非金属介在物の運動に関する模擬実験と解析

賈 非*・丹羽 省三*²・佐々 健介*³・浅井 滋生*³

Model Experiment and Analysis on the Motion of Non-metallic Inclusions

Jia FEI, Shozo NIWA, Kensuke SASSA and Shigeo ASAI

Synopsis : The tiny non-metallic inclusion in a molten steel could be removed effectively when they collide and coalesce under the electromagnetic vibration. The viscosity resistance enforced on the particle is related to particles structure, surface status, size and movement velocity when inclusions are moving in the liquid. In order to study the collision and coalescence mechanism a water model experiment was conducted by using the porous particles made by glass fibers, which are simulated to dendritic inclusions. The falling process of the particles that was enforced by the gravity and the behavior when two particles that have the same diameter but difference solid fractions are approaching were observed by a high-speed camera, and then the velocity of the particles are calculated. According to the experiment results, the motion equation of the porous particles is derived. Moreover, the equation is examined by the model experiment. The approaching behavior of two particles is analyzed in the plane of the moving velocity and relative distance. The velocity change of the particles is very large when the large solid fractions are approaching, which means that strong liquid repelling resistance exists between the particles. The liquid repelling resistance is weak between the small solid fractions, which predicts that the particles are easy to collide and coalesce.

Key words : electromagnetic processing of materials; electromagnetic force vibration; inclusion; collision; porous particle; solid fraction.

1. 緒言

鋼中に残留する非金属介在物は、製品の延性、靱性、加工性、切削性、疲労性および耐食性などの性質に悪影響を及ぼす要因となるため、非金属介在物の分離除去技術の確立は鉄鋼精錬分野における重要な課題の一つと位置付けられてきた。実操業での溶融金属中介在物の除去法としては、浮上除去、フィルタ除去、気泡除去などが挙げられるが、介在物の密度差が小さいものに対しては有効でないこと、および微小介在物を分離させることが困難であること等、課題が残っている。そのため高 cleanliness 鋼及び高速精錬への要求に応じて電磁力を利用した非金属介在物の分離・除去法がいくつか提案されてきた¹⁻⁶⁾。しかし、電磁分離法での電磁アルキメデス力と重力分離法での浮力は共に体積力であり、微小な介在物を除去するには長時間を要する。そのため、介在物の体積を増大させることにより、分離除去の時間を短縮し、除去効率を向上させることが有効となる。

亀山ら⁷⁾は振動電磁気力を印加して介在物を衝突・合体させるモデル実験を行い、特定の振動周波数で介在物の合体が促進されることを見出した。溶鋼中の介在物の形状は種々あり、介在物の合体挙動はその形状及び構造に依存する。秋吉ら⁸⁾は Al および Al-Fe 合金による溶鋼の脱酸実験を行い、Al 脱酸 1 分後の生成物が樹枝状、球形のクラスター状、もみじ状からなること、過飽和度の上昇に伴って

生成物は球状、板状、樹枝状と変化することを示した。また、丹羽ら⁹⁾は鋼中の非金属介在物を模擬する粒子を用いて、その衝突・合体の挙動を観察し、電磁振動により空隙を有する粒子は空隙を有しない粒子に比較して合体しやすいことを示した。戸澤ら¹⁰⁾は溶鋼中のアルミナ介在物は微小な介在物の集合体であると仮定し、介在物の運動のモデルを提案し、介在物の形態および運動について実験とシミュレーションを行った。

流体中を介在物が運動する際、粒子の受ける粘性抵抗力は粒子の構造、表面状態、大きさ、速度などの因子によって影響を受ける。本研究では、溶鋼中の介在物の衝突・合体機構を明らかにするため、樹枝状の介在物を模擬した繊維充填構造を有する粒子を作製し、高速度カメラを用いてこの擬似介在物の水中における重力沈降挙動を撮影して、粒子速度を測定した。さらに、このモデル実験結果に基づいて内部に空隙を有する有孔粒子の運動方程式を導出した。また、密度の違う 2 つの粒子が近接する挙動を観察し、ここで導出した運動方程式を用いて粒子運動速度を計算し、粒子の衝突・合体機構を考察したので報告する。

