。従って、高炉内現象の本質を表現するには、この融着帯を巧くモデリングする必要があり、解析対象を少なくとも2次元に拡張しなければならないと考えられた。この要請の下に、いくつかの2次元定常モデル^{6)~10)}が、開発された。

八木ら⁶⁾は、有限要素法によりFig. 2に示すように装入物の充填構造を正確に与え、ガス流れや伝熱現象を解析し、コークス層と鉄鉱石層の層状充填構造における特性を明らかにしたが、総合的な高炉解析モデルの完成には至っていない。

羽田野ら⁷⁾のモデルでは、装入物の層状構造を計算格子で解像しないで、コークス層と鉄鉱石層の通気抵抗をそれぞれ独立に計算し、融着帯を垂直に過ぎる流れには直列抵抗として、また融着帯に沿った方向には並列抵抗として、ガ

Fig. 2. Results obtained by the simultaneous analysis on gas flow and heat transfer in the blast furnace by the use of finite element method⁹⁾.

スの通気抵抗を表現することによって、充填構造ならびに融着帯の構造を表現することに成功した。

但し、このモデルでは、熱伝導項と拡散項が無視されていた。

桑原ら⁹⁾は、これらの項を考慮し、さらに溶銑へのSi移行反応を取り込んだモデルを発表した。

さらに、杉山ら⁹⁾は、計算の格子解像度を上げるとともに、液流れやシリコンの溶銑への移行反応を組み込むことにより¹⁰⁾、より精緻なモデルを開発し2次元定常モデルを完成の域にまで高めた。その結果の一例をFig. 3に示す。

3・5 3次元非定常モデル

2次元定常モデルによって、高炉解析用の数学モデルの開発がほぼ終了した感があったが、高炉内現象の空間分布の考慮に加え非定常な現象の記述が行われておらず、これを表現できるモデルが欠如していた。その間、計算機処理速度の飛躍的な向上と数値流体力学なる分野が出現し、数値解析技術も大きく進歩した。その結果、これらの技術進歩を盛り込んだ3次元非定常モデルが開発された^{11)~13)}。ここで取り入れられた主な数値解析技術は、スタaggerド格子や任意形状領域処理であった。これらについて、以下に簡単に説明を行う。

ロスアラモス研究所で開発されたMAC法¹⁴⁾に代表される一連の流体解析手法は、流速と圧力を未知変数とし、数値解析上の安定性をもたらすスタaggerド格子の採用に特長づけられる。2次元場の解析では、圧力を陽な形で取り扱う必要のない流れ関数法を用いることが可能であるが、3次元解析には拡張できず、流速と圧力を未知変数にとる必要が生じる。そのとき、Fig. 4に示すように、流速ベクトル

Fig. 3. Simulation results of 2-dimensional mathematical model⁹⁾.

Fig. 4. Staggered grid system for MAC method.

を計算セルの辺上、圧力や温度等のスカラー量をセル中心に定義するスタaggerド格子を用いると、圧力値が市松模様状にハンティングするいわゆるチェッカーボードエラーを完全に抑制できる。

また、差分法において境界形状に沿った格子の下で計算を行うことは、ごく最近行われるようになった。特に、計算格子を数値的に生成することが容易となったことにより¹⁵⁾、その利用が航空機回りの流れ解析において飛躍的に進歩した。任意形状領域の処理は、Fig. 5に示すような物理空間を計算空間に写像することにより実現される。この数値解析手法を取り入れることにより、正確に炉体形状を表現できるようになった¹⁶⁾。

この高炉解析モデルでは、Fig. 6に示す炉内反応を考慮しつつ、炉内現象を非定常かつ3次元で計算することができ、

Fig. 5. Boundary fitted coordinate transformation system.

a) Physical grids b) Transformed grids

Fig. 6. Schematic diagram of 3-dimensional dynamic model for blast furnace¹³⁾. Fig. 7. Start-up simulation results of blast furnace operation by the use of 3-dimensional mathematical model¹³⁾.