2. 粒子の運動方程式

粒子が液体中を重力によって運動する際、粒子の運動方程式は重力方向を正にとると、(1) 式で表せる¹¹⁾。

平成 16 年 11 月 10 日受付 平成 17 年 1 月 5 日受理 (Received on Nov. 10, 2004; Accepted on Jan. 5, 2005)

* 名古屋大学大学院工学研究科 (現: 大連理工大学) (Graduate School of Engineering, Nagoya University, now Dalian University of Technology)

* 2 名古屋大学大学院工学研究科 (現: (株) JIN) (Graduate School of Engineering, Nagoya University)

* 3 名古屋大学大学院工学研究科 (Graduate School of Engineering, Nagoya University, Furo-cho Chikusa-ku Nagoya 464-8603)

$$\rho_p \left(\frac{\pi D_p^3}{6} \right) \frac{du}{dt} = \rho_p \left(\frac{\pi D_p^3}{6} \right) g - \rho_f \left(\frac{\pi D_p^3}{6} \right) g - C_D \left(\frac{\pi D_p^2}{4} \right) \left(\frac{\rho_f u^2}{2} \right) \quad (1)$$

ここで、 ρ_p と ρ_f は粒子および流体の密度 [kg/m³]、 t は時間 [s]、 g は重力加速度 [m/s²]、 C_D は抵抗係数[-]、 u は粒子の速度 [m/s]、 D_p は粒子の直径 [m] である。(1)式の右辺の第1項は重力、第2項は浮力、第3項は流体の粘性抵抗力である。

介在物が衝突・合体する際の挙動は粒子の内部構造と表面状態により異なる。空隙を有している粒子の場合、粒子の運動方程式は(2)式で表される。

$$\{\varepsilon \rho_p + \alpha(1-\varepsilon)\rho_f\} \left(\frac{\pi D_p^3}{6} \right) \frac{du}{dt} = \varepsilon \Delta \rho \left(\frac{\pi D_p^3}{6} \right) g - C_D \left(\frac{\pi D_p^2}{4} \right) \left(\frac{\rho_f u^2}{2} \right) \quad (2)$$

ここで、 ε は粒子の充填率 [-]、 $\Delta \rho = \rho_p - \rho_f$ である。 α は粒子の構造係数 [-] で、 $\alpha=1$ の場合、粒子内に存在する液体は繊維の粘性抵抗によって粒子内に拘束され、粒子とともに運動することを表し、 $\alpha=0$ は粒子内に存在する液体は拘束されなく繊維部分をすり抜けることを意味する。

有孔粒子表面では繊維が無秩序に突き出している形態をとるので、粘性抵抗力が無孔粒子の場合より大きくなるものと推定し、 k をパラメータとして、抵抗係数を $C_D=4/(3\text{Re} \cdot k)$ と表すと、粒子の運動方程(2)式は(3)式となる。

$$\{\varepsilon \rho_p + \alpha(1-\varepsilon)\rho_f\} \frac{du}{dt} = \varepsilon \Delta \rho g - \frac{1}{k} \cdot \frac{\mu}{D_p^2} u \quad (3)$$

ここで、 μ は流体の粘性係数 [kg/m・s] である。

粒子の終末速度は(3)式で $du/dt=0$ と置いて(4)式となる。

$$u_t = k \varepsilon \frac{D_p^2 \Delta \rho g}{\mu} \quad (4)$$

パラメータ k は粒子の構造粒子の構造を表す ε 、表面状態を表す係数 l および粒子の大きさ D_p の関数と考え、(5)式で表されると仮定した。

$$k = l \varepsilon^m \left(\frac{D_p}{(\mu^2 / \Delta \rho^2 g)^{1/3}} \right)^n \quad (5)$$

なお、 D_p については長さの次元を持つため、(2)式に用いられる物理変数から長さの次元を持つ $(\mu^2 / \Delta \rho^2 g)^{1/3}$ を次元解析により導出し、それで割ることにより無次元とした。

(4)、(5)式から有孔粒子の終末速度は(6)式となる。

$$u_t = l \varepsilon^{m+1} D_p^{n+2} \frac{\Delta \rho^{(2n/3)+1} g^{(n/3)+1}}{\mu^{(2n/3)+1}} \quad (6)$$

一方、(3)式を初期条件 $t=0$ で $u=0$ で積分すると有孔粒子が静止状態から終末速度に至る遷移速度は(7)式となる。

$$u = k \frac{\varepsilon D_p^2 \Delta \rho g}{\mu} \left\{ 1 - \exp \left[\frac{\mu}{k[\varepsilon \rho_p + \alpha(1-\varepsilon)\rho_f] D_p^2} t \right] \right\} \quad (7)$$

3. 実験方法

介在物の衝突・合体挙動を可視化することを目的に、ガラス繊維球模擬粒子（以後、有孔粒子と呼ぶ。）を用いて、モデル実験を行った。有孔粒子の終末速度を表す(3)式は、未知の係数 k を含んでいる。そこで、この k 値を実験により求めるため、充填率および粒径の異なる粒子を作製し、水中で粒子の終末速度を測定した。本実験で作製した模擬粒子の直径は2mmから7mmであり、充填率は0.06から0.97であった。

ここで模擬有孔粒子の作製法を述べる。ガラス繊維を数ミリ程度の長さに切断し、適当量の繊維に瞬間接着剤をまぶし、適当な形状に成形した後、水中に入れて回転運動を与えると、流体の動圧作用によって球形の粒子が得られる。この方法により作製した粒子の充填率は0.06から0.2であった。次に、数ミリ長さの細いガラス棒をこの粒子に差し込むことによって、粒子の充填率を0.35に高めた。さらに、ガラス繊維をボールミルで10時間粉碎し、0.5mm以下に分級したものとガラス繊維を適当量混ぜて、形成した後、加熱炉にて焼結し、充填率を0.97まで高めた粒子も作製した。

空気中で有孔粒子の質量 m_g を測定し、次に水中に有孔粒子を沈め、有孔粒子に含まれる空気を取り除いた後、ゆっくり引き上げ、有孔粒子が水を含んだ状態で全体の質量 m_{wg} を測定した。空隙の体積は水の体積 V_w に等しく、粒子の総体積は水の体積 V_w とガラス繊維の体積 V_g の和に等しいと置くと、充填率 ε は(8)式で求められることになる。この方法を質量測定法と呼ぶことにする。

$$\varepsilon = \frac{V_g}{V} = \frac{V_g}{V_w + V_g} = \frac{m_g / \rho_g}{m_w / \rho_w + m_g / \rho_g} \quad (8)$$

ここで、 $m_w = m_{wg} - m_g$ 、 ρ_w は水の密度 [kg/m³]、 ρ_g はガラス繊維の密度($\rho_g=2500$ [kg/m³])¹⁾である。

上記方法の妥当性を次に述べる方法により別途確認した。観察を容易にするために適量のインクと硬化剤をエポキシ樹脂に入れ、十分に混ぜて作った着色樹脂中に模擬粒子を入れて真空引きし、粒子および樹脂中の気泡を取り除いた後、樹脂から取り出して空気中にて硬化させ、粒子の断面観察ができるように、さらに完全硬化する前に無色の

Fig. 1. The cross-sectional view of simulated particles. (a) $\varepsilon=15\%$, (b) $\varepsilon=24\%$, (c) $\varepsilon=37\%$, (d) $\varepsilon=51\%$.

エポキシ樹脂中に入れた。その後、樹枝断面をサンド・ペーパーとアルミナ粉で研磨し粒子断面を顕微鏡で観察した。次に、画像解析ソフトを用いてこの粒子の断面画像からガラス繊維の面積と粒子の断面積との比率を求め、粒子の充填率とした。この方法を画像解析法と呼ぶことにする。

画像解析に供した模擬粒子の断面図を Fig. 1 に示す。色の濃い部分がガラス繊維である。繊維と切断面とのなす角度によりガラス繊維が異なった形を呈している。充填率 $\varepsilon=0.25$ の粒子 (Fig. 1b)) には差し込んだガラス棒が見える。焼結法によって得られた粒子 (Fig. 1c), Fig. 1d)) ではガラス繊維が焼結合体し、空隙が減少していることがわかる。

2つの測定法によって求めた充填率の比較を Fig. 2 に示す。いずれの場合も質量測定法の結果と画像解析法による計算値とはよく一致している。前述したように画像解析法では樹脂埋め込み、切断観察および画像解析処理等の手順を踏むことになる。一方、質量測定法は試料の体積測定および水中での質量および含水した試料の質量を測定するものである。従って、模擬粒子の充填率を簡便に求める方法として有効であることがわかる。