Fig. 7 に示すような火入れ作業時のように大きく変化する炉内状態を非定常解析することが可能である。なお、炉頂における装入物分布が円周方向において一様であれば、3次元性を示すのは羽根近傍のみであり、Si 移行反応等に影響を及ぼすものと考えられている。

4. モデル構成に必要な情報

4・1 反応速度定数および平衡定数

以上述べた数学モデルにおいて考慮される主な反応の速度定数^{21)~42)}を Table 1 に示す。各反応の速度定数は、実験

Table 1. Reaction Table.

Reaction	references
$3\text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{CO} \rightarrow 2\text{Fe}_3\text{O}_4 + \text{CO}_2$	21, 22
$3\text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{H}_2 \rightarrow 2\text{Fe}_3\text{O}_4 + \text{H}_2\text{O}$	23, 24, 25
$\text{Fe}_3\text{O}_4 + \text{CO} \rightarrow 3\text{FeO} + \text{CO}_2$	21, 22
$\text{Fe}_3\text{O}_4 + \text{H}_2 \rightarrow 3\text{FeO} + \text{H}_2\text{O}$	23, 24, 25
$\text{FeO} + \text{CO} \rightarrow \text{Fe} + \text{CO}_2$	21, 22
$\text{FeO} + \text{H}_2 \rightarrow \text{Fe} + \text{H}_2\text{O}$	23, 24, 25
$\text{C} + \text{CO}_2 \rightarrow 2\text{CO}$	26~31, 34
$\text{C} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{CO} + \text{H}_2$	30, 32~34
$\text{FeO} + \text{C} \rightarrow \text{Fe} + \text{CO}$	35~38
$\text{Fe} + 3\text{C} \rightarrow \text{Fe}_3\text{C}$	
$\text{H}_2\text{O} + \text{CO} \rightarrow \text{H}_2 + \text{CO}_2$	39, 40
Degradation rate of coke	41
Degradation rate of sinter	42

室規模の実験装置によって求められている。そして、文献数が少ないものは、信頼性に欠けるところがある。また、

Table 2. Process parameters in packed bed.

Process parameters	references
Effective thermal conductivity	51
Heat transfer coefficient at the wall	51
Effective thermal diffusion coefficient (gas)	52
Effective diffusion coefficient (gas)	53
Gas-solid heat transfer coefficient	54~56
Gas-liquid heat transfer coefficient	
Liquid-solid heat transfer coefficient	
Gas-liquid effective contact area	57
Liquid-solid effective contact area	58
Liquid hold-up	59

速度解析に用いたモデル(例えば、均一反応とか界面反応)の実現象条件での適合性が問題となるため、できるだけ高炉内条件に近い実験条件下(温度、圧力あるいは流速等)での速度データを採用する必要がある。

また、溶鉄へのSiの移行反応等の複雑な反応経路をとるものは、速度論的研究は行われている¹⁰⁾⁴³⁾ものの速度パラメータだけでなく、反応メカニズムについても定量的に理解されていないのが実状であり、今後のさらなる研究が期待される。なお、平衡定数については、比較的信頼性の高い値が得られている⁴⁴⁾⁴⁵⁾。

4・2 物性値

モデル解析で必要となる主な物性は、密度、粘度、比熱、表面張力等であり、ほぼ問題なく推定する^{46)~50)}ことが可能である。これらの物性値は、推算方法の違いにより特に高温において、大きく異なる値を示すことがあるが、次に示すプロセス定数の不確実性と比較すれば、大きな問題とはならない。

4・3 プロセス・パラメータ

ここで言うプロセス・パラメータとは、充填層内の有効熱伝導度、気相側有効拡散係数や気液接触面積等を意味しており、流体の流れ状況や固体粒子の充填状況等に左右されることになる。高炉内解析で用いられるこれらのプロセス・パラメータを一括してTable 2に示す。これらの推算方法は、化学工学における移動層や灌液充填層の分野において研究されてきた^{51)~59)}が、高炉内条件を正確に反映した実験条件でないこともあって、不確実性が残る。特に気液界面積については、通常の化学工学の分野では、濡れ性の良い条件でのデータが多く、高炉内のコークスと溶鉄のように濡れ性の悪い条件での推定には、誤差が伴うものと考えられる。

5. 残された課題

現状の総合的なモデル解析における問題点をTable 3のよう整理した。

ここで、問題となるのは、1および2の項であり、1-1)の炉下部での熱交換異常(気-固間の熱交換係数を実験室規模での測定結果の1/10程度にしなければ、実炉におけるコ

Table 3. Problems of mathematical model.