次に粒子速度の計測法について述べる。直径 0.04 m、長さ 1.5 m のガラス製の円筒状容器を鉛直に設置し、水 (298K で $\mu=0.00089 \text{ kg}/(\text{m}\cdot\text{s})^{12}$) で満した後、上端から粒子を沈降させた。容器の中央部に高速カメラを設置し、毎秒 250 枚で粒子の沈降の様子を撮影した。連続的な画像から 0.02 m の距離を移動するに要する時間を求め、その間の平均速度を終末速度とした。

また、粒子が終末速度に至るまでの速度変化を表す (7)

Fig. 2. The comparison of solid fraction in image analysis method with that in mass method.

式の妥当性を確認するため、粒子の静止状態から終末速度に至るまでの速度変化を測定した。粒子を水面直下に固定し静かに離すという方法で模擬粒子を静止状態から自由沈降させ、高速カメラで 0.004 秒ごとに粒子の位置を記録し、粒子が移動した距離とその間の所要時間から粒子の運動速度を求めた。

次に、直径がほぼ等しく、充填率が 0.2 程異なる 2 つの模擬粒子を選び、水中に入れて自由沈降させ、高速度カメラを用いて両粒子の接近挙動を観察、撮影した。まず、充填率の小さい方の粒子 A を沈降させ、0.03 m となった時点で充填率の大きい方の粒子 B を沈降させた。充填率のより大きい粒子 B は粒子 A に接近し、沈降方向の 2 粒子間距離で定義した相対距離 h が 0 に至ると並進状態となり、続いて粒子 B は粒子 A を追い越した。この間の粒子挙動を撮影した画像から両粒子運動速度および相対距離を求めた。な

(a) $0.002\text{m} \leq D_p < 0.0035\text{m}$

(b) $0.0035\text{m} \leq D_p < 0.005\text{m}$

(c) $0.005\text{m} \leq D_p < 0.0065\text{m}$

Fig. 3. The relation between terminal velocity and solid fraction of simulated particles.

お、2粒子の沈降軌跡が異なる際には、 $h=0$ でも粒子の合体は生じない。

4. 結果と考察

模擬粒子を直径差0.5 mm毎に9つのグループに区分けした。粒子の直径を一定すると(6)式より終末速度と充填率との間に(9)式の関係が見られることになるので、実験値より係数 p の値を求めた。

$$u_t \propto \epsilon^p \quad (p = m + 1) \quad \dots\dots\dots (9)$$

測定した終末速度と粒子の充填率との関係をFig. 3に示

(a) $0.1 \leq \epsilon < 0.35$

(b) $0.35 \leq \epsilon < 0.6$

(c) $0.6 \leq \epsilon < 1$

Fig. 4. The relation between terminal velocity and diameter of simulated particles.

す。それぞれの区間で粒子の終末速度は充填率の増加とともに増加しているが、粒子の直径による指数 p の差異は小さい。

同様に、模擬粒子を充填率差0.005毎に15個の区間に分けた。粒子の充填率を一定とすると粒子の終末速度と粒子の直径との関係は(10)式となる。

$$u_t \propto D_p^q \quad (q = n + 2) \quad \dots\dots\dots (10)$$

測定した粒子の終末速度と直径との関係をFig. 4に示す。粒子の終末速度は直径が増加するとともに増加し、それぞれの区間で大体同じような傾向が見られる。しかし、直径を一定とした際の終末速度の変動に比べ、充填率を一定と

した際には、その変動はより大きくなっている。これは模擬粒子が非球形であるため、直径の見積りに多少の誤差が生じたためと考えられる。特に、Fig. 4(a) に示した充填率が0.15より小さい時には、終末速度の変化は大きく、充填率の影響が大きいことがわかる。これら得られた結果から最小二乗法によって各変数は $l=3.3 \times 10^{-6}$, $p=0.73$, $q=0.66$ と求まった。

次に上記方法による l, p, q の見積の妥当性を改めて確認するために、全ての実験データから最小二乗法によって指数 p, q 及び定数 l の値を求めた。得られた値は $l=3.5 \times 10^{-6}$, $p=0.72$, $q=0.67$ で、両方法によって求まる値は近接している。縦軸を終末速度の実験値とし、横軸には $l=3.5 \times 10^{-6}$, $p=0.72$, $q=0.67$ の各値を用いて (6) 式より求めた計算値を取って Fig. 5 に示した。(6) 式に基づいた計算値は実験値を比較的良好に表現していることがわかる。

本モデル実験において採用した粒子径は2~7mmと溶鋼中に存在する介在物に比較して大きい。ここで得られた結果が溶鋼中粒子挙動の解析にも適用可能であるか否かを確認する必要がある。1823Kでの溶鋼の粘性係数は $0.0055 \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$ 、密度 $7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、アルミナ介在物の密度 $3.9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ であるので¹³⁾、介在物の直径を $20 \mu\text{m}$ とすると、式 (4) によって求まる速度は $1.8 \times 10^{-3} \text{ m/s}$ となり、Re数は0.26となる。なお、(4) 式に表れる k の値は (5) 式に本モデル実験から得られた変数値を代入して求めた。一方、グリセリンを添加して粘性係数を大きくした液体を用いて、先と同様にして終末速度を測定して実験を行った。グリセリン水溶液の粘性係数 $0.0465 \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$ からRe数を求めると0.11~1.02となり溶鋼系とほぼ一致する。介在物の終末速度に関してはレイノルズ数相似が成立するので、本、実験結果は溶鋼系にも適用可能と推察できる。

次に、粒子が静止状態から終末速度に至るまでの経過挙動について述べる。粒子が静止状態から自由沈降を開始した後の経過時間と沈降速度との関係を (7) 式から求め、測定値と比較した結果を Fig. 6 に示す。ここで k の値は終

Fig. 5. Comparison between observed data and a proposed terminal velocity of simulated particles.

末速度の解析によって得られたものを用いた。粒子の充填率の大きい場合を Fig. 6(a) に示した。 α の値の違いによる計算結果の違いはほとんど認められないが、測定された加速期間は計算値より短い。一方、粒子の充填率が中間値をとる場合を Fig. 6(b) に示した。 $\alpha=0$ と $\alpha=1$ では計算値にやや違いが認められる。

以上の二つの場合、(7) 式に基づく計算値と測定値はほぼ一致している。一方、粒子の充填率の小さい場合を Fig. 6(c) に示した。 $\alpha=0$ と $\alpha=1$ では計算値に大きな違いが見られる。この場合は測定値は $\alpha=1$ の計算値より小さくなっており、(7) 式では表現できていない。しかし、Fig. 6 に示した3ケースを総括すると、 $\alpha=1$ とした方が (3) 式は粒子の運動をよりよく表すことがわかり、粒子内の液体は粒子と共に運動していると推察できる。

充填率の異なる2粒子が接近する際の粒子挙動を粒子の速度と相対距離 h の関係として Fig. 7 に示す。充填率が小

Fig. 6. Comparison between observed data and calculated result on transitional velocity of a simulated particle.

Fig. 7. Particle velocities and dimensionless relative distance of two simulated particles approaching each other.

さい2粒子を用いた場合を表すFig. 7(a)を見ると、後から追いかける粒子Bの速度には変化がなく、先発の粒子Aは無次元相対距離が0.5に至ると、一旦加速された後、速やかに元の速度に回復している。充填率がやや大きい2粒子を用いた場合のFig. 7(b)を見ると、無次元相対距離が1において粒子Bは減速するのに対して粒子Aは加速し、並進状態になった後に両粒子は元の速度に回復している。粒子充填率が大きい2粒子を用いたFig. 7(c)の場合には、無次元相対距離が1.5になった地点から粒子Bは急速に減速し、粒子Aは急激に加速している。一時的には、粒子Aの速度が粒子Bの速度より大きくなり、相対距離の増大が見られた。

充填率の差が小さい時 (Fig. 7(a)) には、接近する前に粒

子Bと粒子Aには大きな速度変動はないが、充填率の大きい粒子の場合には速度の急激な変化が見られた。この理由は充填率が大きくなるとともに粒子速度が大きくなり一つの粒子周りに生じる流体運動が他粒子挙動に影響したものと推察できる。本結果から見ると粒子充填率の違いにより合体が生じる可能性があり、この点は今後、検討していく必要がある。