1. inexplicable quantitatively	1) gas-solid heat transfer at the dropping zone 2) low temperature isothermal zone
2. no appropriate modelling	1) discontinuity of solid flow(hanging, slips) 2) discontinuity of liquid flow(dropping zone) 3) formation of scaffold
3. not considered	1) mixing of coke and ore at the wall 2) raceway 3) fluid flow at the bottom(coke free layer) 4) recirculation of K, Na or Zn 5) small particle behavior

ークスの黒鉛化度から推定される温度と計算温度とが一致しない)は、そのような指摘⁷⁾⁴³⁾にもかかわらず、十分に検討されておらず炉下部現象の不明点とされている。ただし、これについては、Si移行反応を考慮することで熱交換係数の修正を行う必要のないことが示されており¹²⁾、今後の現象解明が期待される。

また、1-2)の低温保存帯の存在は、垂直ゾンデの実炉計測から明らかであるが、数学モデルによる定量的な説明は、未だなされていない。高温保存帯についても、焼結鉱のガス還元反応速度をラボテストで得られた値より1/10程度に遅くして、保存帯長さが実測値に合致するように修正されており^{12)60)~62)}、十分に理解されているとは言い難い。この速度定数の修正は多くの研究者が指摘しており、本質的な問題のように思われる。

そして、モデル解析からは、評価不能な現象として、2-1)の棚つりやスリップである。これは、粒状体の運動が、現在用いられている支配方程式(Kinematic Model⁶³⁾やポテンシャルフロー⁶⁴⁾では、正確に記述できないためであり、粒状体としての不連続現象を記述可能なモデルの開発が必要である。

さらに、炉下部の液体(溶鉄とスラグ)の挙動についても同様であり、不連続性を記述しようとする試み⁶⁵⁾もあり、今後の重要な課題である。

また、3に示したようにモデル計算では考慮されていない現象として、アルカリや亜鉛等の循環現象については、蒸発と凝縮の繰り返しにより、炉内の温度分布を変える可能性がある。さらに、コークスや微粉炭から発生する微粉粒子も炉内状況を大きく変化させる可能性があり、無視することのできない重要な問題と考えられる。

6. 結言

以上述べてきたモデル解析上の問題点を列挙すると、

- (1) 炉下部での気-固間熱交換異常
- (2) 間接還元帯でのFeOの還元反応速度異常
- (3) 固体粒子や液滴の不連続性の記述

(4) 炉下部液体に関するプロセスパラメータの推定精度

(5) 微量元素の反応も含めた反応メカニズムと反応速度データの定量化

となり、今後高炉内解析の精度を向上するには、これらに関する精緻な研究が必要である。そしてその結果、これまで取り扱えなかった高炉操業の安定性や複雑反応の速度論的な解析が定量的に検討できるようになると思われる。なお、炉上部における装入物分布の境界条件の不確実性や融着帯における固体粒子の移動挙動は、ここには取り上げなかったが、重要な問題である。

また、ここで紹介してきたような総合的なモデル解析を行うと、その解析結果は積分的な応答(固体について言えば、炉頂から融着帯までの経路での履歴)をするため、基礎実験における微分的な速度過程で得られた速度パラメータの持つ少しの誤差を大きく増幅することになるため、より問題点が明確化する。従って、研究をより効率的に行うためにも、総合的なモデル解析の下に、炉内条件に一致した基礎実験および実炉における計測端情報の採取が、バランス良く行われることが重要と思われる。