5. 結論

溶鋼中非金属介在物の衝突・合体機構を粒子形態の点から明らかにする目的で、ガラス繊維製有孔粒子を擬似介在物に見立てて水モデル実験を行った。得られた知見を以下に示す。

(1) 質量測定法によって求めた粒子の充填率は画像解析法の結果とよく一致した、質量測定法は模擬粒子の充填率を簡便に求める有効な方法である。

(2) 流体中に有孔粒子が運動する際の終末速度は次の様に表せる。

$$u_t = k \frac{\varepsilon D_p^2 \Delta \rho g}{\mu} \quad k = 3.5 \times 10^{-6} \varepsilon^{-0.28} \left(\frac{D_p}{(\mu^2 / \Delta \rho^2 g)^{1/3}} \right)^{-1.33}$$

(3) 有孔粒子が静止状態から自由沈降を開始し、終末速度に至るまでの速度変化は下式で表せる。

$$u = k \frac{\varepsilon D_p^2 \Delta \rho g}{\mu} \left(1 - \exp \left[- \frac{\mu}{k [\varepsilon \rho_p + (1 - \varepsilon) \rho_f] D_p^2} t \right] \right)$$

(4) 同一径の介在物でも充填率の大きい粒子は充填率の小さい粒子に追いつき、衝突・合体する可能性がある。

本研究は、日本鉄鋼協会第11回鉄鋼研究助成金、科学研究費基盤 (S) (No.13852013) および21世紀COEプログラム研究拠点形成費補助金、(自然に学ぶ材料プロセッシングの創成) から支援を受けて行われたものである事を記して謝意を表します。

記号

D_p	: 粒子直径 [m]
g	: 重力加速度 [m/s ²]
h	: 両粒子の相対距離 [m]
k	: 係数 [-]
l, m, n, p, q	: 定数 [-]
m_g	: 有孔粒子の質量 [kg]
m_w	: 水の質量 [kg]
m_{mg}	: 水を含んだ有孔粒子の質量 [kg]
t	: 時間 [s]
u	: 粒子の速度 [m/s]
u_t	: 粒子の終末速度 [m/s]
V	: 粒子の総体積 [m ³]
V_g	: ガラス繊維の体積 [m ³]
V_w	: 水の体積 [m ³]
ε	: 粒子の充填率 [-]
ρ_f	: 流体の密度 [kg/m ³]

ρ_g	: ガラス繊維の密度 [kg/m ³]
ρ_p	: 粒子の密度 [kg/m ³]
ρ_w	: 水の密度 [kg/m ³]
Δu	: 粒子の速度変化 [m/s]
μ	: 流体の粘度 [kg/m·s]

文 献

- 1) J.Park, K.Sassa and S.Asai: *Tetsu-to-Hagané*, **80** (1994), 389.
- 2) S.Taniguchi and J.K.Brimacombe: *Tetsu-to-Hagané*, **80** (1994), 24.
- 3) Y.Tanaka, K.Sassa, K.Iwai and S.Asai: *Tetsu-to-Hagané*, **81** (1995), 1120.
- 4) F.Yamao, K.Sassa, K.Iwai and S.Asai: *Tetsu-to-Hagané*, **83** (1997), 30.
- 5) A.Aleman, J.P.Argous, J.Barbet, M.Ivanes, R.Moreau and S.Poinsot: French Patent No.80400 4430, (1980).
- 6) B.Pillin and P.Gillon: Japan-France Seminar on EPM, Nikko, JSAP, Tokyo, (1999), 75.
- 7) T.Kameyama, S.Niwa, J.Park, T.Matsumura, K.Sassa and S.Asai: *Tetsu-to-Hagané*, **89** (2003), 623.
- 8) 秋吉, 金子, 三隅, 笠間, 溝口: 私信 (1992).
- 9) 丹羽, 佐々, 浅井: 私信.
- 10) H.Toxawa, Y.Kato, K.Sorimachi and T.Nakanishi: *ISIJ Int.*, **39** (1999), 426.
- 11) 化学工学便覧, 化学工学協会編, 丸善, 東京, (1968), 868.
- 12) 作花済夫, 境野照雄, 高橋克明編集, 《ガラスハンドブック》, 朝倉書店, 東京, (1975), 592.
- 13) 機械工学便覧 基礎編, 日本機械学会, 東京, (1988), A5-7.