文 献

- 1) I. Muchi: Trans. ISIJ, **7** (1967), p.223
- 2) J. Yagi and I. Muchi: Trans. ISIJ, **10** (1970), p.392
- 3) 羽田野道春, 栗田興一, 山岡秀行, 横井 毅: 鉄と鋼, **68** (1982), p.2369
- 4) R. Wartman: Stahl u. Eisen, **95** (1975), p.442
- 5) 久保秀穂, 西山哲司, 田口整司: 川崎製鉄技報, **14** (1982), p.134
- 6) 八木順一郎, 武田幹治, 大森康男: 鉄と鋼, **66** (1980), p.1888
- 7) 羽田野道春, 栗田興一: 鉄と鋼, **66** (1980), p.1898
- 8) 桑原 守, 高根慎司, 関戸邦雄, 鞭 巖: 鉄と鋼, **77** (1991), p.1593
- 9) 杉山 喬, 須賀田正泰: 製鉄研究, **325** (1987), p.34
- 10) 杉山 喬, 松崎真六, 佐藤裕二: 鉄と鋼, **78** (1992), p.1140
- 11) 高谷幸司, 稲田隆信, 宇治澤優: 材料とプロセス, **5** (1992), p.1144
- 12) 高谷幸司, 稲田隆信, 宇治澤優: 材料とプロセス, **7** (1994), p.50
- 13) 高谷幸司, 稲田隆信, 宇治澤優: 日本機械学会第7回計算力学講演会講演論文集, (1994) p.79
- 14) J.E. Welch, F.H. Harlow, J.P. Shannon and B.J. Daly: LASL Report No. LA-3425, (1966), [Los Alamos Scientific Laboratory]
- 15) J.F. Thompson, Z.U.A. Warsi and C.W. Mastin: J. Comp. Phys., **47** (1982), p.1
- 16) 高谷幸司: 鉄と鋼, **74** (1988), p.1546
- 17) 神原健二郎, 萩原友郎, 重見彰利, 近藤真一, 金山有治, 若林敬一, 平本信義: 鉄と鋼, **62** (1976), p.355
- 18) 佐々木稔, 斧 勝也, 鈴木 明, 奥野嘉雄, 吉沢謙一, 中村 隆: 鉄と鋼, **62** (1976), p.559
- 19) 佐々木寛太郎, 羽田野道春, 渡辺雅男, 下田輝久, 横谷勝弘, 伊藤孝夫, 横井 毅: 鉄と鋼, **62** (1976), p.580
- 20) A.K. Biswas: Principle of Blast Furnace Ironmaking, (1981), p.10 [Cootha Publishing House, Brisbane]
- 21) 碓井建夫, 近江宗一, 平嶋成晃, 北川伸和: 鉄と鋼, **73** (1987), p.1956
- 22) 村山武昭, 小野陽一, 川合保治: 鉄と鋼, **63** (1977), p.1099
- 23) 原 行明, 土屋 勝, 近藤真一: 鉄と鋼, **60** (1974), p.1261
- 24) 原 行明, 坂輪光弘, 近藤真一: 鉄と鋼, **62** (1976), p.315
- 25) 黒豆伸一, 高橋礼二郎, 高橋愛知: 鉄と鋼, **66** (1980), p.23
- 26) E.T. Turkdogan and J.V. Vinters: Carbon, **8** (1970), p.39
- 27) S. Ergun: J. Phys. Chem., **60** (1956), p.480
- 28) H.J. Grabke: Ber. Bunsenges. Phys. Chem., **70** (1966), p.664
- 29) H.D. Beyer and U. Puckoff: Arch. Eisenhüttenwes., **43** (1973), p.597
- 30) 宮坂尚親, 近藤真一: 鉄と鋼, **54** (1968), p.1427
- 31) 小林三郎, 大森康男: 鉄と鋼, **63** (1977), p.1081
- 32) 井田四郎, 木庭敬一郎, 山下 豊, 坂田康二: コークスサーキュラー, **27** (1978), p.261
- 33) 木庭敬一郎, 坂田康二, 井田四郎: コークスサーキュラー, **28** (1979), p.311
- 34) 高谷幸司, 岩永祐治: 鉄と鋼, **75** (1989), p.594
- 35) 須賀田正泰, 杉山 喬, 近藤真一: 鉄と鋼, **58** (1972), p.1363
- 36) F. Fun: Met. Trans., **1** (1970), p.2537
- 37) W.O. Philbrook and L.O. Kirkbride: Trans. AIME, J. Metals, Mar., (1956), p.351
- 38) S.K. Tardy and W.O. Philbrook: Trans. Met. Soc. AIME, **239** (1967), p.1005
- 39) W. Graven and F.J. Long: J. Amer. Chem. Soc., **76** (1954), p.2602
- 40) N. Miyasaka, M. Sugata, Y. Hara and S. Kondo: Trans. ISIJ, **15** (1975), p.27
- 41) 羽田野道春, 宮崎富夫, 岩永祐治: 鉄と鋼, **65** (1979), p.1365
- 42) 岩永祐治: 鉄と鋼, **68** (1982), p.740
- 43) 田口整司, 久保秀穂, 槌谷暢男, 一藤和夫, 岡部伏兎: 鉄と鋼, **68** (1982), p.2303
- 44) O. Kubaschewski, E. Evance and C. Alcock: Metallurgical Thermochemistry, (1967), [Pergamon Press, New York]
- 45) D.R. Stull and H. Prophet: JANAF Thermochemical Tables Second Edition, (1971), [National Bureau of Standards, Washington]
- 46) 化学工学便覧改訂四版(化学工学協会編), (1978), p.45, p.56, p.66 [丸善, 東京]
- 47) R.H. Perry, C.H. Chilton and S. Kirkpatrick: Chemical Engineers' Handbook Fifth Edition, (1963), [McGraw-Hill, New York]
- 48) 鉄鋼熱計算用数値, (日本学術振興会・日本鉄鋼協会編), (1966), [日刊工業新聞社, 東京]
- 49) 溶鉄・溶滓の物性値便覧(日本鉄鋼協会編), (1973), p.1, p.32, p.77, p.116, p.164
- 50) 加藤 誠: 高温におけるスラグ及びメタルの物性測定, (1987), [コンパス社, 横浜]
- 51) 化学工学便覧改訂五版(化学工学協会編), (1988), p.355 [丸善, 東京]
- 52) L.Z. Balla, et al: AIChEJ, **15** (1969), p.146
- 53) O. Levenspiel: Chemical Reaction Engineering Second Edition, (1962), p.282 [John Wiley & Sons, New York]
- 54) W.E. Ranz: Chem. Eng. Progr., **48** (1952), p.247
- 55) 全 明, 館 充: 鉄と鋼, **61** (1975), p.935
- 56) 白井 隆: 化学工学と化学機械, **1** (1956), p.216
- 57) 恩田格三郎, 竹内 寛, 小山恭章: 化学工学, **31** (1967), p.127
- 58) 馬田次郎, 篠原 久, 椿原 元: 化学工学, **27** (1963), p.978
- 59) 福武 剛, R. R. Jakumar: 鉄と鋼, **66** (1980), p.1937
- 60) 杉山 喬, 内藤誠章, 松崎真六, 熊岡 尚, 中山岳志: 材料とプロセス, **7** (1994), p.46
- 61) 松浦正博, 佐藤道貴, 山川裕一, 井ノ口孝憲, 有山達郎: 材料とプロセス, **7** (1994), p.70
- 62) 原 義明, 武田幹治, 澤 義孝, 板谷 宏: 材料とプロセス, **7** (1994), p.77
- 63) R.M. Nedderman and U. Tuzun: Powder Tech., **22** (1979), p.243
- 64) 杉山 喬, 須賀田正泰: 製鉄研究, **325** (1987), p.34
- 65) 王 家兵, 高橋礼二郎, 八木順一郎: 鉄と鋼, **78** (1992), p.124